

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

*Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura*

---

MILVIO CAPOVANI

## **Matematica, scienza del calcolo, creatività e formazione**

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 5-A—La  
Matematica nella Società e nella Cultura (2002), n.3, p. 455–472.*

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_2002\\_8\\_5A\\_3\\_455\\_0>](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2002_8_5A_3_455_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## **Matematica, scienza del calcolo, creatività e formazione.**

MILVIO CAPOVANI

### **1. – Scienza e Tecnologia.**

La scienza e la tecnologia sono profondamente legate allo sviluppo della società, anche per gli aspetti economici, filosofici ed etici. Per il progresso economico, sociale e culturale del Paese è fondamentale potenziare lo sviluppo delle conoscenze scientifiche e tecnologiche che, fra l'altro, sono state e sono determinanti per migliorare, sotto i vari aspetti, la qualità della vita dell'uomo. È stato anche affermato, in accordo con quanto sostiene Burton Richter (Premio Nobel per la Fisica), che l'Italia deve decidere il proprio futuro ovvero se si accontenta di una economia forte solo nel turismo e nella moda e quindi prepararsi ad un graduale declino; oppure cambiare rotta, investire in ricerca e sviluppo, promuovere osmosi fra industria e università, sviluppare scienza e tecnologia a tutto campo.

In occasione della proclamazione di Albert Einstein uomo del secolo, è stato affermato che il mondo è cambiato molto di più negli ultimi cento anni che in qualsiasi altro secolo della storia e la ragione di questo non è politica o economica, ma è dovuta essenzialmente al progresso scientifico e tecnologico. Albert Einstein, fra l'altro ribelle ai metodi di insegnamento dell'epoca, è stato il principale artefice di questo progresso. È certo che la realizzazione della bomba atomica prima, e della bomba nucleare dopo, hanno condizionato la politica mondiale degli ultimi decenni. Sarebbe interessante, fra l'altro valutare il ruolo svolto dal progetto dello scudo spaziale, dall'avanzamento delle conoscenze scientifiche e tecnologiche, in particolare nell'informatica, centralizzata prima distribuita poi, e nelle nuove tecnologie delle trasmissioni delle informazioni via satellite nel crollo dell'Unione Sovietica.

È opportuno rilevare che anche per la mancanza di una diffusa

cultura scientifica l'Italia ha deciso di chiudere le proprie centrali nucleari e interrompere le ricerche nel settore nucleare, nel quale all'inizio degli anni sessanta eravamo tra i primi nel mondo. Questa è stata una scelta unica fra i paesi industrialmente avanzati e non degna di un paese civile perché l'Italia utilizza energia elettrica generata da centrali nucleari di altri paesi, come la Francia, poste vicine ai nostri confini. Con questa scelta non è stato possibile condurre gli studi su centrali di piccole dimensioni intrinsecamente sicure, che potrebbero anche contribuire all'abbattimento dell'inquinamento dell'ambiente e ad un contenimento del consumo di una sostanza preziosa come il petrolio, usata in modo irresponsabile dall'uomo per generare energia e investire risorse nel settore della fusione nucleare. Mario Silvestri, uno dei padri del nucleare italiano, ha affermato: mi auguro che le scelte nel campo dell'energia che il mondo politico si è fatto carico di prendere, siano avvenute guardando all'interesse del Paese anziché a quelli di una fazione.

Per creare nuova tecnologia e poter inseguire la sua rapida evoluzione occorre una profonda conoscenza scientifica di base, anche per gli aspetti metodologici: la tecnologia avanzata di oggi sarà la tecnologia superata di domani. Solamente con profonde conoscenze scientifiche di base sarà possibile generare e inseguire i cambiamenti tecnologici e rimanere aggiornati sugli sviluppi di questi.

Così scriveva Leonardo da Vinci:

*Quelli che s'innamoran di pratica senza scienza son come 'l nocchieri ch'entra in navilio senza timone o bussola, che mai ha certezza dove si vada. (Frammenti Letterari e Filosofici, a cura di E. Solmi. Barbera Firenze 1809)*

Albert Einstein ha affermato:

*Non sono affatto ansioso di prendere posizione nella lotta tra i seguaci dell'educazione classica, filologica e storica e quelli dell'educazione più attenta alle scienze. D'altra parte intendo respingere l'idea che la scuola debba insegnare direttamente quelle conoscenze specializzate che si dovranno usare poi nella vita. Le esigenze della vita sono troppo molteplici perché appaia possibile un tale insegnamento specializzato nella scuola. La scuola dovrebbe sempre avere come suo fine che i giovani ne escano con*

*personalità armoniose, non ridotti a specialisti. Lo sviluppo dell'attitudine generale a pensare e giudicare indipendentemente dovrebbe sempre essere al primo posto. (Sull'Educazione 1936)*

Dalle considerazioni fatte e da queste affermazioni scaturisce che la cultura scientifica deve dominare la tecnologia: lo scopo del tecnologo è applicare ciò che si conosce per un fine utile, l'obiettivo dello scienziato è quello di approfondire e sviluppare le conoscenze. Uno sviluppo delle conoscenze scientifiche nella società, a tutti i livelli, è e sarà essenziale per formare una società capace di convivere in armonia con il grande progresso scientifico e l'intenso, poderoso e rapido progresso tecnologico. Nel futuro ci sarà sempre più bisogno della creazione e della diffusione delle conoscenze scientifiche e nella formazione dei giovani occorrerà tenere conto di questo.

