
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Ricerche di geometria differenziale in Romania.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 11
(1956), n.4, p. 591–593.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1956_3_11_4_591_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Ricerche di geometria differenziale in Romania.

Al IV° Congresso dei Matematici Romeni, che ebbe luogo a Bucarest dal 27 maggio al 5 giugno u. s., e al quale presero parte per l'Italia G. CIMMINO, B. SEGRE e M. VILLA (si veda questo Bollettino, p. 307) sono state presentate cinque relazioni sopra i risultati ottenuti in diversi campi dai matematici romeni specialmente dopo il 1940. Tali relazioni riguardano: 1) *Geometria differenziale*; 2) *Equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali ed equazioni funzionali*; 3) *Teoria delle funzioni*; 4) *Algebra, topologia, analisi funzionale, logica matematica*; 5) *Matematiche applicate*.

La relazione sulla Geometria differenziale è frutto della collaborazione di G. T. GHEORGHIU, O. MAYER, T. MIHĂILESCU, G. VRANCEANU e venne svolta al Congresso dal VRANCEANU.

Diamo qui di seguito alcune notizie che si traggono appunto da tale relazione sulla Geometria differenziale, campo di ricerche particolarmente coltivato in Romania e al quale i matematici romeni hanno portato importanti contributi.

Le prime ricerche di geometria differenziale in Romania si devono a E. BACALOGLU e riguardano una nuova formula per la curvatura delle superficie.

Ma come fondatore della geometria differenziale in Romania è considerato G. TZITZEICA, professore all'Università di Bucarest dal 1900 al 1930. L'opera del TZITZEICA è rivolta allo studio delle proprietà proiettive delle superficie mediante l'equazione di LAPLACE coi suoi legami alle reti di curve e alle congruenze di rette. Il TZITZEICA è considerato anche uno dei fondatori della geometria differenziale centro-affine ⁽¹⁾.

Le ricerche di geometria differenziale degli spazi di RIEMANN iniziano in Romania coi lavori di A. MYLLER, professore all'Università di Jasi dal 1911. Nel 1924 A. MYLLER considera la nozione di parallelismo in una famiglia di piani e la nozione di concorrenza, che generalizzano la nozione di parallelismo di LEVI-CIVITA.

(¹) Sono state considerate dal TZITZEICA le superficie, chiamate sfere centro-affini, per cui il rapporto $\frac{K}{d^4}$ è costante, dove K è la curvatura (di GAUSS) e d è la distanza da un punto fisso.

Nello stesso tempo A. MYLLER e O. MAYER iniziano una serie di ricerche sopra la geometria centro-affine e altre geometrie definite da diversi sottogruppi dal gruppo proiettivo ⁽²⁾. Alle ricerche hanno partecipato poi I. POPA, I. CREANGA, G. GHEORGHIEV, E. ARGHIRIADE ed altri, e costituiscono oggi un campo di studi che i romeni chiamano « della Scuola di geometria di Jasi », studi che hanno avuto larga risonanza anche in molti lavori di geometri russi.

A. PANTAZI (1896-1948) ha svolto ricerche su proprietà proiettive delle superficie e ipersuperficie mediante il metodo del riferimento mobile, che con lui entra per la prima volta in Romania. Le ultime ricerche di PANTAZI riguardano le proprietà proiettive delle superficie anolonomie, campo aperto da E. BOMPIANI.

L'indirizzo di PANTAZI è seguito oggi specialmente da T. MIHĂILESCU dell'Università di Cluj e l'indirizzo di TZITZEICA da G. T. GHEORGHIU dell'Università di Timisoara e da alcuni suoi allievi.

Lo studio degli spazi di RIEMANN e degli spazi a connessione sono stati oggetto di ricerche di G. VRANCEANU dell'Università di Bucarest. Partendo dallo studio della stabilità di certi sistemi meccanici anolonomi, problema postogli da LEVI-CIVITA, VRANCEANU introduce nel 1926 gli spazi anolonomi, definiti in uno spazio di RIEMANN V_n , da un sistema non completamente integrabile di $n - m$ equazioni di PFAFF. Gli spazi anolonomi hanno destato interesse in molti geometri romeni (M. HAIMOVICI, S. PETRESCU ed altri) e italiani tra i quali i compianti ENEA BORTOLOTTI e A. MAXIA.

