
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Recensioni

- * J. A. Schouten, D. J. Struik: Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie (Enea Bortolotti)
- * L'Istituto Nazionale per le applicazioni del calcolo nel quadriennio 28 ottobre 1933-XII — 27 ottobre 1937-XV (Brino Pinz)
- * Jahnke Dr. Eugen und Emde Fritz: Funktionentafeln mit Formeln und Kurven
- * Georges Hostelet: Les fondements expérimentaux de l'analyse mathématique des faits statistiques (Silvio Vianelli)
- * Georges Hostelet: Le concours de l'analyse mathématique à l'analyse expérimentale des faits statistiques (Silvio Vianelli)
- * Michel Huber: Méthodes d'élaboration des statistiques démographiques (Silvio Vianelli)
- * V. Alaci: Trigonometria patratca — (quadratica) (V. G. Cavallaro)
- * Holtappel H. W.: Tafels van e^x

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 2,
Vol. 1 (1939), n.5, p. 483–494.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_5_483_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_5_483_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_5_483_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1939.

RECENSIONI

J. A. SCHOUTEN, D. J. STRUIK: *Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie*, 2^a ediz., P. Noordhoff, Groningen 1938, Band II, *Geometrie* (D. J. STRUIK) pagg. XII, 338.

Con questo secondo volume (il primo è uscito tre anni fa ⁽¹⁾) si completa la nuova, e davvero del tutto rinnovata e grandemente arricchita ed estesa, edizione della « Einführung ». Dopo avere nel primo volume, insieme a qualche nozione geometrica fondamentale e a qualche prima applicazione, svolto il *formalismo* per le nuove geometrie, in questo volume gli AA. danno appunto di queste geometrie, degli spazi « a connessione », non una esposizione sistematica e completa (che del resto forse ancora risulterebbe prematura ⁽²⁾): ma *un saggio*, con la scelta di parecchie questioni di natura particolare e di argomento svariato, atte a dare un'idea abbastanza precisa di quel che sono i nuovi campi di studio e di quel che possono dare i nuovi metodi di ricerca. Viene però premessa una più organica trattazione degli elementi della geometria *riemanniana*, inquadrati nelle vedute moderne cui la nozione di « trasporto » introdotta dal LEVI-CIVITA ha aperto la strada; e condotti con l'uso del calcolo di RICCI, che ora si riconosce come il naturale strumento di ricerca negli spazi riemanniani.

Già lo STRUIK (cui è dovuta la redazione del presente volume: lo SCHOUTEN ha curato il primo) aveva redatto nel 1922 un'interessante opera d'insieme sulla geometria riemanniana *n*-dimensionale, e nel 1934 un libricciuolo sulla teoria delle connessioni lineari ⁽³⁾: svariati elementi di queste trattazioni si ritrovano, ma profondamente rielaborati, in una esposizione spigliata e concisa,

(¹) Ne fu riferito in questo « Bollettino », a pp. 254-261 del vol. 14^o, 1935.

(²) Un lavoro d'insieme che, con la solerte collaborazione di V. HLA-VATY, da tempo lo scrivente ha in progetto, tuttora è in corso di elaborazione.

(³) *Grundzüge der mehrdimensionalen Differentialgeometrie in direkter Darstellung*, Berlin, Springer 1922; *Theory of linear connections*, Berlin, Springer 1934.

che nonostante la varietà del contenuto ha una sua organicità e un andamento algoritmico unitario, nella presente opera.

La lettura di questa non presenta difficoltà per chi già abbia (preferibilmente attraverso la lettura del I volume) una discreta conoscenza del formalismo: cioè poi, in sostanza, con gli indispensabili ampliamenti, sempre del calcolo di RICCI. E riesce in effetto un'utile *introduzione*, per chi voglia porsi in grado di leggere con profitto i lavori originali, e intenderne lo spirito; e di orientarsi nella già vasta e complessa letteratura dell'argomento.