L'essenza della scienza moderna dovuta a Galileo è quella di fornire descrizioni quantitative dei fenomeni naturali. Con questo approccio la conoscenza scientifica si è sviluppata rapidamente: l'uomo, invece di porsi domande generali e trovare risposte particolari, incominciò a porsi domande particolari e trovare risposte generali. I problemi affrontati successivamente sono diventati sempre più universali e le risposte sempre più generali.

Questi alcuni risultati di grande utilità per l'umanità derivati da ricerche scientifiche di base e libere: i transistori sono scaturiti dagli studi di meccanica quantistica e sullo stato solido; i circuiti dei calcolatori sono stati introdotti dai fisici che studiavano i raggi cosmici e i decadimenti radioattivi; l'industria elettronica esiste per la scoperta degli elettroni da parte di Thompson; le applicazioni della legge di induzione magnetica, utilizzate anche nelle automobili e nello sviluppo dei sistemi di produzione e distribuzione dell'elettricità in corrente alternata, non sarebbero state possibili senza la legge di Faraday; le telecomunicazioni non si sarebbero sviluppate senza gli studi di Marconi e gli esperimenti di Hertz, fatti per verificare le equazioni di Maxwell; la risonanza nucleare magnetica (RNM) è gemmata dagli studi sulle risonanze magnetiche nucleari che sono un fenomeno tipicamente quantistico. Il premio Nobel Ed Purcell ha affermato: «nella nostra ignoranza sarebbe presunzione quella di

escludere la possibilità di applicazioni pratiche della fisica delle particelle; saremmo però degli irresponsabili se garantissimo che ci saranno delle applicazioni pratiche».

Queste alcune delle sfide scientifiche e tecnologiche del futuro: energia e ambiente, complessità (informatica e telecomunicazioni), biomedicina (in particolare biologia molecolare) e spazio.

*Energia e ambiente.* La disponibilità di energia ha condizionato e condiziona lo sviluppo della società nei suoi aspetti economici, politici, sociali. I paesi industriali avanzati hanno bisogno di grandi quantità di energia ed è certo che nel futuro questo bisogno aumenterà sempre di più. Bruciare carbone, petrolio e gas naturali induce grandi effetti sull'ambiente: effetto serra, pioggia acida, contaminazione dell'aria e verrà il tempo in cui tutte le fonti di energia non rinnovabili del nostro mondo si esauriranno. Non ci saranno più petrolio, gas naturale, carbone, uranio, a meno che non si utilizzino reattori autofertilizzanti. In prospettiva occorre indagare su possibili nuove forme di energia, ed è anche per questo auspicabile la realizzazione della fusione nucleare con riserve di energia illimitata e con il prodotto della reazione, l'elio, elemento costitutivo dell'atmosfera e quindi non inquinante. Le conoscenze scientifiche saranno determinanti anche per migliorare l'ambiente e la qualità della vita.

*Complessità.* Sono e saranno estremamente importanti le problematiche connesse allo sviluppo della rete INTERNET e delle grandi e complesse reti di calcolatori: riservatezza, sicurezza e reperimento dei dati, libertà di accesso e di utilizzazione dei dati, coinvolgendo complessi problemi anche di tipo sociale ed etico; possibilità di lavoro a distanza, con un grande impatto sociale e infine il fenomeno della globalizzazione dei rapporti, in particolare quelli di tipo economico e commerciale.

*Biomedicina.* Il continuo aumento della qualità delle cure mediche ha migliorato la qualità della vita dell'uomo, con un aumento della vita media e con un conseguente sorgere di nuove patologie legate all'invecchiamento. Da ricerche sul genoma umano stanno gemmando le prime terapie geniche. Grandi sono i problemi generati dalle terapie che usano organi umani, di altri animali o di materiali biosin-

tetici, dalle biotecnologie e dalla ingegneria genetica. Molti di questi problemi coinvolgono una delle componenti più importanti della medicina: la bioetica. In questo settore è particolarmente importante la diffusione delle conoscenze per rendere l'uomo capace di convivere in armonia con i risultati scientifici e tecnologici che avranno grande impatto nella società.

*Spazio.* Dalle imprese spaziali scaturiscono importanti e numerose innovazioni tecnologiche nei più vari campi: da quelle prevedibili, come la miniaturizzazione elettronica, la realizzazione di sofisticati mezzi di comunicazione, il risparmio energetico, a quelle meno prevedibili, come quelle legate alla realizzazione di nuovi tessuti di alta qualità o di nuovi mezzi per la cottura dei cibi. La possibilità di indagare lo spazio profondo ha fornito e fornisce non solo informazioni di grande qualità e quantità, ma sta anche modificando il rapporto uomo-universo.

