Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

# Rendiconti

Edoardo Vesentini

## Aldo Andreotti

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8*, Vol. **71** (1981), n.6, p. 251–258.

Accademia Nazionale dei Lincei

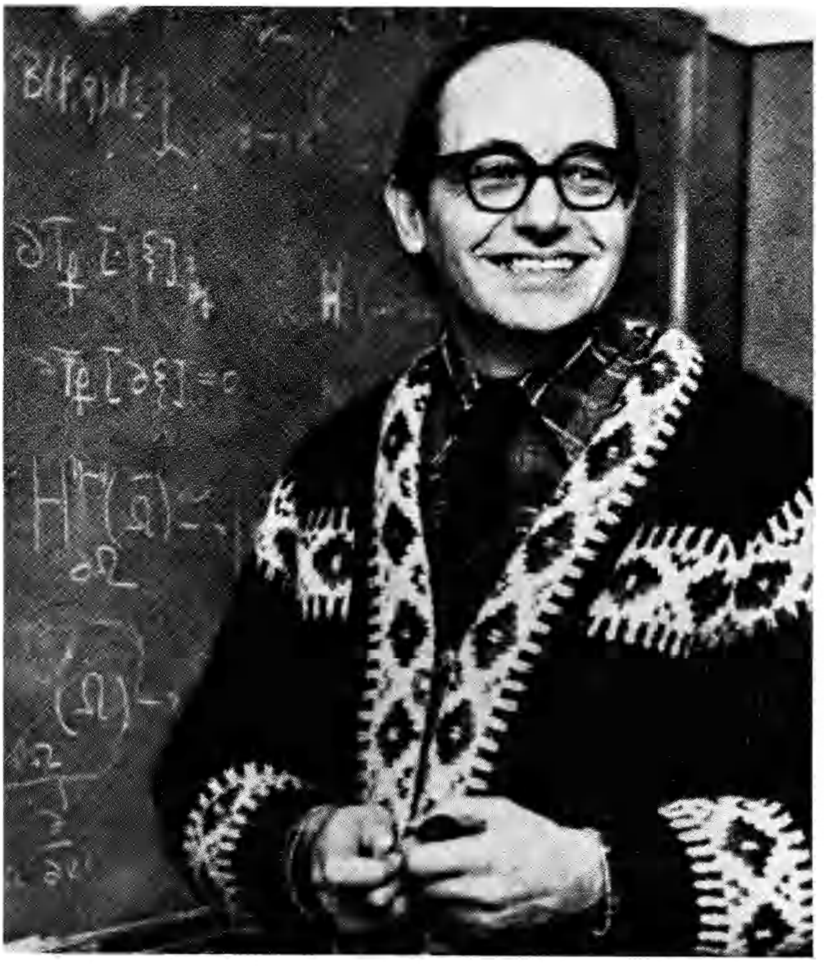
<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1981_8_71_6_251_0>

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Accademia Nazionale dei Lincei, 1981.

EDOARDO VESENTINI

# ALDO ANDREOTTI

Commemorazione tenuta nella seduta ordinaria del 12 dicembre 1981



Aldo Andreotti

Edoardo Vesentini (*)

# ALDO ANDREOTTI

Il 21 febbraio 1980 moriva improvvisamente a Pisa, all'età di 55 anni, Aldo Andreotti, proprio mentre si accingeva a tenere un seminario. La morte privava così la matematica di uno degli ingegni più limpidi e più forti, di un lavoratore instancabile che ad essa aveva dedicato la parte migliore di sé.

Parlare di Andreotti è doloroso e difficile. Doloroso per chi – come me – ha diviso con lui, per molti anni, le fatiche della ricerca scientifica, e pensa con nostalgia a quel periodo ormai lontano come ad uno dei più felici e più importanti della propria vita. Difficile, perché è difficile calare in un breve discorso una personalità ricca e complessa che è riuscita a vivere così intensamente la sua breve giornata terrena. Andreotti rifiutava ogni retorica, ed esprimeva questa sua ripugnanza in forme talvolta paradossali. Per rispettare fino in fondo la sua memoria, cercherò di rileggere la sua storia individuale contrappuntandola con quella della scienza alla quale egli ha dedicato, sino alla fine, tutte le sue energie.