Il volume consta di *quattro Capitoli*. Nel primo si espongono gli elementi della teoria delle *curve*: considerata prima nel caso più elementare, in cui l'ambiente è l'ordinario spazio euclideo a tre dimensioni: passando quindi al caso della curva in V_n riemanniana⁽⁴⁾ e infine (secondo V. HLAVATY) a quello in cui essa è immersa in uno spazio a connessione lineare generale. L'A pone in luce il ruolo delle formule di FRENET, e successive generalizzazioni, in questa teoria. Passa poi a una esposizione sulle *congruenze di curve* e in particolare di *rette*: che fra l'altro comprende noti risultati del RICCI, poi svariate proprietà concernenti le congruenze « konformgeodätisch », cioè trasformate di congruenze geodetiche di una V_n per una trasformazione conforme di questa, e le « famiglie naturali » di linee, che risultano, in una consimile trasformazione, dalla totalità delle geodetiche di V_n : più in generale, i « cammini » (paths; Bahnsysteme), secondo la Scuola americana di Princeton.

Nel secondo Capitolo si espongono concisamente le nozioni e i risultati classici sulle *ipersuperficie* in V_n riemanniana, però da un punto di vista moderno: che fa intervenire la *connessione indotta* nella V_{n-1} dalla metrica dell'ambiente. Il cenno (a pp. 73-75) sulle *linee asintotiche d'ordine (k) superiore* di una V_{n-1} (per le quali l' S_{k+1} osculatore appartiene all' S_{n-1} tangente alla V_{n-1}) risulterebbe forse più utile se la nozione venisse inquadrata in quella più generale di linee « quasi-asintotiche » del BOMPIANI: di fondamentale interesse in teorie sia metriche che proiettive.

Un ampio sviluppo è dato, nel Cap. III, allo studio delle V_m in V_n . Dai primi elementi sulle proprietà di curvatura delle varietà subordinate e delle curve tracciate su esse (ove intervengono nozioni e proprietà classiche ed altre che risultano da più recenti lavori degli stessi AA. della Einführung, del BOMPIANI e di altri: e si fa uso, quale procedimento di derivazione, di quella che gli AA.

⁽⁴⁾ Qui e nel seguito l'A. considera il caso generale di una metrica il cui ds^2 possa anche essere *indefinito*.

dicono la « D-simbolica di v. d. WAERDEN-BORTOLOTTI ») lo STRUIK passa a un esame abbastanza ampio delle proprietà *locali* di una V_m in V_n , nell'intorno di un suo punto; particolarmente per casi $m=2$ ed $m=3$: mediante la considerazione di quella varietà rappresentativa che vien detta la « Krümmungsgebilde », la quale ad es. per $m=2$ è la « conica delle curvature » di E. E. LEVI.

Si ha poi una esposizione della « höhere Krümmungstheorie »: studio delle proprietà di curvatura *di ordine superiore*; fatto secondo le vedute di C. BURSTIN e W. MAYER, e con l'algoritmo invariantivo poi introdotto da J. A. SCHOUTEN ed E. R. van KAMPEN. Il chiamare a contribuzione le proprietà d'ordine superiore nel problema dell'immersione, giungendo a « formule di FRENET » che hanno, per quanto la differente natura delle cose lo può consentire, una effettiva analogia sostanziale con quelle della teoria delle curve, è certo interessante, e si va così più a fondo nell'indagine delle proprietà d'immersione; ma l'aspetto della trattazione appare alquanto formale; l'essenza *geometrica* delle proprietà di curvatura d'ordine superiore risulta ben altrimenti approfondita nelle ricerche del BOMPIANI sulle « geometrie riemanniane di specie superiore », che spiace non trovar qua neppure citate. Il « teorema di BURSTIN e MAYER », dato qui a p. 125, per caso $m=2$ e per ambiente euclideo è in realtà già contenuto in una proposizione ottenuta dal BOMPIANI sino dal 1919 ⁽⁵⁾; e il passaggio da $m=2$ ad m qualunque non offre sostanziali difficoltà.

L'A. si sofferma ancora sulla nozione (dovuta a G. RICCI) di *classe* di una V_m ; sulle V_{n-1} , deformabili; sulle V_n , sviluppabili, o giacenti in uno spazio lineare subordinato a quello ambiente.