## 2. – Matematica e Calcolatore.

È opinione diffusa, sostiene Howard Gardner dell'Università di Harvard, che l'intelligenza matematica sia, se non la più importante, la più basale e necessaria e su di essa si fondi in essenza il progresso del mondo e della storia dell'uomo, e il ragionamento matematico sia forse la parte fondamentale del ragionamento umano e abbia una valenza universale. Il neurofisiologo Lamberto Maffei, della Scuola Normale Superiore di Pisa, sostiene che, il ragionamento matematico potrebbe gemmare da una caratteristica strutturale del cervello dell'uomo.

La matematica ha origine dalla interazione fra uomo e mondo reale in un doppio processo di astrazione e di applicazione. L'uomo ha astratto il concetto di numero intero e i concetti elementari in un processo lento e graduale in parallelo con la crescita dell'umanità. Questo processo è proseguito nel tempo generando strutture concettuali sempre più astratte ed eleganti e sviluppando un linguaggio rigoroso. A partire dal mondo greco la matematica si struttura come una disciplina altamente formalizzata. Dagli elementi di Euclide in

poi la matematica si occupa di dimostrare enunciati generali, che devono essere dedotti da un insieme di assiomi e da teoremi precedentemente dimostrati, e di creare procedimenti costruttivi. Questo processo è proseguito nel tempo generando strutture concettuali sempre più astratte ed eleganti, sviluppando un linguaggio rigoroso. La matematica è così diventata anche un linguaggio per descrivere problemi reali, dotato di un formalismo molto più rigoroso del linguaggio comune, sia a livello logico che sintattico.

La matematica, diversamente dalle altre scienze, può trovare in se stessa la motivazione per porre nuovi problemi, creando nuovi settori con lo scopo di unificare concetti distanti e scoprendo nuovi e impensati collegamenti tra oggetti matematici in apparenza diversi. La matematica studia le relazioni tra oggetti diversi, trasforma le relazioni stesse in oggetti matematici, che sono pertanto messi in relazione tra loro, creando relazioni tra relazioni, quindi nuovi oggetti, e così via all'infinito. La matematica è una disciplina dotata di eleganza, che richiede fantasia e stimola la creatività. La matematica è una disciplina logico-formale, strumento per lo studio del mondo reale e disciplina estremamente creativa. La matematica ha una sua intrinseca bellezza, simile a quella della musica, della scultura, della pittura, della poesia e, in quanto tale, vive per sempre ed è immutabile.

Per l'avanzamento delle conoscenze nei vari settori della scienza e della tecnologia sono essenziali le conoscenze matematiche: la matematica ha infatti invaso domini regolati dall'autorità e dall'abitudine e li ha radicalmente modificati come arbitro del pensiero. La matematica ha cambiato l'interpretazione del mondo, del modo di vivere, rivelandosi utile sotto gli aspetti culturale, filosofico, pedagogico, scientifico, militare e economico.

Il rapporto tra matematica e natura, è un rapporto armonioso (astrazione e applicazione).

Galileo Galilei sosteneva che:

*L'universo.... Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi*



*è impossibile a intenderne umanamente parole. (Edizione Nazionale delle Opere di G. Galilei, Vol. VI. pg. 232)*

L'introduzione e la diffusione dei calcolatori ha fortemente ampliato il processo di astrazione e applicazione della matematica generando molta più matematica di quanta ne sia stata prodotta nel passato.

Questo rapporto è stato enormemente espanso con i calcolatori, favorendo la diffusione della matematica nei vari settori della scienza e della tecnologia. Il calcolatore ha guidato e guida, anche attraverso la matematica, una rivoluzione che tocca le competitività nei sistemi produttivi e nei servizi e più in generale nella società.

La matematica, grazie allo sviluppo delle sue componenti costruttive-algoritmiche, ha assunto un ruolo pervasivo e determinante in ogni settore scientifico e nelle applicazioni e si incontra anche in molti fatti della vita quotidiana. La matematica gioca un ruolo fondamentale non solamente nella fisica, nell'ingegneria e nell'astronomia, che possono essere considerati gli utenti storici della matematica, ma anche, nella medicina, nella biologia, nella geologia, nelle scienze naturali, nella chimica, nelle scienze economiche, sostituendo al fenomeno da studiare un modello matematico, la cui soluzione descrive in modo più o meno adeguato l'evoluzione del fenomeno stesso permettendo di ricavare le informazioni cercate, senza dover effettivamente riprodurre il fenomeno nella realtà.