Secondo Enriques, « l'ingegno matematico » può « sì presentare delle lacune e talvolta degli aspetti bizzarri, ma richiede una somma di doti che conferiscono a chi le possiede una larga versatilità, anzi la potenza di approfondire i più diversi campi dello scibile ». In armonia con questo giudizio, Andreotti compie con regolarità, a Firenze, ove era nato il 15 marzo 1924, gli studi medi, mostrando una varietà di interessi culturali, che continuerà a coltivare per tutta la vita. Interessi che trovano terreno fertile in un ambiente familiare ove la memoria del padre – lo scultore Libero Andreotti, scomparso quando Aldo aveva appena nove anni – si concilia dialetticamente con l'educazione cattolica impartita dalla madre, Margherita Carpi.

Ben presto, gli interessi culturali di Andreotti si orientano fermamente verso la matematica. Studente della Scuola Normale Superiore, egli scrive, in una « Nota sull'indirizzo degli studi e sulle mie speciali tendenze », datata 30 settembre 1942 e conservata nell'archivio della Scuola: « Ho sempre avuto, fin dai primi anni di studio, forte inclinazione per la matematica ». « Lo studio dell'Aritmetica, dell'Algebra, della Geometria e, in seguito, quello della Fisica, mi hanno sempre più interessato: più viva simpatia ho provato per la Matematica per il rigore della sua logica e per la estrema chiarezza, e specialmente a questa intendo dedicare i miei studi universitari ». Questa decisione, espressa limpidamente da un ragazzo di diciotto anni, ha origine negli studi liceali, che Andreotti

(*) Discorso commemorativo letto nella seduta ordinaria del 12 dicembre 1981.

ha compiuti al Liceo Classico Michelangelo di Firenze, ove a quel tempo insegnava matematica Giuseppe Gherardelli, che sarebbe diventato, poco più tardi, professore di geometria nell'Università di Pavia.

L'incontro con Giuseppe Gherardelli fu forse il primo degli incontri importanti che scandirono l'esistenza di Andreotti. Altri ne seguirono, con alcuni fra i maggiori matematici del nostro tempo: incontri che « contarono » nella vita di Andreotti e si trasformarono spesso in amicizia. Questo dell'amicizia è un tema importante: egli era un ingegno tutt'altro che solitario; amava anzi il lavoro scientifico in collaborazione, collaborazione che diveniva ben presto comunanza di interessi culturali, destinata a durare. Sessantadue dei cento lavori scientifici pubblicati da Andreotti in 33 anni di attività sono in collaborazione, spesso con più di un autore: percentuale eccezionale nella matematica.

L'incontro più importante, l'incontro decisivo per la sua vita scientifica avvenne alcuni anni più tardi, dopo che – rientrato dalla Svizzera ove era riuscito fortunosamente a rifugiarsi dopo l'armistizio dell'8 settembre 1943 – egli aveva ripreso i suoi studi alla Scuola Normale Superiore. Là, nel 1947 tenne un ciclo di lezioni Francesco Severi. Ebbe così inizio fra i due una corrispondenza che non fu amicizia per la notevole differenza di età, di posizione accademica, di forma mentis, ma arricchì entrambi: Severi che trovò in Andreotti uno dei suoi allievi migliori, questi che dal Maestro imparò a vedere la matematica come un *unicum* al di sopra delle suddivisioni artificiali e delle specializzazioni tecnicistiche.

La geometria algebrica, argomento del corso di Severi, affascinò subito Andreotti, divenendo per molti anni tema predominante di ricerca e restando, sino alla fine, motivazione, talora remota, di tutto il suo lavoro scientifico. Il corso di Severi, dedicato ai « Fondamenti della geometria algebrica », riguardava un argomento che aveva assunto grande rilevanza a partire dagli anni trenta, quando l'edificio dalle linee armoniose costruito fra la fine dell'ottocento ed i primi decenni del nostro secolo dai geometri italiani, ed in particolare da Corrado Segre, da Guido Castelnuovo, da Federigo Enriques e dallo stesso Severi, cominciava a mostrare lesioni che avrebbero richiesto un accurato riesame critico delle definizioni e delle dimostrazioni. Questo lavoro di sistemazione e di restauro fu turbato da controversie e polemiche che esularono talora dal contesto scientifico ed ebbero conseguenze complessivamente negative per gli studi di geometria algebrica. Da un lato, esse screditarono una scuola che aveva pur costruito una struttura di impareggiabile eleganza, scoraggiando molti promettenti ricercatori dall'avventurarsi su un terreno considerato malfido; dall'altro, diedero spazio ad una problematica cui, come scrisse Castelnuovo, « più che il terreno da esplorare interessa la via che vi conduce, e questa via ora viene seminata di ostacoli artificiali, ora si libra tra le nuvole ».