Nel Cap. IV (che è il più ampio: pressochè cento pagine) l'A. viene infine a trattare svariati problemi scelti dalle teorie degli spazi a connessione. Il primo argomento scelto è quello delle *varietà anolonome* immerse in uno spazio a connessione lineare: o più esattamente, delle *coppie di varietà anolonome* (X_n^m, X_n^{n-m})

⁽⁵⁾ Ved.: *Invarianti e covarianti metrici nelle deformazioni di specie superiore delle superficie*, « Rendiconti Acc. Lincei », (5), 28, 2° sem. 1919, pp. 254-258. In questa Nota sono introdotte le forme differenziali L_v^2 (cfr. pp. 124-125 del presente volume) e si osserva come la loro assegnazione, fino a un assegnato valore k di v , determini la superficie *a meno di deformazioni di specie k* . In quanto tali deformazioni, fissata la dimensione dell'ambiente, per k sufficientemente grande si riducono ai movimenti, ne risulta anche la determinazione della varietà *a meno di movimenti in R_n* , mediante un conveniente numero di quelle forme; cioè proprio il teorema di BURSTIN e MAYER.

complementari in L_n , definite assegnando in ogni punto di L_n una m -direzione e una $(n - m)$ -direzione senza direzioni semplici a comune. Per l'ente così costruito l'A. espone una teoria della curvatura. Passa quindi allo studio delle *deformazioni infinitesime* di una varietà, riprendendo le nozioni già esposte alla fine del I Volume (pp. 140 e seg.), secondo una recente ricerca di SCHOUTEN e van KAMPEN, che certo ha dato un molto significativo contributo alla teoria. Fra l'altro qui l'A. riprende alla luce delle nuove vedute il caso dei *movimenti* infinitesimi, ritrovando l'equazione di KILLING: come più innanzi riottiene, assai semplicemente, la formula del LEVI-CIVITA per lo *scostamento geodetico*.

Un breve paragrafo è dedicato alle varietà (anche anolonome) *isotrope* ⁽⁶⁾. Si passa poi alle trattazioni, in qualche modo parallele, delle trasformazioni *geodetiche* (o proiettive, secondo WEYL) di una varietà a connessione affine, e delle trasformazioni *conformi* di una varietà riemanniana: dal punto di vista dei problemi di equivalenza; giungendo, come appunto attraverso i risultati di WEYL e della Scuola di Princeton vi si è giunti, fino alle nozioni di *connessione proiettiva* e di *connessione conforme*: o meglio, alla ricostruzione, sotto differente aspetto e con minore generalità, di queste nozioni, date nel modo più generale dal CARTAN.

L'A. non approfondisce qui tali nozioni (il che del resto richiederebbe ben maggiore ampiezza di sviluppi): passa invece a illustrare, ricostruendone i principali teoremi, la teoria degli « spazi subproiettivi », introdotta e studiata da B. KAGAN e dalla sua Scuola (P. RASCHEVSKY, H. SCHAPIRO). Sono gli spazi a connessione affine ove le geodetiche sono rappresentate da sistemi d'equazioni, comprendenti un numero k assegnato ($k \leq n - 1$) di equazioni lineari. Infine l'A. espone le nozioni fondamentali concernenti le *connessioni hermitiane* nella varietà di n variabili complesse, e in particolare le *connessioni unitarie*, legate a un tensore hermitiano del 2° ordine.

Come già nel 1° volume, al testo fanno seguito le risoluzioni (con cenni sui procedimenti da seguire) dei molti e interessanti problemi proposti nel corso dell'opera. Questa termina con un ampio elenco bibliografico e con un indice analitico (concernenti la materia di entrambi i volumi).

ENEAS BORTOLOTTI

⁽⁶⁾ Pel caso *olonomo* ricerche molto interessanti sull'argomento ha svolto il BOMPIANI, esposte ad es. in una conferenza tenuta al recente convegno di Baden-Baden della Deutsche Mathematiker Vereinigung.

L'Istituto Nazionale per le applicazioni del calcolo nel quadriennio 28 ottobre 1933-XII—27 ottobre 1937-XV. (Consiglio Nazionale delle Ricerche, Roma, 1938-XVI).

Il prof. MAURO PICONE riferisce sull'attività svolta sotto la sua direzione dall'Istituto nazionale per le applicazioni del calcolo nel quadriennio XII-XV.

Intensa attività, sia nell'ambito delle applicazioni matematiche alla tecnica e a varie scienze, sia in quello delle matematiche pure, che rivela ormai nettamente la figura di questo organismo. ne indica i compiti, ne lascia intuire i prossimi sviluppi.

