UMI

Recensioni.

* M. H. A. Newman, Elements of the Topology of plane sets of points, Cambridge University Press, Cambridge, 1951 (Giovanni Sansone)
* L. Godeaux, Introduction à la Géométrie Supériore, Université de Liège, 1946 (Mario Villa)
* B. Hansen, A study in the Theory of Inflation, G. Allen e Univin, London, 1951 (Filadelfo Insolera)
* W. Blaschke, Einfuhrung in die Differentialgeometrie, Springer Verlag, Berlin, 1950 (Luigi Muracchini)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **7** (1952), n.3, p. 351–354.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1952_3_7_3_351_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1952.

RECENSIONI

M. H. A. NEWMAN, *Elements of the Topology of plane sets of points;* 2ª ed., (Cambridge Un. Press., 1951, VII + 214; 27s., 6d.).

È la seconda edizione di un volume che stampato la prima volta nel 1939 ebbe fin da allora un notevole successo nel pubblico matematico.

Il volume si prefigge due scopi: presentare un'introduzione alla topologia e porre in evidenza alcune questioni particolarmente connesse con la teoria delle funzioni di variabile reale. L'esposizione, inspirata in molti punti ai metodi dell'A., richiede una lettura accurata, perchè quasi in ogni pagina è fissato un nuovo concetto o sono contenute una o più proposizioni presentate spesso al lettore in forma abbastanza concisa.

Il volume è diviso in sette capitoli.

Il capitolo I si apre col classico calcolo operazionale sugli insiemi fondato sulla nozione di appartenenza (ε), di unione ($\cup$) di prodotto ($\cap$), di complementare (C), e con un cenno su l'algebra di G. BOOLE.

Nel capitolo II, l'A. prendendo sopratutto come modelli lo spazio euclideo e quello Hilbertiano, dà le nozioni fondamentali di insiemi chiusi e aperti, di insiemi separabili, completi, compatti, e distingue le proprietà valide in senso assoluto da quelle valide ove si consideri l'insieme come appartenente ad un particolare spazio ambiente. Le notazioni $\{x_n\}$ (p. 8), (x_n) (p. 37) sono usate con significato diverso da quello consueto.

Il capitolo III riguarda la definizione di metriche equivalenti per i punti di un medesimo spazio, la conservazione delle proprietà invarianti per metriche equivalenti [invarianti topologici, compattezza, compattezza locale, separabilità, spazi in sé densi], gli spazi metrizzabili topologici, gli spazi topologici omeomorfi, la rappresentazione $y = f(x)$ continua di uno spazio S di elementi x in uno spazio T di elementi y, e il teorema che se $y = f(x)$ induce una corrispondenza (1,1) tra S e T ed $f(x)$ e la sua inversa $f^{-1}(x)$ sono continue, la corrispondenza $y = f(x)$ è allora un omeomorfismo.

Il capitolo IV dedicato alla connessione studia in particolare la connessione negli spazi compatti e la caratterizzazione topologica degli archi e dei circuiti in relazione ai così detti punti di taglio.

L'usuale definizione di connessione si ritrova come teorema (p. 74).

Nel capitolo V sono premesse le nozioni di topologia combinatoria del piano, modulo 2; seguono i teoremi di separazione, il teorema di JORDAN dedotto dal lemma di ALEXANDER e la dimostrazione di alcuni teoremi sulla connessione delle aree piane limitate da uno o più circuiti.

I teoremi sono estesi ad uno spazio con un numero finito di dimensioni e il capitolo si chiude con alcune proprietà dei determinanti Jacobiani dedotte per via topologica.

Il capitolo VI si apre con la rappresentazione topologica dei domini aperti semplicemente connessi in un quadrato e la loro caratterizzazione topologica, e con quella di un dominio doppiamente connesso, limitato da due poligonali in una corona circolare.

Passando alle classi 1 cicli omologici in un insieme aperto G, l'A. prova che esse formano un gruppo abeliano il cui rango dà il così detto primo numero del BETTI modulo 2 o la connettività di G. La connettività è additiva e rappresenta un invariante topologico: due domini qualsiasi aventi la medesima connettività finita sono omeomorfi.

Introdotta la nozione di punto accessibile di una frontiera è dimostrato il teorema di SCHOENFLIES che caratterizza i circuiti di JORDAN e il teorema di KÉREKJÁRTÓ sui circuiti piani di JORDAN aventi più di un punto in comune.

Chiude il capitolo la rappresentazione topologica di un dominio di JORDAN in un quadrato chiuso.

