Bollettino Unione Matematica Italiana

Alpinolo Natucci

Il calcolo dei radicali in Nicolò Tartaglia.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **11** (1956), n.4, p. 594–598.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1956_3_11_4_594_0>

SEZIONE STORICO-DIDATTICA

Il calcolo dei radicali in Nicolò Tartaglia.

Nota di ALPINOLO NATUCCI (a Chiavari - Genova)

Sunto. - *Si espongono brevemente le regole relative al calcolo dei radicali, quali si trovano nel General Trattato di numeri et misure di* NICOLÒ TARTAGLIA.

1. - NICOLÒ TARTAGLIA, del quale nel 1957 ricorre il 4° centenario della morte, che Brescia sua città natale, si appresta a commemorare degnamente, è il celebre algebrista che ha legato il suo nome alla risoluzione delle equazione di 3° grado.

Non si conosce con esattezza la sua data di nascita, si sa però che egli aveva circa sei anni quando le truppe di Gastone di Foix occuparono Brescia, il 19 febbraio 1511, e la sottoposero a un saccheggio spietato. Egli con la madre, con un fratello e una sorella, si rifugiò nel Duomo di Brescia, ma un soldato, non rispettando il luogo sacro, gli inferse una sciabolata attraverso la faccia, che offese anche la lingua, e che lo tenne per vario tempo in pericolo di vita. Guarito per le cure della madre, rimase balbuziente per tutta la vita, onde il sopranome di TARTAGLIA, col quale egli stesso si indicò nelle sue opere.

Le poche notizie che conosciamo della sua vita, ce le fornisce egli stesso nelle sue opere e specialmente in « Quesiti et inventioni diverse » (Venetia, 1546). Dopo aver insegnato in alcune città della repubblica veneta, specialmente in Verona, si stabilì nel 1534 a Venezia, e vi rimase sino alla morte, salvo brevi periodi di assenza, per es. a Brescia nel 1548.

2. - Le opere sue principali sono:

1. Nova Scientia inventa da NICOLÒ TARTAGLIA, Venezia, 1537; 2ª ediz. 1550.
2. La traduzione degli Elementi di EUCLIDE (Venezia, 1543).
3. La traduzione di alcune opere di ARCHIMEDE (Venezia, 1543).

4. Un commento con parafrasi dell' opera di ARCHIMEDE « De insidentibus aquae »; I° Libro, Venezia 1543; 2° libro, ivi, 1565).

5. Quesiti et inventioni diverse.

6. General trattato di numeri et misure; parti I-VI, pubblicate in Venezia dal 1556 al 1560, le tre ultime postume.

3. – Senza soffermarci qui sull' invenzione della soluzione dell' equazione cubica, già trovata da SCIPIONE DAL FERRO bolognese, di cui egli ebbe notizia dal genero ANNIBALE DELLA NAVE, e che ricostruì da sè; nè sulle quistioni che ebbe con CARDANO e con LUDOVICO FERRARI, e relativi cartelli di matematica disfida [1]; vogliamo qui occuparci del calcolo dei radicali quale trovasi esposto nel General trattato (libro 10°). Il titolo completo del libro è il seguente: « Libro decimo nel quale si dimostra alcune regole generali, dal detto autore ritrovate, di saper trouare a qual si voglia specie di binomio, over residuo, una quantità che dutta, ouero moltiplicata, fia quel tal binomio ouer residuo, produca quantità razionale; insieme con la regola di saper partire realmente una quantità per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, materia di non puoca speculazione ».

4. – Nel 5° libro, N.i 17, 18, ha mostrato con esempi, quello che dimostra EUCLIDE nelle prop.i 113, 114 del X° libro che a multiplicare un binomio per il suo residuo, si produce una quantità razionale; esempio:

℞ 32 ℘ ℞ 10 fia ℞ 32 m̃ ℞ 10 farà 22.