È fine essenziale dell'Istituto, come ben precisa il FRASCHELLELLI, sussidiare le scienze sperimentali e la tecnica nell'analisi matematica quantitativa dei loro problemi; compiere ricerche matematiche rispondenti a tal fine.

Campo specifico, in cui l'Istituto può pienamente esplicare la sua attività, è quello in cui, tradotto ormai il problema tecnico o fisico in un ben determinato problema matematico, si tratta di risolvere detto problema, sia pure approssimativamente, e di dare a tale soluzione forma acconcia, per mezzo di tabelle, diagrammi, ecc., alla sua diretta utilizzazione pratica, arrivando ai numeri. Compito difficile anche quando si posseggano formule che danno soluzioni sotto forma esplicita. Un esempio caratteristico è offerto dalle formule traducenti la regola di CRAMER per i sistemi di equazioni lineari algebriche. Così, per un sistema di 30 equazioni tali formule non sono praticamente che un modo diverso di scrivere le 30 equazioni da risolvere. Per giungere ai numeri bisogna escogitare metodi di calcolo rapidamente convergenti. E v'ha di più: conviene far dipendere lo sviluppo di un determinante di ordine elevato appunto dalla risoluzione di opportuni sistemi di equazioni.

Per poter vincere gravi difficoltà analitiche ed eseguire complessi calcoli, non basta un sol uomo, anche eccezionalmente dotato; è necessario un complesso organismo, diretto da un matematico, che possa valersi della collaborazione di altri matematici, e che disponga di numerosi calcolatori espertissimi, e di dovizia di mezzi meccanici. Tale è appunto l'Istituto per le applicazioni del calcolo, che assolve nel modo migliore i compiti che gli sono affidati, facendo della matematica strumento prezioso nella soluzione di questioni scientifiche e tecniche, alcune delle quali di grande importanza per la Nazione.

Alla pura ricerca matematica l'Istituto di calcolo porta notevoli contributi. E ciò è ben naturale, perchè i problemi delle applica-

zioni costituiscono sovente i più forti incitamenti alla istituzione di nuovi metodi matematici. La necessità di pervenire a soluzioni valutabili numericamente ha suggerito ai matematici dell'Istituto nuovi procedimenti analitici, come quello integrale per i problemi elastostatici e quello variazionale per i problemi di propagazione, nonché una nuova sistemazione dei metodi delle trasformate delle soluzioni.

Anche nel campo fisico-matematico, che sta direttamente a contatto da un lato con la fisica, dall'altro con l'analisi matematica, l'Istituto di calcolo esercitò influenza benefica, contribuendo soprattutto alla risoluzione di problemi quantitativi, ormai nettamente definiti dal punto di vista fisico. Ben maggior contributo potrebbe arrecare l'Istituto di calcolo alla fisica-matematica, qualora, come acutamente rammenta il BERZOLARI, citando d'ALEMBERT, invece che adattare la fisica alla matematica, si riuscisse a fissare da prima i principi fisici di una teoria, come se l'analisi matematica non vi dovesse entrare affatto, e soltanto dopo averli trovati si tentasse di applicare ad essi il calcolo, creando gli strumenti acconci, se questi non possono essere trovati fra quelli esistenti.

Il rapporto del quale riferisco si inizia con una prefazione di S. E. PUPPINI, presidente del Consiglio direttivo dell'Istituto. Segue un'esposizione d'insieme del direttore e un articolo del FRASCHERELLI, segretario generale del Consiglio nazionale delle ricerche, sull'organizzazione dell'Istituto. Sono poi raccolti alcuni autorevoli giudizi sull'opera svolta, come quelli del generale FIORE, di PESSON, di BERZOLARI, di CROCCO, ecc..

Preceduta dall'elenco delle pubblicazioni del personale, vi è la parte essenziale del volume, il rendiconto delle ricerche compiute nel quadriennio XII-XV. Esso riguarda problemi svariati, che vanno da quelli relativi alle equazioni differenziali ordinarie e a derivate parziali, alla tabellazione di funzioni, alla risoluzione numerica di equazioni lineari algebriche.

