ETTORE CARRUCCIO

Condizione necessaria e sufficiente perché una funzione di due variabili sia scindibile

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 2, Vol. **1** (1939), n.5, p. 480–482.
Unione Matematica Italiana
<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_5_480_0>

Condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione di due variabili sia scindibile.

Nota di ETTORE CARRUCCIO (a Verona).

Sunto. - *Si dimostra una condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione di due variabili* x *e* y *sia scindibile nel prodotto di una funzione della sola* x *per una funzione della sola* y. *Seguono osservazioni ed un esempio.*

La Nota del prof. F. SIBIRANI dal titolo: *Una proposizione insussistente* (1), mi ha spinto a ricercare una condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione di due variabili $f(x, y)$ sia scindibile, sia cioè il prodotto di una funzione della sola x per una funzione della sola y.

(1) V. « Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », Bologna, Maggio 1939-XVII, pag. 229.

Sono giunto al semplicissimo risultato seguente:

Condizione necessaria e sufficiente perchè la funzione f(x, y) *sia scindibile è che sempre sia il quoziente*

$$\frac{f(x, y)}{f(a, y)} = g(x), \tag{1}$$

(funzione quest'ultima della sola x) *dove* a *è un numero determinato qualsiasi per cui sia* f(a, y) $\neq$ 0.

Infatti:

1°) Se $f(x, y)$ è scindibile si potrà porre:

$$f(x, y) = \varphi(x) \cdot \psi(y),$$

quindi

$$\frac{f(x, y)}{f(a, y)} = \frac{\varphi(x) \cdot \psi(y)}{\varphi(a) \cdot \psi(y)} = \frac{\varphi(x)}{\varphi(a)}.$$

Dunque il rapporto $\frac{f(x, y)}{f(a, y)}$ è una funzione della sola x.

2°) Viceversa, supponiamo verificata la condizione (1); se ne deduce subito:

$$f(x, y) = g(x) \cdot f(a, y),$$

cioè la funzione $f(x, y)$ è scindibile, c. v. d.

Osservazione 1ª. — La condizione (1) equivale alla seguente:

$$\frac{f(b, y)}{f(a, y)} = \text{costante},$$

dove a e b sono numeri determinati qualsiasi ed $f(a, y) \neq 0$.

Osservazione 2ª. — Se il rapporto $\frac{f(x, y)}{f(a, y)}$ è derivabile parzialmente rispetto alla y, la condizione (1) si può anche mettere sotto la forma

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f(x, y)}{f(a, y)}\right) = 0.$$

Esempio. — Applichiamo la condizione (1) per verificare che la funzione

$$1 + \frac{y}{x} \text{ [2]}$$

non è scindibile.

Facciamo

$$a = 1$$

[2] V. articolo citato.

e formiamo il rapporto

$$\frac{1+\frac{y}{x}}{1+\frac{y}{1}}=\frac{x+y}{x(1+y)}.$$

Ora questo rapporto non è funzione della sola x, perchè per $x=2$, $y=0$ assume il valore 1; mentre se continua ad essere $x=2$ diventando $y=1$, il rapporto assume il valore $\frac{3}{4}$.

Analogamente si può provare che anche la funzione $\frac{1}{1+\frac{x}{y}}$ non è scindibile.