
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

LUIGI BRUSOTTI

Varietà di atteggiamenti concettuali e didattici nei rapporti del metodo razionale.

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol.
7 (1952), n.2, p. 174–181.*

Zanichelli

[<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1952_3_7_2_174_0>](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1952_3_7_2_174_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

SEZIONE STORICO-DIDATTICA

Varietà di atteggiamenti concettuali e didattici nei rapporti del metodo razionale.

Nota di LUIGI BRUSOTTI (a Pavia) (1).

Sunto. - *Nei limiti consentiti da una conferenza, del metodo razionale o deduttivo si illustrano dapprima le origini platoniche ed i più moderni orientamenti nei loro riflessi critici e costruttivi, indi si passa alle questioni che nascono dai rapporti fra tale metodo e le esigenze didattiche, avuto speciale riguardo alla scuola secondaria italiana ne' suoi più recenti sviluppi.*

1. Per quanto ancor oggi si può attingere all'indagine storica, l'adozione del metodo razionale o deduttivo sembra creazione del pensiero greco.

E forse nelle consuete valutazioni sulla cultura ellenica, di cui tanto si apprezzano i contributi nell'ambito della filosofia e dell'arte, codesta nota, ed i conseguenti apporti positivi al progresso delle matematiche, non sono sempre posti nella dovuta luce. Il che può anche attribuirsi alla meno frequente familiarità colle scienze esatte da parte dei cultori di storia dell'antichità.

L'orientamento che ha condotto alla visione della sistemazione deduttiva delle matematiche fa capo a PLATONE ed all'Accademia, come si può trarre da passi dello stesso PLATONE, al quale, secondo opinioni a cui si accosta ATTILIO FRAIESE, la caratteristica *teoria delle idee* sarebbe stata suggerita dalla conoscenza delle matematiche, i cui oggetti, pur non appartenendo al mondo reale, hanno una loro realtà nella mente dello studioso (2), e come pure si può indurre dai vincoli più o meno stretti che all'Accademia legano

(1) Conferenza tenuta a Bologna il 4 maggio 1952 per invito del Corso di Perfezionamento in Matematica e Fisica dell'Università di Bologna e della Sezione Bolognese della Società « Mathesis ».

(2) Cfr. A. FRAIESE, *I dialoghi di Platone e la storia della matematica*, « Sophia », 11 (1943), pp. 58-70, a p. 59.

lo stesso EUCLIDE ⁽³⁾, i cui *Elementi* costituiscono il primo esempio, a noi pervenuto, di una sistematica applicazione del metodo deduttivo.

Conviene per un istante sostare su di quest'opera ne' suoi tredici libri ⁽⁴⁾, per constatarne la solida struttura, sostanzialmente rigorosa, anche se la critica moderna possa in qualche punto scalfirla ⁽⁵⁾.

Vi si hanno *definizioni* o *termini* (ὅροι), *postulati* (αἰτήματα), *nozioni comuni* (κοινὰ ἔννοια) e, se le definizioni non sempre partecipano al tessuto deduttivo dell'opera, vi partecipano in modo essenziale, sia pure senza esplicite citazioni, i postulati e le nozioni comuni, a cui si riconducono le *proposizioni* (teoremi e problemi).

La tradizione ellenica, in tal modo stabilita, si perpetua, pur con speciali caratteristiche, nei continuatori di EUCLIDE, APOLLONIO ed ARCHIMEDE; e tuttora permane.

È ben vero che involontari scostamenti dal rigore sono intervenuti ed intervengono, che talora, per il progresso della scienza pur volutamente si utilizzano metodi euristici, alieni da preoccupazioni critiche, ma è pur vero che nessun matematico pensa di aver compiuta l'opera propria in un campo di indagini se non ha saputo dare ai relativi sviluppi una sistemazione logico-deduttiva.

Cosicchè storicamente risulta che l'assetto razionale delle matematiche in sè non si discute, anche se correnti critiche ed ipercritiche, provenienti da ambienti alle matematiche estranei o da esse germogliati, ne sottopongono l'interpretazione a concezioni diverse e talora giungano ad insidiarne lo stesso fondamento col l'esame della legittimità di taluni fra i processi accolti dalla logica classica.