Sono state effettuate ben 118 ricerche concernenti: la scienza delle costruzioni, le costruzioni aeronautiche, i fenomeni vibratori, la tecnica delle costruzioni, l'idraulica, le ferrovie, l'elettrologia e l'elettrotecnica, la termologia, l'aerodinamica, l'ottica, l'economia e la statistica, la balistica, ecc.. Molte di queste ricerche furono eseguite per incarico di Ministeri civili e soprattutto militari, enti pubblici, e fin anco per incarico dell'Istituto di meccanica dei fluidi di Marsiglia.

Fra i nuovi metodi matematici di cui si è valso l'Istituto e ai quali abbiamo già accennato, deve essere segnalato il metodo

variazionale di PICONE, di grande potenza approssimatrice per la trattazione di problemi dinamici (elastici, termici, elettrici, ecc.), come ad es. quello a cui si riferisce la importante ricerca eseguita per conto del Ministero dell'aeronautica relativa alla vibrazioni delle strutture alari.

Il volume in esame assolve pienamente il compito di diffondere fra un largo pubblico la conoscenza delle molte possibilità dell'Istituto di calcolo, perchè, come dice il PICONE, « nel paese di GALILEO GALILEI non si dimentichi che il ricorrere talvolta ad un'analisi matematica dei problemi della tecnica, che non sia inceppata da deficienze teoriche e della calcolazione numerica, può portare a conferme fortunate, ma anche a scoperte insospettite e porterà sempre a conquiste definitive ».

BRUNO FINZI

JANKE DR. EUGEN und EMDE FRITZ: *Funktionentafeln mit Formeln und Kurven*. Dritte Neubearbeitete Auflage mit 181 Textfiguren. Teubner, Leipzig und Berlin, 1938.

La terza edizione delle tavole di JANKE ed EMDE, ben note a quanti hanno necessità di eseguire calcoli numerici in cui entrino funzioni non elementari, è stata rielaborata per parte del prof. EMDE, con l'aiuto di vari collaboratori per i calcoli, con criteri un po' diversi da quelli precedentemente adottati, in quanto è stato eliminato tutto quanto nella precedente edizione del 1933 si riferiva alle funzioni elementari (argomento che sarà oggetto di un volume a parte) e le tavole e le figure si riferiscono solo alle funzioni più elevate. Per varie di queste le tavole sono ampliate o migliorate, mentre per altre, come per le funzioni di Mathieu, sono costruite *ex novo*. Le funzioni prese in considerazioni sono: integral-seno, integral-coseno, integral-logaritmo; fattoriali; funzione di Gauss (degli errori); funzione theta; integrali ellittici; funzioni ellittiche; funzioni sferiche; funzioni cilindriche; funzione zeta di Riemann; funzioni ipergeometriche; funzioni di Mathieu.

Per ognuno di tali tipi di funzione alle tavole e alle figure si accompagnano accurate indicazioni bibliografiche di più specifiche tavole e di trattati che di esse si occupino in maniera particolare. Un ampio elenco di opere utili al calcolatore, tavole, trattati di calcoli numerici, ecc., chiude questo bel libro che è un pregevolissimo ausiliario per chi abbia ad occuparsi di calcolo numerico.

P. D.

GEORGES HOSTELET: *Les fondements expérimentaux de l'analyse mathématique des faits statistiques*, in « *Actualités scientifiques et industrielles* », n.° 552, 1937.

In questo fascicolo l'Autore, sviluppando un rapporto presentato alla Riunione di Atene dell'Istituto Internazionale di Statistica, ribadisce la sua grande fiducia nel metodo sperimentale- astratto di interpretazione e di analisi scientifica; metodo che costituirebbe la sintesi del procedimento astratto-deduttivo, rappresentante la concezione razionale classica, e del processo sperimentale-empirico.

Nello studio dei fatti statistici, secondo l'HOSTELET, per interpretare l'analisi sperimentale occorre partire da certe nozioni intuitivo-empiriche, come la nozione di specie biologica, la nozione correlativa, ecc..

Seguendo il suo processo logico egli è condotto a chiarire alcuni equivoci che sono venuti manifestandosi nell'uso dei fondamentali sistemi ipotetico-deduttivi, scaturiti dal calcolo delle probabilità e le cui origini sperimentali sono state spesso negate o confuse.