L'uso di modelli matematici ha da tempo invaso in modo massiccio il mondo industriale: in industrie a tecnologia matura (automobilistiche, aeronautiche) e a tecnologia avanzata (spaziale). La costruzione e la sperimentazione di un prototipo (abitacolo di automobile, ala di aeroplano, razzo, satellite) è sostituita dalla creazione di un modello matematico, che descrive il comportamento del prodotto, e dalla sua risoluzione mediante calcolatore (simulazione). Nel processo di realizzazione di un prodotto è oggi generalmente possibile modificare molte volte il progetto e svolgere un gran numero di test senza mai costruire un prototipo, e senza dovere realizzare elaborati e rischiosi esperimenti, solamente simulando con un modello matematico, con un metodo numerico e con un calcolatore, il prototipo e

l'esperimento. Il conseguente risparmio di risorse è evidente. Anche la pianificazione e l'ottimizzazione della produzione aziendale viene generalmente svolta con metodologie e strumenti matematici. Da rilevare che il patrimonio di conoscenze offerte da queste metodiche non è ancora adeguato per affrontare e risolvere i problemi della società: i fenomeni sociali sono molto complessi e instabili.

Importanti sono i contributi della matematica per la risoluzione di problemi di riconoscimento di immagini nel campo medico quali: la TAC (tomografia assiale computerizzata) o la RNM (risonanza nucleare magnetica) in cui devono essere risolti in breve tempo complessi problemi «inversi» e la PET (tomografia ad emissione di positroni). Un'applicazione pratica dell'analisi armonica su un gruppo di Lie è la TAC. In questi casi si sfrutta il fatto che in un gruppo di Lie, strutturato da simmetrie generali, si può sviluppare una matematica in uno spazio che non è quello piatto euclideo, ma quello curvo più vicino alla realtà: il problema di ricostruzione dell'immagine è un problema di analisi armonica e per la risoluzione di questo si usa una generalizzazione della FFT (Fast Fourier Transform).

Le previsioni meteorologiche vengono fatte attraverso la elaborazione di grandi quantità di dati e la risoluzione numerica di complesse equazioni differenziali.

Negli aerei moderni i piloti non guidano l'aereo, ma controllano solamente che tutto funzioni a dovere. Naturalmente è il pilota automatico che si occupa di mantenere nella giusta rotta l'aereo e, sugli aerei più moderni, si occupa anche di gestire completamente le operazioni di atterraggio. Tutto questo avviene grazie all'uso di strumenti matematici, quali il filtro di «Kalman-Bucy», che vengono programmati ed eseguiti mediante un calcolatore. Forse sarebbe più corretto dire che a guidare l'aereo è un «pilota matematico».

Le trasmissioni di immagini via satellite e tutto ciò che riguarda la elaborazione digitale (come i compact disc) comportano operazioni matematiche di filtraggio. La regolazione dei toni, che viene svolta elettronicamente mediante i potenziometri negli impianti hi-fi, per segnali digitalizzati si realizza molto più comodamente, e senza distorsioni, con tecniche matematiche mediante l'uso della trasformata discreta di Fourier.

Nell'indagine dei fenomeni del mondo reale si presenta da una parte il problema di «tradurre» il problema reale in forma matematica (fase di modellizzazione), dall'altra il problema di individuare metodi efficienti per «calcolare» la soluzione (fase di analisi e risoluzione). Nella prima fase viene formulato un modello matematico che descrive il problema fisico (fase di modellizzazione), tipicamente costituito da sistemi di equazioni differenziali. Nella seconda fase il problema matematico viene analizzato, al fine di individuare un metodo efficiente di risoluzione, cioè un metodo che permette di calcolare una approssimazione della soluzione del problema differenziale, con errore contenuto e con un numero finito di operazioni aritmetiche. Nella terza fase il metodo individuato (algoritmo) viene implementato in un linguaggio di programmazione e viene eseguito da un calcolatore.

Globalmente questo processo può essere sintetizzato, partendo dal fenomeno del mondo reale, nello schema seguente:

- 1 - Modello matematico.
- 2 - Studio del modello e individuazione di un algoritmo di risoluzione.
- 3 - Implementazione, esecuzione e valutazione dell'algoritmo.

La matematica numerica si colloca nell'ambito di questi problemi.

La matematica deve trovare se la soluzione di un problema soddisfa alle condizioni di esistenza e unicità e quali sono le condizioni di regolarità.

La matematica numerica affronta la risoluzione di un problema anche sotto gli aspetti costruttivi con l'analisi del condizionamento del problema, della stabilità degli algoritmi, del costo computazionale, individuando algoritmi efficienti per risolverlo. La matematica numerica sviluppa strumenti atti ad individuare ed analizzare metodi di risoluzione «effettiva» ed «efficiente» di problemi matematici.

Al centro c'è il problema e come risolverlo nell'ambito delle risorse disponibili: lo spazio e il tempo. Caratteristica fondamentale è la finitezza delle risorse spazio-temporali: sia l'uomo che il calcolatore sono infatti costituiti da un numero finito di particelle (spazio) e

hanno una vita limitata (tempo). Ciò comporta, come già detto, la restrizione di dover operare su insiemi finiti di dati con numero finito di operazioni per ottenere un insieme finito di risultati. Per il calcolatore è impossibile memorizzare sequenze infinite di cifre, e per l'uomo scrivere o leggere in/da un calcolatore, sequenze infinite di cifre: solo un numero finito di numeri razionali può essere rappresentato in un calcolatore.