Ma soprattutto sono da distinguere, almeno sotto il rispetto psicologico (ed all'infuori di ogni impostazione teoretica) due atteggiamenti, di cui il primo pensa l'assetto deduttivo come applicato ad una realtà sia pure idealizzata, mentre il secondo lo giudica per cosa a sè stante, giustificata dalla sola sua coerenza logica.

⁽³⁾ Cfr. per es. A. FRAJESE ⁽²⁾, p. 66.

⁽⁴⁾ Si fa qui riferimento all'edizione critica: I. L. HEIBERG, *Euclidis Elementa*. Lipsiae, 1, 1883; 2, 1884; 3, 1886; 4, 1885. A tale edizione si attendono F. ENRIQUES ed i suoi collaboratori nella versione italiana esposta in: *Gli elementi di Euclide e la critica antica e moderna*. Roma-Bologna, 1925-1936.

⁽⁵⁾ Tra gli atteggiamenti critici moderni di fronte agli *Elementi di Euclide*, può qui citarsi quello di BERTRAND RUSSELL (1903), per il quale si può ricorrere ora alla recente traduzione italiana. Cfr. B. RUSSELL, *I principi della Matematica*, Traduzione dall'inglese del prof. L. GEYMONAT, Milano, 1951.

Tali posizioni, apparentemente o almeno formalmente antitetiche, come spesso avviene in analoghi casi, vengono praticamente a comporsi in una visione veramente utile al progresso scientifico.

Ed invero l'interpretazione dell'assetto deduttivo come cosa a sè stante meglio autorizza ad applicarlo a realtà idealizzate diverse, quando esse lo consentano; e ciò costituisce un'evidente economia di pensiero, tanto maggiore in quanto il ricercatore potrà così utilizzare le intuizioni che una di tali realtà idealizzate gli offre a vantaggio di tutte le altre, tramite l'unico schema logico.

Son posizioni codeste familiari alla geometria colle sue rappresentazioni, co' suoi principi di trasporto e di dualità; e che trovano riscontro nell'ufficio unificatore che l'analisi compie di fronte alle scienze sperimentali ed alle applicazioni e pur nei vantaggi che la tecnica trae dall'uso dei cosiddetti *modelli* ⁽⁶⁾.

2. Ma conviene ormai soffermarsi a considerare il metodo razionale anche ne' suoi aspetti interessanti l'insegnamento.

È intanto degno di nota come la prima opera in cui esso viene ad affermarsi, gli *Elementi* d'EUCLIDE, sia opera d'indole didattica.

Che tale di fatto sia stata non occorre dire, ma che tale fosse nell'intenzione dell'autore si può arguire dalla circostanza che un accurato esame, accanto ad innegabili e talora sorprendenti preoccupazioni logiche, ci rivela evidenti preoccupazioni didattiche. Tali ci appaiono quella di dare alla teoria della equivalenza dei poligoni assetto indipendente dalla difficile teoria delle proporzioni di libro V°, che viene così rinviata; e pur quella di rimandare agli ultimi tre libri così la stereometria, che nei discenti richiede il sicuro possesso della intuizione spaziale, come quegli argomenti che secondo gli schemi della geometria classica richiedono l'uso dei metodi di esaurizione, accessibili solo a menti mature.

Peraltro l'esigenza di un assetto deduttivo nell'ambito didattico è stata ed è variamente intesa nei diversi ambienti, sia per la grande varietà degli indirizzi culturali dominanti, sia per le stesse condizioni psicologiche degli allievi nelle diverse età e nelle svariate circostanze sociali.

