
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ARMANDO CHIPELLINI

**Sull'equazione differenziale lineare
soddisfatta dal prodotto di
integrali di un'equazione
differenziale lineare del 2° ordine**

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
2, Vol. 1 (1939), n.5, p. 435–436.*

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_5_435_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_5_435_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1939.

Sull'equazione differenziale lineare soddisfatta dal prodotto di integrali di un'equazione differenziale lineare del 2° ordine.

Nota di ARMANDO CHIELLINI (a Cagliari).

Sunto. - Si mostra come un risultato stabilito dal PALAMÀ nel fascicolo 3° di questo « Bollettino » sia una conseguenza immediata di risultati già noti.

Mi riferisco alla Nota di G. PALAMÀ: *Sull'equazione differenziale lineare soddisfatta dal prodotto $u_1 u_2 \dots u_m$ degli integrali particolari della $u'' + f_1 u' + f_2 u = 0$ e su di una formula integrale dei polinomi di Hermite* (1), in cui Egli stabilisce l'equazione differenziale lineare di ordine minimo a cui soddisfa ciascuno di tutti i prodotti possibili del tipo

$$(1) \quad cu_1 u_2 \dots u_m, \quad (c = \text{costante})$$

con u_i soluzioni dell'equazione differenziale del secondo ordine

$$(2) \quad u'' + f_1 u' + f_2 u = 0.$$

Non credo inutile osservare come tale questione fosse già ben nota da molto tempo, in base al così detto Teorema di BRISQHI: « Ogni forma di grado m di due integrali di un'equazione differenziale del 2° ordine è integrale di un'equazione differenziale lineare dell'ordine $m + 1$ », ed anzi, se « l'equazione (2) si suppone senza il termine in u' , l'equazione di ordine $m + 1$ a cui si perviene ha l'importantissima proprietà di aver nulli tutti i suoi invarianti differenziali fondamentali e viceversa ».

Tale teorema, che fu stabilito per via geometrica, mediante la curva associata, anche dal BERZOLARI in una sua bella Memoria del 1897 (« Annali di Matematica », (2), t. 26), fu poi dimostrato in maniera completa analiticamente, per es. dal WILCZYNSKI nel suo libro: *Projective differential Geometry of curves and ruled Surfaces*, pagg. 46-47, ed ultimamente anche da me nel Corso di Matematiche Superiori che ho tenuto nella R. Università di Cagliari, sugli invarianti differenziali lineari (Anno Accademico 1938-39).

Inoltre in una Memoria, forse ormai dimenticata, del prof. M. CHINI, *Sull'equazione differenziale del 2° ordine lineare ed omogenea* (« R. Accad. delle Scienze di Torino », vol. XXXIII, anno 1897-98) si dà un procedimento ricorrente quanto mai elegante per scrivere

(1) « Boll. Unione Mat. Ital. », serie II, anno I (1939), fasc. 3, pag. 230

l'equazione di ordine $m + 1$ a cui soddisfa una forma di ordine m di due soluzioni particolari dell'equazione del 2° ordine.

Ora se noi osserviamo che detti ξ_1, ξ_2 due integrali indipendenti della (2), si può scrivere

$$u_i = c_{i1}\xi_1 + c_{i2}\xi_2,$$

con le c_i costanti, segue senz'altro che la (1) risulta una forma di grado m in ξ_1 e ξ_2 e quindi il risultato del PALAMÀ.