Questo implica che:

- I dati del problema vengono rappresentati in un calcolatore da numeri che sono in generale affetti da errore. Il numero, che è formato da un numero infinito di cifre può essere rappresentato su calcolatore in modo approssimato, commettendo quindi un errore, con un numero finito di cifre.

- Le operazioni aritmetiche eseguite da un calcolatore sono generalmente affette da errore ed inoltre non godono di tutte le note proprietà delle analoghe operazioni sui reali.

Per ogni problema è necessario analizzare:

- quanto l'errore presente nei dati si ripercuota nei risultati (condizionamento di un problema).

Per ogni algoritmo di risoluzione è necessario analizzare:

- quanto gli errori generati da ciascuna operazione aritmetica si ripercuotano nei risultati (stabilità di un algoritmo).

*Discretizzazione e approssimazione.* Molto spesso il modello matematico è costituito da un sistema di equazioni differenziali. Nella maggior parte dei casi non è possibile esprimere la soluzione in termini di funzioni elementari e anche quando ciò è possibile, non sempre è computazionalmente conveniente usare questa espressione per calcolare il valore della funzione soluzione in un insieme di punti. Devono allora essere sviluppate tecniche opportune per risolvere numericamente il problema, cioè per avere una rappresentazione della soluzione dipendente da un numero finito di parametri. Ciò si può ottenere in vari modi: ad esempio determinando approssimazioni dei valori della funzione in un insieme finito di punti, oppure

esprimendo la funzione come combinazione lineare di un insieme finito di funzioni base opportunamente scelto e approssimando i valori dei coefficienti della combinazione lineare. In questo modo è possibile associare ad un problema continuo una successione di problemi discreti che generalmente consistono in sistemi di equazioni talvolta lineari o linearizzabili.

*Convergenza dei procedimenti iterativi.* Molto spesso la quantità da calcolare si ottiene con un processo al limite (successione, serie) mediante metodi iterativi. In questo caso non basta dimostrare che il limite della successione esiste e rappresenta la soluzione, ma occorre valutare la velocità di convergenza. In questo modo è possibile stimare il numero di iterazioni sufficienti a raggiungere una assegnata precisione nel risultato, e a valutare quindi il costo computazionale.

*Complessità computazionale.* Fino a poco tempo fa i matematici consideravano un problema risolto se esisteva un metodo per risolverlo, indipendente dal tempo richiesto e dalla precisione. Con l'uso dei calcolatori è fondamentale trovare metodi di risoluzione che siano computazionalmente efficienti: per uno stesso problema esistono diversi algoritmi di risoluzione, che possono impiegare un diverso numero di operazioni aritmetiche e quindi un diverso tempo di esecuzione. Il numero di operazioni impiegate influisce sul tempo di calcolo richiesto da un calcolatore è quindi importante individuare algoritmi che impieghino un basso numero di operazioni. Talvolta la differenza fra i costi computazionali di due algoritmi è enorme. Dato un problema di calcolo, è naturale chiedersi qual è il minimo numero di operazioni sufficienti a risolvere il problema (complessità intrinseca del problema). In rari, e generalmente poco significativi, casi è possibile dare risposta a questa domanda: si determinano limitazioni inferiori alla complessità sviluppando opportuni criteri, e limitazioni superiori individuando algoritmi di risoluzione. L'importanza di disporre di algoritmi di risoluzione veloci è particolarmente apprezzata in quei problemi del mondo reale in cui la soluzione deve essere necessariamente calcolata in tempi ridotti. Si pensi ad esempio al problema delle previsioni meteorologiche, dove il fenomeno del mo-

vimento di masse d'aria nella atmosfera viene modellizzato da equazioni alle derivate parziali in cui la funzione incognita dipende da almeno 4 variabili (3 coordinate spaziali e il tempo).

Il poter ridurre il costo di risoluzione permette di trattare, a parità di tempo, problemi di dimensione più elevata. Il risultato più significativo è certamente lo sviluppo di un algoritmo molto efficiente per il Calcolo della DFT (Discrete Fourier Transform) di un vettore. Mentre l'algoritmo «banale» impiega un numero di operazioni dell'ordine di  $n^2$  ( $n$  è la dimensione del vettore), il nuovo algoritmo, detto FFT (Fast Fourier Transform), impiega un numero di operazioni dell'ordine  $n \log n$ . Ad esempio, per  $n = 1000$  sono richieste diecimila operazioni invece di un milione. Questi risultati sembrano essere gemmati da un'idea di Gauss e sono basati sull'idea di dividere una DFT di dimensioni  $n$  in due DFT di dimensioni opportune e più piccole.