Per ciò che più da vicino ci interessa, cioè per le condizioni della scuola italiana in tempi moderni, ben si può affermare come in essa, più che altrove sia stato sempre vigile il rispetto al rigore, sia nella compagine dei corsi e dei trattati, sia nei singoli

(6) Nozioni sui modelli trovansi nell'articolo: P. STRANEO, *Teoria generale delle dimensioni fisiche*, in *Enciclopedia delle matematiche elementari*, 3₁ (a cura di L. BERZOLARI), Milano 1947, pp. 39-97.

particolari dimostrativi; e come ciò possa ancor oggi ripetersi non ostante qualche attenuazione di cui si dirà.

Ma intanto conviene indagare le origini di un tale stato di cose.

Le sorti dell'insegnamento delle matematiche fra noi sarebbero forse state quelle occorse nelle altre nazioni, se nel 1867 non si fosse attuato un energico intervento di LUIGI CREMONA, il cui nome non può pronunziarsi senza commozione in Bologna, ove tanta parte della sua attività ebbe a svolgersi, specialmente da chi, come me, è, e si sente, suo concittadino.

Egli, in unione con ENRICO BETTI e con FRANCESCO BRIOSCHI, suggeriva ed otteneva che in tutte le scuole classiche fossero adottati come libro di testo gli *Elementi* di EUCLIDE, e, per quanto il provvedimento fosse più tardi attenuato e poi abbandonato, lo spirito che lo aveva informato lasciò nelle convinzioni e nelle consuetudini degli uomini di scuola durevole impronta, come si può arguire dal sorgere di una nuova trattatistica (7).

A render conto del significato che in taluni ambienti poteva assumere quel vigoroso colpo di timone, è da notarsi (8) che ben diverse erano talora le tradizioni locali; basti ricordare che già nel 1848 RAFFAELE RUBINI nel Liceo di Lecce svolgeva un corso di Calcolo sublime (cioè di Analisi), il che certo non poteva implicare l'uso di metodi rigorosi.

Ma negli anni successivi all'intervento del CREMONA, altre circostanze contribuivano a mantenere e ad affinare una mentalità critica, perchè così essa veniva foggiandosi negli stessi centri universitari da cui uscivano i docenti delle scuole secondarie.

Si ponga mente invero all'opera di revisione dei fondamenti dell'Analisi da parte di ULISSE DINI e di quelli della Geometria da parte di GIUSEPPE VERONESE e pur dell'attiva scuola di logica matematica facente capo a GIUSEPPE PEANO.

In tale clima si formò e per un certo periodo continuò pressochè incontrastato un ordinamento dell'insegnamento matematico in due cicli, il primo dei quali si svolgeva nei tre anni susseguenti alla scuola elementare ed era dedicato all'aritmetica pratica ed alla geometria detta intuitiva.

Il secondo ciclo doveva svolgersi con metodo razionale, senza

(7) Notizie in proposito leggonsi nell'articolo: L. BRUSOTTI, *Questioni didattiche*, in *Enciclopedia delle matematiche elementari*, 3₂ (a cura di L. BERZOLARI), Milano 1950, pp. 885-973, specialmente a pp. 954-962.

A codesto articolo può farsi rinvio anche per altri degli argomenti oggetto di questa conferenza.

(8) Vedasi per es.: G. CANDIDO, *Scritti matematici*, Firenze 1948, p. 696.

dunque formalmente utilizzare le nozioni apprese nel primo ciclo.

Ciò comportava che si iniziasse coll'aritmetica razionale e cogli argomenti di geometria oggetto del primo libro di EUCLIDE, razionalmente esposti.

Trattavasi dunque di un assetto pienamente rispondente ad una concezione rigida di un insegnamento razionale, resa anche più ardua da scrupoli di purismo, intesi a procrastinare più che fosse possibile l'applicazione dell'algebra alla geometria. Così in talune sedi la teoria dei numeri reali veniva di fatto studiata due volte, la prima implicitamente col libro V° di EUCLIDE eventualmente modificato in qualche suo particolare, la seconda col metodo analitico delle classi contigue.

Tutto ciò per i migliori allievi era altamente educativo e loro offriva una chiara immagine della matematica nel suo aspetto di edificio logico saldamente costruito.