Secondo l'autore, le conclusioni alle quali si giungerebbe attraverso le sue concezioni, dimostrerebbero come il proposito Pearsoniano di sostituire i procedimenti d'investigazione derivanti dalla teoria della contingenza a quelli della casualità scientifica, sia in contrasto con i punti di partenza dell'analisi sperimentale — che ha assicurato così rapidi progressi in molti campi scientifici — ed annulli i grandi vantaggi dell'intuizione delle correlazioni casuali.

Inoltre, secondo l'HOSTELET, il concetto di grado di associazione non sarebbe stato definito esplicitamente ed il simbolismo matematico al quale PEARSON ha dovuto ricorrere per elaborare le sue formule, sarebbe stato improntato alla teoria delle correlazioni statistiche binomiali, che implica la casualità. Le formule di PEARSON avrebbero ai loro valori limiti un doppio ancoraggio alla casualità: la dipendenza assoluta e l'assoluta indipendenza; fra questi due estremi — che si realizzerebbero solo eccezionalmente — legati al concetto di casualità, i valori intermedi perderebbero ogni significato sperimentale. Senza soffermarci sulle particolari concezioni dell'Autore, alcune delle quali potrebbero apparire facilmente discutibili, osserviamo che tali critiche ai concetti di associazione e contingenza sono state avanzate già da tempo dal BOWLEY e da altri studiosi.

Riguardo alle conclusioni dell'HOSTELET, riteniamo doveroso osservare che se da un lato è desiderabile che i matematici si

preoccupino di esporre le condizioni che devono essere realizzate dai fatti statistici affinché l'impiego di certe formule sia sperimentalmente legittimo, dall'altro è da augurarci che gli statistici tengano esattamente conto di tali condizioni e non dimostrino — come, purtroppo, talvolta accade — di ignorarle.

SILVIO VIANELLI

GEORGES HOSTELET: *Le concours de l'analyse mathématique à l'analyse expérimentale des faits statistiques*, in « Actualités scientifiques et industrielles », n.º 585, 1938.

Alle osservazioni ed alle critiche che da varie parti sono state mosse alle concezioni filosofico-metodologiche dell'HOSTELET, l'autore risponde qui, sviluppando le riserve e le obiezioni già formulate nel lavoro precedente. Egli insiste ancora nel voler chiarire gli equivoci e le controversie, specialmente nei riguardi dell'impiego, in generale, di tutte le formule matematiche utilizzate nell'analisi dei fatti statistici, ed in particolare, del coefficiente di correlazione. Questo nuovo lavoro, che sostanzialmente appare una rassegna critica di alcune particolari concezioni filosofico-scientifiche, è diviso in due capitoli.

Nel primo capitolo l'autore, rispondendo ad alcune obiezioni di E. BOREL e M. FRÉCHET, si sofferma ad esaminare il cammino seguito, in generale, dal concorso dell'analisi matematica all'analisi sperimentale dei fatti statistici, indi, dopo aver esposto il suo particolare punto di vista sul processo scientifico per determinare il modo di produzione dei fatti osservati — dove egli afferma che il ragionamento sperimentale riposa essenzialmente sul cosiddetto *postulato dell'induzione sperimentale generalizzante* — passa ad esaminare i caratteri che distinguono il pensiero filosofico da quello scientifico.

Il secondo capitolo è dedicato a chiarire la discriminazione insufficiente e l'elaborazione fittizia delle idee attaccate ai fatti.

Dopo una lunga critica alle concezioni di M. REICHENBACH, di M. DE BROGLIE e di M. BARZIN, nei riguardi della casualità e del determinismo, l'HOSTELET cerca di mettere in luce il contrasto esistente fra l'effettivo cammino dello spirito scientifico sperimentale e la concezione che dello spirito sperimentale ha la maggior parte dei filosofi.

Egli, infine, si propone di delimitare la parte sostenuta dal metodo nella formazione dello spirito investigativo, osservando che la maggior parte dei pensatori, come BACONE, DESCARTES, ecc. ha esagerato nell'attribuire al metodo delle virtù che esso non può avere.

SILVIO VIANELLI

MICHEL HUBER: *Méthodes d'élaboration des statistiques démographiques*, in « Actualités scientifiques et industrielles », n.° 599, 1938.