### **3. – Scienza del calcolo, creatività e formazione.**

L'avvento e la diffusione di calcolatori sempre più potenti ha portato a un forte sviluppo degli aspetti costruttivi della matematica generando nuove problematiche che sono sistematicamente studiate nell'ambito della scienza del calcolo: lo studio dei processi algoritmici ha generato nuovi e interessanti settori di ricerca, quale la teoria della complessità. Il calcolatore ha modificato e modifica il modo di far matematica creando anche nuove metodologie di indagine. L'uso di tecniche numeriche ha avuto un impatto notevole nel settore della ricerca matematica: programmi numerici e simbolici vengono ormai diffusamente usati o per invalidare congetture o per raccogliere indizi per avvalorare congetture che possono essere successivamente dimostrate. La combinazione della teoria e del calcolatore impone una sfida rilevante nella matematica moderna.

La matematica numerica ha assunto i connotati di una disciplina autonoma solo con l'introduzione e l'uso dei calcolatori, quando l'elaborazione di grandi quantità di dati ha messo in luce nuovi problemi. Il grande sviluppo delle tecniche numeriche ha generato la matematica computazionale e la scienza del calcolo: si passa dal calcolo nu-

merico (analisi numerica) alla matematica computazionale (scienza del calcolo) quando il calcolo numerico (analisi numerica) diventano di per se oggetti di studio. La scienza del calcolo, che gemma dalla iterazione fra matematica e calcolatore, ha una metodologia e un linguaggio che oltre ad essere rigoroso è arricchito, per la presenza dell'errore, dalla cultura dell'errore per le inevitabili limitazioni nello spazio e nel tempo del calcolatore.

Nella scienza del calcolo sono di fondamentale importanza: la rappresentazione dei numeri sul calcolatore e le operazioni su questi numeri con lo studio dei relativi errori; il condizionamento di un problema e la stabilità numerica di un algoritmo; l'approssimazione di un problema in cui dati e/o risultati sono «continui» con un problema in cui dati e risultati sono insiemi discreti di numeri (discretizzazione); la convergenza dei processi iterativi; lo studio della complessità di risoluzione di un problema.

Nella scienza del calcolo fondamentale è il tempo necessario per ottenere i risultati e fondamentale è la qualità dell'approssimazione: un algoritmo è efficiente se è numericamente stabile (fornisce una buona approssimazione della soluzione) e con contenuto costo computazionale (bassa complessità computazionale relativamente alla complessità del problema). La finitezza dei processi algoritmici e delle risorse di calcolo, che caratterizza la scienza del calcolo, ha condotto a un profondo sviluppo di nuove tematiche di ricerca legate alla complessità computazionale, alla propagazione degli errori, alla discretizzazione di problemi continui, alla analisi di diversi modelli di calcolo.

Caratteristica fondamentale della risoluzione numerica con un calcolatore di un problema matematico è che il risultato che viene calcolato è un insieme di numeri razionali che concorrono, in qualche modo, a rappresentare una approssimazione della soluzione, e che tali numeri vengono calcolati solo attraverso operazioni aritmetiche e logiche a partire da un insieme finito di numeri razionali.

La finitezza delle risorse di calcolo spazio-temporali ha generato la cultura del tempo e dell'errore. La cultura del tempo: un algoritmo che fornisce previsioni atmosferiche il giorno dopo è inutile. La cultura dell'errore: a che serve una soluzione fornita dal calcolatore

se non si sa che è esatta o se viene fornita nei tempi richiesti, ma è errata? La scienza del calcolo, con la cultura del tempo e dell'errore, ha portato ad un più profondo arricchimento degli strumenti conoscitivi e del linguaggio.

In generale la gente è più portata ad evidenziare l'avanzamento della tecnologia dei calcolatori che i fondamentali contributi della scienza del calcolo, non valutando adeguatamente l'importanza di questa. In realtà per diversi problemi lo sviluppo di algoritmi efficienti ha ridotto i tempi di risoluzione in misura maggiore di quella prodotta dallo sviluppo della tecnologia.

Lo spessore culturale della matematica e la sua importanza come strumento universale di indagine non sono adeguatamente valutati nella nostra società e questo è forse dovuto alle difficoltà del linguaggio matematico e più probabilmente anche alla incapacità e scarsa preparazione culturale della gente: la conoscenza di argomenti matematici da parte dello studente che esce dalle superiori è fortemente limitata agli aspetti tecnici e calcolistici. Per questo sarebbe auspicabile un incremento dell'insegnamento della matematica nella formazione dei giovani: fin dall'antichità la matematica è stata coltivata e tenuta in gran conto per trasmetterla alle nuove generazioni. In questo periodo storico, anche per l'introduzione dei calcolatori e la diffusione di questi la matematica è diventata il fondamento di ogni sviluppo tecnologico. La matematica e le sue metodiche sono diventate uno strumento pervasivo della scienza e della tecnologia: ogni tecnologia avanzata è essenzialmente una tecnologia matematica. La matematica, grazie allo sviluppo delle sue componenti costruttive-algoritmiche, ha assunto un ruolo pervasivo e determinante in ogni settore scientifico e nelle applicazioni e si incontra anche in molti fatti della vita quotidiana.