Andreotti è troppo buon matematico per lasciarsi influenzare dagli effetti deleteri delle polemiche, ma, conscio della necessità di mantenersi su un terreno solido, dopo i primi lavori giovanili, ove utilizza con brillante spregiudicatezza i cosiddetti metodi algebrico-geometrici, giungendo a risultati che, nel 1950, gli valgono il premio Comessatti, rivolge la sua attenzione a quelli che, nel linguaggio tradizionale, si chiamano i « metodi trascendenti » della geometria algebrica. Qui egli diviene ben presto uno dei maggiori esperti, e pubblica una serie di lavori che gli valgono, oltre ad un premio dell'Académie Royale de Belgique di Liegi, la cattedra universitaria, e costituiscono i contributi più importanti dati in Italia ai metodi trascendenti, dopo la memoria del 1909, di Enriques e Severi, sulle superfici iperellittiche.

I problemi affrontati sono di grande rilievo: l'estensione alle superfici algebriche di risultati di Hurwitz sulle curve con gruppi finiti di automorfismi birazionali, l'uniformizzazione di certe superfici, la classificazione delle superfici contenute in una varietà abeliana, il teorema di dualità fra la varietà di Picard e la varietà di Albanese (dimostrato indipendentemente e simultaneamente da Jun–ichi Igusa e da André Weil). In essi affiorano temi che egli svilupperà più avanti: una dimostrazione del teorema di Torelli contenuta in uno dei lavori citati, ed un commento di André Weil, provocheranno una elegantissima dimostrazione che Andreotti pubblicherà nel 1958. Lo studio dell'omologia delle sottovarietà condurrà alla dimostrazione del primo teorema di Lefschetz, dimostrazione ottenuta, in collaborazione con Ted Frankel, utilizzando la teoria di Morse, sulla base di un'idea di René Thom. Nei lavori pubblicati in questo periodo compare per la prima volta la superficie di Kummer. Allo studio di questa superficie, ed in particolare al problema dei moduli, Andreotti dedicherà lunghe ricerche che, pur restando inedite (ad eccezione di una breve nota giovanile del 1949), contribuiranno a richiamare sulla superficie di Kummer l'attenzione dei matematici.

In esito alla vittoria nel concorso, Andreotti viene chiamato a ricoprire una cattedra di geometria nell'Università di Torino, a partire dall'anno accademico 1951/52. A Torino egli resta formalmente fino al 1959, trascorrendo l'anno accademico 1956/57 a Nancy e Parigi, ed il biennio 1957/59 a Princeton.

In quegli anni si conclude l'apprendistato ed ha inizio il periodo di piena maturità di Andreotti. Con la pubblicazione della dimostrazione del teorema di Torelli e di un lavoro, in collaborazione con Paolo Salmon, sugli anelli fattoriali, sembra affievolirsi l'interesse di Andreotti per la geometria algebrica pura, alla quale ritornerà sporadicamente: nel 1967, risolvendo in collaborazione con Alan Mayer, un classico problema sui periodi degli integrali abeliani di una curva algebrica, riprendendo e generalizzando una relazione, scoperta da Schottky nel 1888, fra i periodi degli integrali normali di prima specie di una curva algebrica di genere quattro; nel 1969, provando, con Ted Frankel, il secondo teorema di Lefschetz sulle sezioni iperpiane di una varietà algebrica, ed occupandosi, con Enrico Bombieri, degli omeomorfismi di una varietà algebrica; nel 1972 pubblicando, insieme a Francesco Gherardelli, una breve nota (apparsa nel 1974) sulle varietà quasi abeliane.

Con la permanenza a Princeton ha inizio il lungo periodo di lavoro sulle funzioni analitiche, alle quali Andreotti aveva dedicato le sue prime ricerche preparando la tesi di laurea sulle rappresentazioni conformi, sotto la guida di Francesco Cecioni, e sulle quali aveva ben presto richiamato la sua attenzione Severi, che a partire dagli anni trenta aveva intrapreso lo studio sistematico delle funzioni olomorfe di più variabili, motivato inizialmente da problemi di geometria algebrica.