In notazione moderna:

$$(\sqrt{32}+\sqrt{10})(\sqrt{32}-\sqrt{10})=22; \quad (\sqrt{18}+3)(\sqrt{18}-3)=1\ \ -9=9$$

Nel N.° 23 del detto capo 3° del V° libro, fu detto che tale particularità non seguiva nelle altre specie di binomi et residui, cioè contenenti cubi, censi di censi (4e potenze), primi relati (5e potenze) ecc. Il risultato precedente è esposto dal TARTAGLIA nella seguente regola:

---

(1) Si veda GINO LORIA, *Storia delle matematiche*, 2a edizione, U. Hoepli, Ed. Milano, 1950, pag. 288-89 e 299-314. E. BORTOLOTTI, *La storia della matematica nella Università di Bologna*, N. Zanichelli ed. Bologna, 1947, pag. 42-53.

« Volendo trouare una quantità che dutta, ouer multiplicata fia un proposto binomio, produca quantità rationale, trouerai primamente il residuo formato dei medesimi nomì (termini) del detto binomio et haverai l' intento tuo » (L' A; chiama residuo la differenza di due monomi). « Volendo trouare poi una quantità, che multiplicata fia un proposto residuo, produca quantità rationale, procederai al contrario della precedente, cioè trouerai simplicemente il binomio formato di quelli medesimi nomi del detto residuo et farà l' effetto ricercato ».

℞15ꝑ 3 fia ℞15 m̃ 3 fa 6: ℞20 m̃ ℞7 fia ℞20ꝑ ℞7 fa 13.

5. – « Volendo trouar una quantità che dutta in un proposto binomio cubo, produca quantità rationale, troua tre termini continui proportionali secondo la proportione delli due nomi del detto binomio cubo, et il termine di mezzo signerai col termine del meno, et tal trinomio cubo sarà la ricercata quantità ».

Esempio:

℞cu 6ꝑ ℞cu 4 fia ℞cu 36 m̃ ℞cu 24ꝑ ℞cu 16 fa 10.

In notazioni moderne:

$$(\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{16}) = \sqrt[3]{216} - \sqrt[3]{144} + \sqrt[3]{96} +$$

$$+ \sqrt[3]{144} - \sqrt[3]{96} + \sqrt[3]{64} = 6 + 4 = 10.$$

Si noti che:

$$36 : 24 = 24 : 16 = 6 : 4.$$

D' ora in avanti, per brevità tradurremo le proposizioni in linguaggio moderno, e gli esempi in notazioni moderne.

Analogamente se è proposto un residuo cubo:

$$(\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{36} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{16}) = 6 - 4 = 2.$$

6. – Tartaglia estende la ricerca ai binomi e residui con, radici censo di censo (℞℞), cioè con quarte radici; e poi ai binomi e residui con radici quinte (primi relati); e ancora ai binomi e residui con radici seste (censo–cubo) e settime (binomio o residuo secondo relato); ricercando volta per volta opportuni polinomi di 4, 5, 6, 7 termini, che moltiplicati per il dato binomio o residuo diano risultati razionali.

È veramente ammirevole l'abilità algoritmica dell'algebrista, specialmente dovendo operare con le notazioni imperfette del tempo, delle quali hanno dato un saggio gli esempi precedenti. Infatti tali polinomi razionalizzanti sono assai complicati e vanno sempre più complicandosi con il crescere dell'indice della radice. Egli così conclude:

« Et così, con tal sopra notato ordine, ouer regola andarai procedendo nelle altre specie di binomì et residui, che di mano in mano vanno seguitando, che troppo lungo farei a volerti essemplificare tutti ».

7. - Nel capo II° applica le regole esposte alla razionalizzazione dei denominatori. Ricorda a tal uopo la proprietà delle frazioni di non cambiare valore, moltiplicando per una stessa quantità il partitore (denominatore) et anchora la cosa da partire (numeratore). Nota che Euclide ha trattato soltanto il caso di denominatori che siano somme o differenze di due radici quadrate, e che nessun autore finora ha trattato il caso di somme o differenze di radicali cubici, o radici quarte, quinte e di indice maggiore.