La matematica ha plasmato la cultura occidentale: le piramidi di Egitto, per le loro proporzioni matematicamente esatte, sono state progettate con tecniche raffinate di geometria, nell'antichità greca è nato lo spirito e il metodo matematico; nel seicento la matematica ha dato vita alla scienza moderna. Giosuè Carducci e Francesco Rossetti hanno affermato che:



*L'insegnamento della matematica deve formare non solo dei matematici propriamente detti, ma piuttosto menti dallo studio disciplinate e rafforzate al ragionamento al quale i libri di Euclide furono giudicati meglio acconci. (Relazione conclusiva dell'ispezione fatta il 23 giugno 1877 presso il Liceo Petrarca di Arezzo da Giosuè Carducci e Francesco Rossetti)*

I calcolatori hanno, e avranno sempre di più, un ruolo nell'insegnamento, ma non possono sostituire le altre forme d'insegnamento, in particolare il calcolatore non deve diventare un surrogato dell'insegnante. I calcolatori facilitano solo il reperimento di informazioni e aiutano a risolvere problemi ben strutturati: i calcolatori si possono usare nelle applicazioni intelligenti di teorie già ben consolidate, ma sono pericolosi per esplorare le regioni incognite della scienza. La preponderanza del calcolo scoraggia l'analisi critica e la creatività. Più potente è il calcolatore e più grande deve essere la cultura dell'utilizzatore: un uso passivo del calcolatore e l'utilizzazione di programmi pre-confezionati non sviluppa lo spirito critico, affossa la fantasia, penalizza la creatività, non permette di conoscere i limiti della macchina, non consente l'acquisizione di una maggiore correttezza formale e di rigore logico.

Un uso attivo e intelligente del calcolatore da parte dell'utilizzatore culturalmente preparato sviluppa la fantasia e la creatività favorendo lo sviluppo di una mentalità scientifica.

#### 4. – Conclusioni.

Nel futuro sarà sempre più necessario creare e diffondere conoscenze scientifiche e nella formazione dei giovani occorrerà tenere conto di questo. Per creare le basi per una formazione scientifica, nel contenuto, nel metodo, nel linguaggio è fondamentale fornire conoscenze essenziali nelle discipline di base che vanno dalla matematica alla fisica e alla biologia e, anche per gli aspetti metodologici, alla filologia classica.

Per la complessità dei problemi che dovranno essere affrontati dall'uomo, anche a livello politico, la chiarezza e l'alta qualità della comunicazione sono essenziali per eliminare il rumore del linguaggio e quindi evitare possibili conseguenti distorsioni. L'utilizzazione di un linguag-

gio chiaro nella cultura, nella politica e nei rapporti tra gli uomini è fondamentale anche per consentire la identificazione dei valori e la realizzazione di una vera democrazia. La chiarezza e la alta qualità della comunicazione sono essenziali anche per la risoluzione dei complessi problemi legati ai delicati rapporti che legano scienza, tecnologia e politica. Occorre anche stimolare e guidare lo sviluppo, nelle grandi linee, dei grandi settori dell'attività di ricerca, tenendo conto che il fattore primo di questi problemi è il fattore uomo, cittadino, lavoratore, docente, ricercatore, sia come singolo che come gruppo. Da questo scaturisce che, anche attraverso l'uso di un linguaggio non rumoroso, l'azione politica deve creare le condizioni per raggiungere adeguati equilibri tra un inevitabile sviluppo scientifico e tecnologico e l'accrescimento diffuso delle conoscenze, per consentire così la costruzione e l'avanzamento dei valori che regolano la vita individuale e sociale, e tra questi, non ultimi i valori legati alla democrazia e al rispetto dell'uomo nelle sue necessità biologiche e morali.

Il diritto dovere della qualità deve valere per tutti e in particolare per i politici. La chiarezza e l'alta qualità della comunicazione in una società civile dipendono principalmente dal livello della cultura dei suoi componenti. Una cultura scientifica, nel senso di *habitus mentale scientifico*, deve essere parte integrante dell'attività dei nostri tempi e significa partecipazione e civiltà.

In questo periodo storico nella nostra società il pensiero è tradizionalmente condizionato da una formazione che scaturisce da una cultura a carattere solo marginalmente scientifico. Con questo non si intende affermare che la cultura del cittadino sia priva di conoscenze scientifiche, ma piuttosto che questa cultura non consente spesso di impostare e conseguentemente affrontare i problemi con una metodologia rigorosamente scientifica, che legghi le premesse ai risultati e consideri questi continuamente da sottoporsi a verifica. La mancanza di precisione, di rigore, di bisogno di impostazione logica dei problemi reali, rende il linguaggio stesso e la comunicazione vaga e imprecisa. Una cultura scientifico-matematica, nel senso di *habitus mentale scientifico*, deve essere parte integrante delle attività dei nostri tempi. Questo significa partecipazione e civiltà nel «sistema mondo» che, nei suoi vari aspetti economici, ambientali, politi-

ci, tecnico-scientifici, sta diventando sempre più complesso. Le idee non solo devono essere chiaramente espresse, ma devono anche fare riferimento ai problemi che si presentano mettendo in relazione i vari aspetti di questi anche in termini quantitativi.