A Princeton, l'ambiente intellettualmente stimolante dell'Institute for Advanced Study, terreno particolarmente fertile per lo sviluppo delle collaborazioni scientifiche, è del tutto congeniale ad Andreotti. La collaborazione con Wilhelm Stoll, iniziata all'Institute, frutta nel periodo 1960–71 due lavori sull'estensione delle applicazioni olomorfe ed un grosso volume delle Springer Lecture Notes sulla dipendenza analitica ed algebrica di funzioni meromorfe.

A Princeton trascorre gli anni accademici 1957/58 e 1958/59 Hans Grauert che proprio in quel periodo dimostra come dal problema di Levi possa trarsi la soluzione (ottenuta poco prima da C. B. Morrey per tutt'altra via) di una congettura di H. Whitney sull'immergibilità analitica di varietà analitiche reali. Fra Grauert, che lavora da anni su questioni di convessità olomorfa, e Andreotti, che delle memorie di Eugenio Elia Levi ha una conoscenza di prima mano, nasce una collaborazione che si concluderà a Göttingen, ove Andreotti sarà Gauss Professor nel 1960/61. Da essa nasce la teoria della $p$–convessità e della pseudo–concavità, con i teoremi di annullamento e di finitezza della coomologia di un fascio analitico coerente, di dipendenza algebrica di funzioni meromorfe: teoremi che segnano un'epoca nella storia dell'analisi complessa.

Le questioni legate alla convessità di Levi richiameranno in modo crescente l'attenzione di Andreotti, restando, sino alla fine, al centro dei suoi interessi scientifici. La struttura dell'operatore differenziale di Laplace–Beltrami per le sezioni di un fibrato vettoriale analitico fa presagire un legame fra le sezioni armoniche ed il comportamento della forma di Levi. Chiarificare questo legame richiede anzitutto una generalizzazione della teoria delle sezioni armoniche di un fibrato, sviluppata da Kodaira e Spencer nel caso delle varietà kähleriane compatte. Nascono così i lavori sulla coomologia delle forme a quadrato integrabile, ai quali arreca un contributo notevole Guido Stampacchia con una diseguaglianza – che oggi porta il suo nome – la quale mette in luce il ruolo determinante della completezza della metrica della varietà. Una condizione di coercività su una semi–norma di « tipo Dirichlet » conduce a teoremi di annullamento e di finitezza della coomologia, onde seguono – per una nuova via – non solo i risultati di Andreotti e Grauert, ma anche i teoremi fondamentali di Cartan–Serre sui fasci analitici coerenti su uno spazio di Stein. I risultati da noi ottenuti si sovrappongono in parte a quelli di un'indagine compiuta, pressapoco nello stesso periodo, da Lars Hörmander, dai quali si distinguono tuttavia per l'uso sistematico dei metodi della geometria differenziale, che conducono a valutazioni quantitative particolarmente maneggevoli. Queste tecniche, da noi applicate una prima volta a questioni di rigidità dei quozienti non compatti di domini limitati simmetrici, continuano ad essere utilizzate con successo.

Quei risultati sulla rigidità dovevano costituire, insieme ad un'estensione al caso non compatto del teorema di immersione di Kodaira, una tappa di un ambizioso programma sulla rigidità di quozienti pseudo–concavi di domini limitati omogenei. Punto di partenza era la scoperta, compiuta da Andreotti e Grauert nel 1962, che il quoziente del dominio di Siegel per il gruppo unimodulare è pseudo-concavo: risultato esteso da A. Borel nel 1964 ai quozienti di domini classici per gruppi aritmetici. Il programma resterà incompiuto ed il teorema di rigidità verrà stabilito più tardi, per tutt'altra via, da G. A. Margulis.

L'interesse di Andreotti resta concentrato sui problemi della geometria delle varietà pseudo-convesse e pseudo-concave, alle quali non cessa di portare contributi interessanti, in collaborazione con R. Narasimhan, G. Tomassini, Yum Tong Siu, A. Huckleberry, A. Kas, C. Bănică, W. A. Adkins, J. V. Lehay. Fra quei lavori merita particolare menzione un gruppo di memorie, in collaborazione con François Norguet, ove viene studiato lo spazio dei cicli analitici compatti di una varietà $p$-completa, e si passa dai problemi di convessità per le funzioni, cioè per le sezioni di un fascio, a quelli per classi di coomologia d'ordine superiore, giungendo a risultati significativi e ponendo difficili questioni non ancora risolte.