Il capitolo VII tratta essenzialmente la teoria dei cappi (cammini continui chiusi) omotopici, cioè dei cappi appartenti ad un dominio dato e ivi deformabili con continuità, l'uno nell'altro. Sono definiti: l'indice di intersezione, o numero di KRONECKER di un segmento rispetto ad un cappio, l'ordine di un punto rispetto ad un cappio, i cappi semplici orientati positivamente o negativamente, e viene dimostrata la positività del determinante jacobiano nelle rappresentazioni continue differenziabili che conservano l'orientamento.

In questo capitolo gli enunciati di varie proposizioni hanno la tradizionale forma geometrica intuitiva. Assai interessante è la dimostrazione del teorema integrale di CAUCHY per le funzioni olomorfe nell'interno di un dominio limitato da uno o più circuiti continui rettificabili, dimostrazione che pone bene in evidenza il carattere quasi prevalentemente topologico di questo fondamentale teorema.

Settantanove figure, un esteso indice terminologico, alcune indicazioni bibliografiche e varie note e complementi in fondo al volume riescono estremamente utili, e possiamo concludere che i processi dimostrativi dell'A., di carattere prevalentemente astratto, specie nella parte introduttoria, portano gradualmente il lettore ad orientarsi nei problemi della Topologia facendogli contemporaneamente valutare le difficoltà che debbonsi superare per porre al riparo da riserve di natura critica tante proposizioni che nelle tradizionali esposizioni sembrano talvolta estremamente evidenti.

GIOVANNI SANSONE

L. GODEAUX, *Introduction à la Géométrie Supérieure*, Université de Liège, Cours de la Faculté des Sciences, 2ª ed., 1946, pp. 149

Il corso di Geometria superiore che l'illustre geometra belga svolge presso l'Università di Liegi è diviso in due parti: la prima è rivolta a tutti gli studenti di Matematica, la seconda a quelli che desiderano approfondire lo studio della Geometria.

In questo libro l'Autore svolge con la consueta perizia ed eleganza appunto gli argomenti che costituiscono la prima parte del corso. La materia trattata appartiene alla geometria proiettiva della retta, del piano e dello spazio ordinario e costituisce in sostanza un complemento al corso di Geometria proiettiva svolto per gli studenti del primo biennio.

Dopo aver esposte le proprietà generali dei gruppi di punti di una retta, delle curve e delle superficie algebriche, considera la rappresentazione piana delle quadriche e delle superficie cubiche, anche allo scopo di preparare i giovani allo studio delle trasformazioni birazionali e della Geometria sopra una curva o sopra una superficie algebrica.

Ma ecco i titoli dei capitoli e dei paragrafi che daranno un'idea approssimativa della materia svolta:

Geometria sopra una retta: serie di gruppi di punti; il principio di corrispondenza; polarità nei gruppi di punti sopra una retta.

Curve algebriche piane: generalità; intersezioni di due curve algebriche; polarità nelle curve piane e formule di Plücker; Jacobiana di una rete di curve.

Curve piane del 3° e del 4° ordine: cubiche piane; le cubiche piane e le funzioni ellittiche; la quartica piana di 12ª classe.

Superficie e curve sghembe algebriche: generalità sulle superficie algebriche; curve algebriche sghembe; polarità nelle superficie algebriche; superficie rigate algebriche.

Curve tracciate sopra una quadrica: rappresentazione piana di una quadrica; rappresentazione delle curve tracciate sopra una quadrica.

Le superficie del 3° ordine: le 27 rette di una superficie cubica; rappresentazione piana di una superficie cubica generale; superficie cubiche dotate di un numero finito di punti doppi; generazione delle superficie cubiche; superficie cubiche rigate sghembe.

Va rilevato che alcune proprietà appaiono forse qui per la prima volta in un'opera a carattere prevalentemente didattico.

La felice scelta degli argomenti e il modo di trattarli dimostra la lunga esperienza dell'Autore. La veste tipografica è ottima ed invoglia anch'essa alla lettura.

MARIO VILLA

B. HANSEN, *A study in the Theory of Inflation*, pp. IX-262, G. Allen e Unvin, London, 1951.

L'A. dichiara che questa sua opera non vuol essere un trattato sull'economia di guerra e, comunque, non pretende di sviluppare una teoria generale del fenomeno della inflazione: in quanto si limita allo studio teorico di alcuni problemi economici, apparsi in vari Paesi, compresi alcuni neutrali, durante e dopo l'ultima guerra mondiale.

Effettivamente, dati i provvedimenti statali di diretto controllo economico e sociale presi fin dalla vigilia, l'inflazione assunse carattere specifico di inflazione « repressa ». Di questa, sebbene molto si sia scritto, specie dai punti di vista politici e sociali, appare trascurato o non curato come meriterebbe il punto di vista monetario. L'Hansen si è proposto, appunto, di sviluppare una « teoria monetaria dell' inflazione repressa » (*a monetary theory of repressed inflation*).