Un grande sviluppo della scienza con una conseguente diffusione della cultura scientifica, potrebbe avere anche riflessi positivi sulla formazione dei giovani, affinché possano improntare a metodologie scientifiche il loro modo di affrontare i problemi sia come lavoratori, sia come cittadini. Nell'immediato futuro molti saranno i settori scientifici e tecnologici che richiederanno accorti interventi politici. Fra questi i settori dell'ambiente, delle comunicazioni, dell'energia, dei trapianti di organi, dell'ingegneria genetica e delle biotecnologie.

Diverse sono le forme di intelligenza: l'intelligenza logico-deduttiva, l'intelligenza spaziale, legata alla creatività, l'intelligenza linguistica, l'intelligenza cinetico-muscolare e altre forme di intelligenza a carattere più individuale. Rimane un mistero che negli ultimi tempi non sia stata adeguatamente valutata l'intelligenza manuale, fondamentale per l'umanità: il «cervello mano» ha la stessa dignità del «cervello pensiero». Nel nostro paese non sono state adeguatamente considerate e sviluppate le «scuole professionali» che avrebbero dovuto coltivare le attitudini dell'intelligenza cinetico-muscolare («cervello mano») creando professionalità molto utili per la nostra industria e per il nostro artigianato. Ma la forma di intelligenza più bella e più ricca è l'intelligenza spaziale, legata alla creatività.

L'apprendimento è un fatto di enorme importanza sociale e dipende dalla qualità dei docenti e dalla qualità delle interazioni tra questi e gli allievi. È importante anche una maggiore attenzione al talento individuale dei giovani coltivando i talenti innati dei singoli e stimolando la loro creatività.

Anche il trasferimento di una tecnologia viene compiuto bene se i suoi creatori assumono la responsabilità primaria della formazione di competenze uomo: il trasferimento tecnologico si effettua, essenzialmente, attraverso la cooperazione fra gruppi di ricercatori, ingegneri, progettisti e il gruppo che produce, per mezzo del supporto uomo.

I Paesi che non coltiveranno la scienza, con un conseguente avanzamento e diffusione delle conoscenze, della cultura nella società, in

particolare fra i giovani, e non faranno innovazione tecnologica, non solo non sapranno costruire prodotti competitivi, ma saranno tagliati fuori: per evitare questo sarà necessaria una intelligente e decisa azione politica. Sotteso alle analisi e alle considerazioni fatte c'è, con la sua centralità, il problema del coinvolgimento dei giovani con le loro necessità etiche, materiali, professionali, culturali e di libertà che possono essere soddisfatte solo creando una valida competitività internazionale nel sistema paese in un mondo globale sempre più complesso. Per questo occorre sviluppare, creare e diffondere conoscenze scientifiche, in particolare matematiche, anche per fornire un linguaggio potente e rigoroso, e più in generale creare e diffondere conoscenze di base nei vari campi del sapere: il sapere è una risorsa dell'umanità che aumenta con l'uso.

Occorre inoltre più attenzione al talento individuale dei giovani, coltivando i talenti innati dei singoli, stimolando la loro creatività e questo è legato alle competenze osservative e di analisi e, più in generale, alla intelligenza, alla sensibilità e alla preparazione degli insegnanti, anche per sviluppare nell'allievo l'autostima, la fiducia, la sicurezza, e la capacità di sviluppare attività. Occorre insegnare ai giovani a risolvere i problemi e non a dare risposte astratte. I problemi della vita reale non possono essere risolti utilizzando solo regole logico-deduttive. La formazione tradizionale tende al potenziamento della sfera razionale, invece è fondamentale anche stimolare la creatività. Il premio Nobel per la fisica Esaki sostiene che la creatività è la vera sfida del ventunesimo secolo, la creatività è il problema centrale dell'attuale sistema mondo caratterizzato dalla sua complessità e dalla sua globalità. La curiosità, la creatività e la fantasia infantili devono essere conservate e stimolate in quanto sono componenti fondamentali dell'immaginazione e dell'intelligenza. Pablo Picasso sosteneva che già da piccolo disegnava come Raffaello e non è bastata una vita per disegnare come un bambino.

*Il lettore che desidera approfondire lo studio degli argomenti trattati può consultare il quaderno 84 delle Scienze «Matematica Computazionale», curato da Milvio Capovani e Bruno Codenotti, dove è anche riportata una ricca bibliografia commentata.*

Milvio Capovani, Dipartimento di Informatica, Università di Pisa  
milvio@di.unipi.it