La trattazione dei problemi di convessità mediante lo studio dell'operatore di Laplace–Beltrami induce Andreotti a chiedersi fino a qual punto i risultati ottenuti dipendano dalla peculiare struttura del complesso di Cauchy–Riemann, o possano invece inserirsi in una teoria più generale, costruita per altri operatori differenziali: questione che trova precedenti nell'estensione, compiuta da S. Bochner, L. Ehrenpreis, B. Malgrange, di teoremi classici della teoria delle funzioni olomorfe alle soluzioni di sistemi differenziali sovradeterminati. L'indagine di Andreotti ha motivazioni più specifiche nel famoso esempio, costruito da Hans Lewy nel 1957, di un'equazione lineare alle derivate parziali priva di soluzioni, e nelle osservazioni di Ennio De Giorgi sulla non esistenza di soluzioni analitiche di certe equazioni alle derivate parziali a coefficienti costanti. Nasce così un complesso importante di lavori, che costituiscono l'ultima fatica scientifica di Andreotti, ai quali collabora sistematicamente Mauro Nacinovich e portano contributi C. D. Hill, S. Lojasiewicz, C. Fredricks. In questo finale pezzo di bravura di un matematico di classe intervengono ed operano armonicamente tecniche e strumenti classici e moderni assimilati e rielaborati in un trentennio di attività: le sizigie di Hilbert, la successione di Mayer–Vietoris, il principio di Phragmén–Lindelöf, ...

* * *

Conclusa la permanenza a Princeton nel 1959, dopo aver rifiutato offerte molto allettanti da parte di prestigiose istituzioni universitarie degli Stati Uniti, Andreotti rientra in Italia ed inizia il suo insegnamento a Pisa, ove era stato chiamato a ricoprire una cattedra, prima all'Università e poi alla Scuola Normale Superiore, e dove restò fino alla morte, con lunghe parentesi trascorse a Göttingen, Strasburgo, Waltham, Stanford, Corvallis.

La reputazione di Andreotti, già nel 1959, era rimbalzata dagli Stati Uniti all'Italia, e le attese per il suo arrivo a Pisa erano molto vive. I numerosi allievi che hanno avuto la fortuna di entrare in dimestichezza con lui possono testimoniare che quelle attese sono state ampiamente appagate.

La didattica di Andreotti si addiceva a piccoli numeri di studenti selezionati. Per lui non esisteva iato fra insegnamento e ricerca. In una delle nostre ultime conversazioni in Normale voleva convincermi di non essere in grado di insegnare un corso *elementare* sulle funzioni olomorfe di *una* variabile, perché in quel campo non aveva più lavorato da molti anni, addirittura dai tempi della tesi di laurea. D'altra parte, quando insegnava, si rivelava un docente efficacissimo. Le sue lezioni, alcune delle quali raccolte in volume (da quelle sulle funzioni analitiche, tenute a Strasburgo nel 1961, al corso sugli spazi vettoriali topologici del 1965/66, all'Etude de géométrie algébrique del 1976/77) erano esempi di una chiarezza cristallina e di una onestà intellettuale che gli impediva di nascondere le difficoltà dietro funambolismi espositivi, ma, al contrario, lo spingeva a chiarire ogni particolare senza esitare a scendere nei dettagli apparentemente più banali.

L'attività scientifica gli portò non pochi riconoscimenti accademici. Ebbe la laurea honoris causa dall'Università di Nizza nel 1966 ed il Premio Feltrinelli nel 1971. Fu socio dell'Accademia Nazionale dei Lincei – corrispondente dal 1968, nazionale dal 1979 – socio dell'Accademia delle Scienze di Torino e dell'Accademia delle Scienze di Göttingen. Chi lo conosceva, sa che egli non prestava grande attenzione a questo tipo di riconoscimenti, ma aveva esigenze spiritualmente assai più elevate.

Nessuno saprà mai se l'ammirazione, la riconoscenza e l'affetto di chi gli è stato vicino avrà potuto ripagarlo per i doni che ha profuso senza risparmio nel breve arco della sua esistenza.