Le ricerche recenti di VRANCEANU e dei suoi allievi (P. MOCANU, A. DOBRESCU, C. TELEMEN ed altri) si riferiscono ai gruppi di movimenti negli spazi a connessione affine e ai gruppi di LIE. Molti di questi risultati sono contenuti nel libro di G. VRANCEANU « *Leçons de Géométrie différentielle* » di cui il primo volume è apparso in lingua francese nel 1947 e il secondo in lingua romena nel 1951 ⁽³⁾.

⁽²⁾ Lavori di geometria differenziale centro-affine iperbolica si devono a O. MAYER e si riferiscono alla teoria delle superficie e delle congruenze di rette. Il MAYER si è occupato anche di geometria differenziale del gruppo proiettivo biassiale determinando gli invarianti delle curve e delle superficie rigate. In questa direzione si hanno anche risultati di E. ARGHIRIADE sopra le curve isotrope di questa geometria.

⁽³⁾ Una nuova edizione uscirà fra poco in lingua francese.

Particolarmente notevoli sono quegli spazi che VRANCEANU chiama spazi a connessione affine costante ⁽⁴⁾.

Nel periodo 1940-1955 (a cui si riferisce specialmente la relazione) senza lasciare affatto gli indirizzi di ricerca già precedentemente coltivati, ai quali vengono anzi portati notevoli contributi (oltre che da Autori già citati, da A. HAIMOVICI, F. MARCUS ed altri), nuovi campi vengono investigati dai geometri romeni quali la geometria differenziale globale (G. VRANCEANU), la teoria degli oggetti geometrici (N. TEODORESCU, G. VRANCEANU, O. GHEORGHIU, N. MIHAILEANU), la geometria di certi spazi a gruppo fondamentale (O. MAYER ed altri), e la geometria delle famiglie di trasformazioni (M. HAIMOVICI).

Ma ancora altri indirizzi di geometria differenziale sono stati coltivati dai geometri romeni in questi ultimi tempi, come la geometria differenziale delle trasformazioni puntuali fra spazi lineari (I. CREANGA), la teoria delle quasi-asintotiche (C. BOGDAN), ecc. ecc. Si può affermare che le ricerche svolte dai geometri romeni riguardano la maggior parte dei campi della geometria differenziale.

• • •

A questo fiorire degli studi di geometria differenziale in Romania non è estranea l'intensa collaborazione che si ebbe nel passato fra matematici romeni e italiani, collaborazione che ci auguriamo possa continuare e intensificarsi nell'avvenire.

M. V.

(4) Sono degli spazi a connessione affine A_n che posseggono un gruppo semplicemente transitivo abeliano. Prendendo questo gruppo come gruppo di traslazioni $x'^i = x^i + \alpha^i$, le componenti della connessione Γ_{jk}^i dello spazio A_n sono delle costanti. Questi spazi si possono mettere in relazione con un'algebra di numeri ipercomplessi e_i la cui legge di moltiplicazione è $e_j e_k = \Gamma_{jk}^i e_i$; l'algebra è commutativa se lo spazio è senza torsione e associativa se lo spazio è senza curvatura. Sicchè se l'algebra è associativa e commutativa lo spazio A_n ($x^1, \dots, x^n$) a connessione affine costante è localmente euclideo. Ne viene il fatto interessante che se lo spazio A_n è equivalente in grande allo spazio euclideo affine E_n ($u^1, \dots, u^n$) il passaggio di coordinate da A_n ad E_n è realizzato da certe trasformazioni cremoniane intere. Le trasformazioni cremoniane intere sono state studiate recentemente in Germania, e in Italia da parte di B. SEGRE, e furono oggetto di discussione al Congresso di Bucarest.