
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

DARIO GRAFFI

Ancora sui limiti superiori della frequenza e lo smorzamento dei sistemi oscillanti dissipativi

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 2,
Vol. 1 (1939), n.3, p. 199–201.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_3_199_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_3_199_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1939_2_1_3_199_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1939.

**Ancora sui limiti superiori della frequenza
e lo smorzamento dei sistemi oscillanti dissipativi.**

Nota di DARIO GRAFFI (a Bologna).

Sunto. - *Si determina un'altro limite superiore per le frequenze di un sistema oscillante dissipativo, uguale alla metà del limite trovato in altra Nota. Si trovano poi nuove limitazioni per lo smorzamento.*

In una Nota precedente ⁽¹⁾, alla quale rimandiamo per maggiori ragguagli, abbiamo determinato un limite superiore. indipen-

(¹) Questo « Bollettino », anno XVII, pag. 15 (febbraio 1938).

dente dall'espressione dell'energia cinetica, per le frequenze e gli smorzamenti di un sistema meccanico che compie, in presenza di forze dissipative, piccole oscillazioni intorno a una posizione di equilibrio stabile.

In questa Nota intendiamo determinare, per le frequenze, un limite ancora più basso, e dedurre altre limitazioni per i corrispondenti coefficienti di smorzamento.

Dalla (11) e (12) della Nota citata si trae:

$$(1) \quad 2V = \frac{\mu^2 + \omega^2}{\mu} \bar{F},$$

dove ω è una pulsazione ⁽²⁾ sulla quale può oscillare il sistema, μ il corrispondente coefficiente di smorzamento, \bar{F} e V due forme quadratiche positive i cui coefficienti coincidono con quelli, rispettivamente, della funzione di dissipazione F e del doppio dell'energia potenziale V .

Dalla (1) si ha subito:

$$(2) \quad \mu^2 - 2 \frac{\bar{V}}{\bar{F}} \mu + \omega^2 = 0.$$

Ora nel lavoro citato abbiamo provato che:

$$(3) \quad \frac{\bar{V}}{\bar{F}} \leq \frac{\nu}{\varphi},$$

dove ν è il maggiore dei coefficienti principali della forma quadratica che rappresenta il doppio dell'energia potenziale, φ il minore dei coefficienti principali della forma che rappresenta la funzione di dissipazione.

Sostituendo (3) nella (2) si ha, poichè $\mu > 0$, una disequaglianza che si può considerare come inequazione in μ :

$$(4) \quad \mu^2 - 2 \frac{\nu}{\varphi} \mu + \omega^2 \leq 0.$$

Ora poichè μ è reale questa inequazione deve ammettere radici reali cioè deve essere positivo, o al più nullo, il discriminante del trinomio in μ che compare nel primo membro di (4). Cioè:

$$\left(\frac{\nu}{\varphi}\right)^2 - \omega^2 \geq 0.$$

Da cui scende subito, poichè $\omega > 0$, che deve essere:

$$(5) \quad \omega \leq \frac{\nu}{\varphi}.$$

⁽²⁾ Cioè ω vale 2π volte una frequenza sulla quale può oscillare il sistema.

Si è trovato così per la pulsazione un limite superiore che è la metà di quello trovato l'altra volta.

Risolvendo la (4) si ha poi :

$$(6) \quad \frac{\nu}{\varphi} - \sqrt{\left(\frac{\nu}{\varphi}\right)^2 - \omega^2} \leq \mu \leq \left(\frac{\nu}{\varphi}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{\nu}{\varphi}\right)^2 - \omega^2},$$

formula che può usarsi per il calcolo di un limite superiore o inferiore per μ indipendente dall'espressione dell'energia cinetica quando, per altra via, sia noto il valore di ω .