Tartaglia, a quanto pare, ignorava che Scipione Dal Ferro aveva studiato almeno il caso dei radicali cubici ([2]).

Riportiamo due esempi in notazioni attuali:

$$\frac{10}{\sqrt{15}+3}=\frac{10(\sqrt{15}-3)}{15-9}=\frac{5}{3}(\sqrt{15}-3)=\sqrt{\frac{125}{3}}-5=\sqrt{41\frac{2}{3}}-5;$$

$$\frac{10}{\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}=\frac{10(\sqrt[3]{36}-\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16})}{6+4}=\sqrt[3]{36}-\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16};$$

$$\frac{10}{\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{4}}=5(\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{16}).$$

8. - Tartaglia nota poi « quando il binomio, ouer residuo con il quale si havesse da partir la detta quantità fusse di nomi di specie diversa, bisogna prima ridurli a una medesima specie ».

([2]) Vedasi A. Natucci, *Sulle equazioni di 3° grado, sulla loro risoluzione grafica e sulla loro discussione*, «Periodico di matematica », S. IV, vol. XV, pag. 93-108; 1935.

Esempio, in notazione attuale:

$$\frac{10}{\sqrt[5]{5}+\sqrt[11]{3}}=\frac{10}{\sqrt[5]{5}+\sqrt[10]{243}}=\frac{10}{\sqrt[10]{25}+\sqrt[10]{243}}.$$

In questo caso il fattore razionalizzante è un polinomio di 10 termini con numeri assai grandi a segni alternati. Eppure il valente algebrista non si perde d'animo, e riesce a determinarlo.

Egli ricorda poi che questa quistione fu proposta al CARDANO e a LUDOVICO FERRARI, nella pubblica disputa che ebbe con loro, e che essi gli comunicarono per lettera una soluzione errata, circa otto mesi dopo il termine fissato.

9. – Nel libro XI° della 2° parte NICOLÒ TARTAGLIA « Dichiara et esemplifica — per usare le sue parole — praticalmente con numeri et radici et altre quantità irrationali, tutte le diffinitioni et propositioni del decimo di EUCLIDE, et massime quelle che sono più alla general pratica di numeri et misure utili et necessarie, et non più oltre... ».

Il X° libro è notoriamente il più difficile dei libri degli Elementi; quello che per molti secoli è stato tralasciato dagli studiosi, come troppo elevato rispetto alle loro scarse cognizioni e attitudini intellettuali. L'A. riporta innanzi tutto le 11 definizioni, e quindi si accinge a tradurre in linguaggio aritmetico o algebrico, secondo le imperfette notazioni del tempo, le varie proposizioni euclidee. « Perchè una cosa è il sapere speculativamente dimostrare una proposizione geometrica et un'altra è il saperla eseguire, ouer essemplificare, et provare attualmente con numeri et radici... ».

Diamo un esempio. Assegnata una quantità irrazionale, si può trovare ad essa un antecedente ovvero conseguente, commensurabile con essa, in rapporto assegnato; (in che specie di proporzione ne pare). Si voglia trovare un conseguente a $\sqrt{12}$ in proporzione sesquialtera, cioè nel rapporto 3 a 2; si pone: $\sqrt{12}:x=3:2$, e riducendo i termini « a una medesima natura » $\sqrt{12}:x=\sqrt{9}:\sqrt{4}$, donde:

$$x=\frac{\sqrt{12}\cdot\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\frac{48}{9}}=\sqrt{5\frac{1}{3}}\ (^3).$$

(3) Anche in chimica si adopera il prefisso sesqui per quei composti binari, nei quali il rapporto fra i pesi dei componenti è di 2 a 3.

Es. sesquiossido di manganese $Mn_2\,O_3$.