In poco più di un centinaio di pagine l'Autore passa in rapida rassegna le principali fonti di demografia storica. L'evoluzione seguita dall'organizzazione delle statistiche dello Stato Civile e dei censimenti in Francia, ed offre una chiara visione dei moderni criteri di rilevazione dei dati demografici, in uso nei principali paesi del mondo.

Dai *Politici* dell'Abate IRMINON, relativi all'Abbazia di Saint-Germain des-Prés verso la fine del regno di Carlo Magno, alla pubblicazione di DUREAU DE LA MALLE sullo *Stato delle parrocchie e dei fuochi* di Francia del 1328 ecc., fino alle ricerche del MOHEAU ed alle valutazioni riguardanti la popolazione di tutte le provincie francesi del Chevalier des Pommelles del 1788, il lettore trova una interessante esposizione dei principali tentativi di valutazione della popolazione francese, che precedettero il primo vero e proprio censimento moderno del 1801.

Particolari notizie vengono fornite riguardo alle trasformazioni ed ai perfezionamenti che hanno subito i criteri di rilevazione adottati nella lunga serie dei censimenti francesi, che si sono succeduti ininterrottamente, ogni quinquennio, dal 1801 al 1936.

Notevole interesse presenta, infine, la parte riguardante le statistiche delle migrazioni esterne ed interne, dove vengono messe in evidenza le principali difficoltà che si incontrano nel rilevare i dati dei movimenti migratori internazionali, sia col *metodo diretto*, mediante il rilievo degli entrati e degli usciti fatto *alla partenza*, *alla frontiera comune*, nei *paesi di transito*, ed *all'arrivo*, sia col *metodo indiretto* basato sull'azione combinata dei risultati dei censimenti e delle rilevazioni dello stato civile.

È un fatto, purtroppo, che gravi divergenze appaiono fra le statistiche delle migrazioni dei vari paesi e, nonostante che molto si sia discusso per l'unificazione dei metodi di rilevazione — e fra i progetti più interessanti merita di essere ricordato quello ricavato dall'esperienza italiana, e presentato dal nostro MOLINARI nel 1933 alla riunione di Messico dell'Istituto Internazionale di Statistica — ben poco, in realtà, si è concluso.

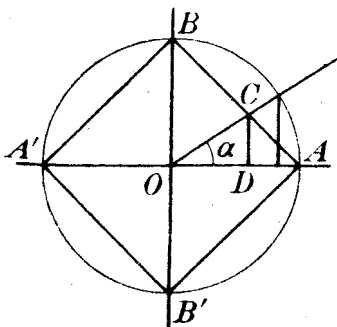
SILVIO VIANELLI

V. ALACI: *Trigonometria patratica — (quadratica) —* dalla « Revista Matematica din Timisoara », (XVIII, n.° 10, 11, 12; XIX, n.° 1, 2).

La *trigonometria quadratica* ha per base un quadrato fondamentale $ABA'B'$, situato come è indicato nella figura, nella quale è supposto $OA = 1$.

Nella nuova trigonometria il *seno* ed il *coseno* sono le lunghezze dei segmenti CD , OD , determinati dal punto C dove il lato OC dell'angolo z incontra la periferia del quadrato; essi si indicano al modo seguente: $sp\ z = CD$, $cp\ z = OD$.

La *tangente* e la *cotangente*, nella nuova trigonometria, non differiscono dalle omonime linee della trigonometria circolare, e si indicano cogli stessi simboli. I segni delle nuove linee seguono, nei vari quadranti, le stesse norme che si hanno per le linee omonime della trigonometria circolare.