Ma non mancavano inconvenienti per cui, rivolto ai colleghi fervorosamente intesi a perfezionare i loro insegnamenti dal lato del rigore, GIOVANNI VAILATI⁽⁹⁾, acuto spirito eclettico, ammoniva che in questioni didattiche accanto alla logica era da tenersi presente la psicologia.

Le difficoltà più gravi sorgevano all'inizio del secondo ciclo, per il brusco innesto del metodo razionale, ma ancor più perchè questo veniva inevitabilmente applicato a dimostrare verità di per sè evidenti e quindi allo scolaro appariva come un inutile ingombro di cui non si vedesse la ragione.

Ad un rinnovo degli orientamenti contribuirono diverse circostanze, pur conservandosi nell'essenza immutata la concezione del valore formativo delle matematiche.

Una di queste fu la sensazione che dei primi concetti fondamentali dell'analisi e pur della rappresentazione cartesiana, che ormai intervengono nelle più diverse forme della stessa attività pratica, dovessero esser fatte partecipi tutte le persone colte. Opinione questa caldeggiata con grande autorevolezza dal compianto GUIDO CASTELNUOVO⁽¹⁰⁾.

⁽⁹⁾ Per rendersi conto della varietà degli interessi culturali che determinarono la singolare attività di lui vedasi: G. VAILATI, *Scritti*, Leipzig, Firenze, 1911, ove (pp. I-XXIX) trovansi anche notizie biografiche; per queste cfr. altresì: V. VOLTERRA, in « Bollettino della Mathesis », 1 (1909), p. 60.

⁽¹⁰⁾ Cfr. G. CASTELNUOVO, *Il valore didattico della matematica e della fisica*, « Scientia », 1 (1907), pp. 329-337; inoltre: *Atti del II Congresso della Mathesis, Società italiana di matematica*, Padova 1909, *allegato F'*, pp. 1-4;

Ma pur operò la maggiore conoscenza di quanto avveniva altrove.

La quale trasse intanto ragione da un movimento internazionale che prese consistenza in Roma nel memorabile Congresso del 1908 e provocò la formazione di una *Commissione internazionale* di cui fecero parte per l'Italia GUIDO CASTELNUOVO, FEDERIGO ENRIQUES e GAETANO SCORZA, quest'ultimo in sostituzione di GIOVANNI VAILATI, proprio allora mancato ⁽¹¹⁾.

E pur influì l'incontro che avvenne al Congresso Nazionale della *Mathesis*, tenuto nel 1919 a Trieste, fra insegnanti appartenenti alle antiche provincie del Regno d'Italia ed insegnanti delle provincie appena redente ⁽¹²⁾. Risultò allora una diversità di criteri e di programmi per molti insospettata. Chè nelle nuove provincie non esisteva insegnamento ciclico ed invece, senza alcuna cura del rigore, si utilizzavano senz'altro i risultati comunque conseguiti negli anni precedenti. Stupiva però la soddisfazione generale per quegli ordinamenti che, sotto l'aspetto pratico, sembravano dunque perfettamente corrispondere alla psicologia dello scolaro.

Così anche fra noi si andava maturando la convinzione che, senza venir meno alle esigenze del rigore, convenisse curarne una introduzione graduale più rispettosa delle possibilità dei discenti.

3. Comunque, sempre rimangono aperti i problemi sul modo migliore di svolgere praticamente dinnanzi agli allievi un insegnamento razionale delle matematiche.

Giova perciò si risalga ad indagare come la *dimostrazione*, che di tale metodo è lo strumento, venga intesa dai singoli pensatori.

Se si fa riferimento alla logica formale, sia essa quella aristotelica, o quella rispondente ad una delle più recenti sistemazioni (di PEANO, di RUSSELL, ...) si presenterà essa come un seguito di operazioni logiche, p. es. di sillogismi, o, con migliore aderenza alle reali istanze della matematica, di operazioni su classi ecc.

Ma sempre restando nel campo della logica (sia pure nella più larga accezione del termine) è lecito accostarsi ad una diversa visione, chiaramente illustrata da EUGENIO RIGNANO nel suo libro dal titolo: *Psicologia del ragionamento*.