A tale intento, l'inflazione repressa viene studiata come uno speciale caso limite del fenomeno inflazionistico libero e, conseguentemente, si esaminano dei modelli teorici di inflazione repressa, siccome derivati da uno speciale modello di inflazione libera. Seguendo quest'ordine di idee, si studia l'interdipendenza fra beni e prezzi di mercato in una situazione inflazionistica e, applicando al caso speciale il sistema di equazioni di Walras, per la teoria generale dell'interdipendenza, se ne alterano ingegnosamente le condizioni di coesistenza, così da escludere la soluzione di equilibrio statico e determinare la soluzione che risponde alla dinamica inflazionistica.

Questa, in molto rapida sintesi, la teoria svolta dal'Autore. E si tratta di pregevole e seria fatica. Della serietà d'intenti cui si mira, testimoniano, anzitutto, i primi tre capitoli, nei quali l'A., con squisito senso di rigorismo scientifico, s'indugia a giustificare i limiti e la portata dei concetti e delle definizioni in cui li racchiude, come necessaria premessa alla teoria cui abbiamo accennato, sviluppata nei capitoli successivi, dal IV all'VIII.

Nei capitoli IX e X, che concludono l'opera, la teoria svolta viene, infine, applicata alla determinazione delle condizioni di stabilità dell'equilibrio monetario, cioè di equilibrio con pieno impiego. L'A. dichiara nettamente che ritiene di maggior momento studiare la teoria dell'inflazione sulla base dello squilibrio determinato nel mercato del lavoro, meglio che in termini di domanda e offerta di denaro o in termini di investimenti e risparmi.

L'opera chiude con due appendici: la prima delle quali, assai interessante, fornisce alcuni dati sul movimento dei prezzi e del potere di acquisto della moneta in Isvezia; mentre la seconda raccoglie in un ben ordinato indice i simboli adoperati nel testo.

FILADELFO INSOLERA

W. BLASCHKE, *Einfuhrung in die Differentialgeometrie*, Grundlehren der Math. Wiss. in Einzeldarstellungen Bd. LVIII, Springer Verlag, Berlin, 1950 pp. VII + 146.

Del BLASCHKE è universalmente noto il pregevole trattato di geometria differenziale (*Vorlesungen über Differentialgeometrie,* in tre volumi, diverse edizioni; vedansi le recensioni apparse in questo Bollettino ([1])). Il presente volume è dedicato agli stessi argomenti del primo volume di detta opera, vale a dire la teoria classica delle curve e superficie dello spazio euclideo tridimensionale. I metodi di trattazione qui seguiti sono però diversi da quelli delle *Vorlesungen.* Si fa ora uso sistematico del « riferimento mobile » di E. CARTAN e del calcolo differenziale esterno (forme di Pfaff). Si riesce così a trattare la materia, specialmente la teoria delle superficie, in modo notevolmente più veloce ed elegante senza nessun sacrificio alla chiarezza dell'esposizione. Ciò dà anche, in parte, ragione della maggior mole del primo volume delle *Vorlesungen* in confronto al presente, pur contenendo quest'ultimo quasi tutta la materia trattata in quello (per lo meno in accenni nei complementi che chiudono i vari capitoli). La lettura comparativa delle due opere mi sembra della massima utilità ed interesse, permettendo di impadronirsi sia della materia, che dei diversi metodi di trattazione.

Indichiamo succintamente il contenuto del volume, la cui veste tipografica è la solita delle edizioni Springer che non ha bisogno di elogi. Nel primo breve capitolo si introducono i vettori e le matrici dandone le principali proprietà formali. Il secondo capitolo è dedicato alle curve ed alle *striscie;* la considerazione sistematica di questi ultimi enti è anzi una delle caratteristiche della trattazione del BLASCHKE. Cenni sulla teoria delle forme di Pfaff ed il calcolo differenziale esterno vengono dati nel terzo capitolo. I due successivi capitoli trattano della geometria intrinseca su di una superficie, mentre il sesto è dedicato alle proprietà di immersione nello spazio euclideo. Un capitolo sulle superficie ad area minima ed il problema di Plateau chiude il volume.

LUIGI MURACCHINI

([1]) Per il Vol. I, (1) 2, 1923, 30-36 (E. Bompiani); (1) 9, 1930, 181-183 (Enea Bortolotti). Per il Vol. II, (1) 3, 1924, 89-91 (Enea Bortolotti). Per il Vol. III, (1) 9, 1930, 184-187 (Enea Bortolotti).