Pel primo quadrante, si hanno immediatamente le relazioni fondamentali:

$$tg\ z = \frac{sp\ z}{cp\ z}, \quad sp\ z + cp\ z = 1; \quad sp\ z = \frac{tg\ z}{1 + tg\ z}, \quad cp\ z = \frac{tg\ z}{1 + tg\ z};$$

$$sp\ (z + \beta) = \frac{sp\ z + sp\ \beta - 2\ sp\ z\ sp\ \beta}{1 - 2\ sp\ z\ sp\ \beta};$$

$$sp\ z = OC \cdot \text{sen}\ z, \quad cp\ z = OC \cdot \text{cos}\ z;$$

$$OC = 1/(\text{sen}\ z + \text{cos}\ z) = \sqrt{sp^2\ z + cp^2\ z};$$

$$sp\ z = \frac{\text{sen}\ z}{\text{sen}\ z + \text{cos}\ z}, \quad cp\ z = \frac{\text{cos}\ z}{\text{sen}\ z + \text{cos}\ z};$$

$$\text{sen}\ z = \frac{sp\ z}{\sqrt{sp^2\ z + cp^2\ z}}, \quad \text{cos}\ z = \frac{cp\ z}{\sqrt{sp^2\ z + cp^2\ z}}.$$

È interessante il fatto che, per le funzioni trigonometriche $sp\ z$, $cp\ z$, siano razionali le formule di addizione.

Per la risoluzione trigonometrica dei triangoli si hanno anzitutto, per il triangolo rettangolo in A , ABC , le formule:

$$b = (b+c) sp\ B = (b+c) \cdot cp\ C = 2p \cdot sp\ B/2. \quad (2p = a + b + c).$$

Per la risoluzione di triangoli qualunque, ABC , si associa a ciascuno di essi una terna di triangoli rettangoli, di cateti: $a, b+c$; $b, c+a$; $c, a+b$; e si indicano con α, β, γ gli angoli di tali triangoli, opposti rispettivamente ai cateti a, b, c ; si hanno allora le relazioni:

$$a = 2p \cdot sp\ \alpha, \quad b = 2p \cdot sp\ \beta, \quad c = 2p \cdot sp\ \gamma; \quad sp\ \alpha + sp\ \beta + sp\ \gamma = 1.$$

$$\frac{\text{sen}\ A}{sp\ \alpha} = \frac{\text{sen}\ B}{sp\ \beta} = \frac{\text{sen}\ C}{sp\ \gamma} = \frac{p}{R}; \quad \frac{b+c}{cp\ \alpha} = \frac{c+a}{cp\ \beta} = \frac{a+b}{cp\ \gamma} = 2p.$$

dalle quali, in particolare, si deduce:

$$\operatorname{sp} \frac{A}{4} \cdot \operatorname{sp} \frac{B}{4} \cdot \operatorname{sp} \frac{C}{4} + \operatorname{cp} \frac{A}{4} \cdot \operatorname{cp} \frac{B}{4} \cdot \operatorname{cp} \frac{C}{4} = 1.$$

La costruzione della trigonometria quadratica, ingegnosamente concepita, e compiutamente sviluppata dall'A., può farsi sia per deduzione diretta dalle formule fondamentali, con procedimento analogo a quello tenuto per l'antica trigonometria, sia per deduzione dalle formule corrispondenti della trigonometria circolare, senza incontrare difficoltà notevoli di ordine concettuale; e servirà come utile esercizio, istruttivo ed interessante, poichè presenta sviluppi che valgono a far meglio intendere e rilevare i fondamenti e gli sviluppi della ordinaria trigonometria.

L'A. si occupa anche della derivazione delle funzioni quadratiche; e in un altro notevole lavoro inserito nel « Bulletin de l'École polytechnique de Timisoara », (t. VIII, 1939), tratta della integrazione. Si ha, ad es.:

$$(\operatorname{sp} x)' = \operatorname{sp}^2 x + \operatorname{cp}^2 x; \quad \int_0^{\pi} \operatorname{sp} x dx = \frac{\pi}{2}.$$

V. G. CAVALLARO

HOLTAPPEL H. W.: *Tafels van e^x*. — P. Noordhoff N. V., Groningen-Batavia, 1938.

Il pregevole lavoro dell'A. colma una importante lacuna nel campo delle tavole di calcolo numerico e in particolare di quelle interessanti la matematica attuariale. Esso fornisce fundamentalmente una tavola dei valori di e^{+x} ed e^{-x} , a dieci cifre decimali, per valori dell'argomento da 0,000 a 9,999, ad intervalli di una unità della terza decimale. La tavola è accompagnata da altre minori sussidiarie per i calcoli, e preceduta da una prefazione in olandese, inglese, francese, tedesco, italiano, che dà breve conto del procedimento di redazione e numerosi esempi d'uso.

P. D.