La scuola ne' suoi rapporti colla vita e colla scienza moderna, (discorso pronunziato al III Congresso della *Mathesis* in Genova, 1912), Roma 1912.

⁽¹¹⁾ Notizie e riferimenti su tale movimento internazionale anche in L. BRUSOTTI, (7), pp. 969-970.

⁽¹²⁾ Cfr. « Boll. *Mathesis* », 12 (1920), pp. 1-62; pp. 176-182.

La dimostrazione può cioè prospettarsi come *un seguito di esperienze pensate* ⁽¹³⁾.

È codesta una visione forse meglio rispondente alle mentalità meno scaltrite, specialmente allorchè trattisi della dimostrazione di proposizioni geometriche.

Se talora, specialmente agli inizi, può essere conveniente fortemente insistere sullo schema formale della dimostrazione ad es. scrivendo in posizioni diverse della lavagna ed in forma abbreviata ipotesi e tesi, perchè al termine del procedimento dimostrativo più visibilmente e prontamente se ne possa constatare il successo, non sarà mai da dimenticarsi che i diversi atteggiamenti dei pensatori di fronte alla dimostrazione possono ben ripetersi in forme più ingenue e meno consapevoli pur nella mente degli scolari.

E, specialmente per la geometria, è dunque provvido operare proprio come si trattasse di un seguito di esperienze pensate; ed a ciò giova l'impiego di quel linguaggio che direi pittoresco e che presenta all'ascoltatore gli enti geometrici come oggetti di un mondo reale.

Le immagini ed i raccostamenti che così si suscitano hanno pronta rispondenza nell'animo dei discenti e sono perciò di sicuro valore didattico.

L'uso è del resto antico, se PLATONE, mente squisitamente speculativa, se ne dispiaceva ⁽¹⁴⁾.

Ma chi se ne serve può ben avere coscienza di non tradire la matematica nella sua più intima essenza, perchè se essa ben si sostiene nelle sue impalcature logiche, è pur vero che se, con visione meno statica, viene pensata nel suo sviluppo, dalla realtà esce e, colle applicazioni, alla realtà ritorna.

Ed anche certe ritrosie dello scolaro di fronte alla dimostrazione, certe sue insoddisfazioni od incomprensioni, vanno accolte dal docente con attenta meditazione e con benevola curiosità dei motivi.

Non si dimentichino gli esempî di reazioni consimili in mentalità sotto altri aspetti eccelse, chè ad es. SCHOPENHAUER assimi-

⁽¹³⁾ Cfr. E. RIGNANO, *Psicologia del ragionamento*, Bologna 1920, pp. 76-94.

⁽¹⁴⁾ PLATONE, *Repubblica*, 527, a, b. Cfr. per tali passi: *Platonis Dialogi* (recognovit C. F. HERMANN), Lipsia 1883, 4, p. 216; PLATONE, *Dialoghi*, 5 (*Il Clitofonte e la Repubblica*, trad. C. O. ZURETTI, 2^a Ediz.), Bari 1927, pp. 242-243.

lava le dimostrazioni euclidee a *trappole per i topi* ⁽¹⁵⁾, perchè, secondo il suo avviso, convincono senza persuadere.

E del resto gli stessi matematici distinguono fra dimostrazioni artificiali e spontanee, e preferiscono le seconde.

Al quale proposito si può anche ricordare il parere espresso da un pedagogo e filosofo, non alieno da conoscenze matematiche e da una certa comprensione del loro particolare valore. Trattasi dello HERBART (1776-1841), il quale sentenziava che una dimostrazione la quale attinga a concetti estranei è didatticamente un male, sia pur essa elegante ⁽¹⁶⁾.

4. Ormai ho sottoposto il metodo razionale ad un esame variamente diretto, tenendo presenti così l'interesse dottrinale come il didattico, benchè sotto l'uno e sotto l'altro aspetto la trattazione sia ben lungi dall'essere esauriente!

Credo tuttavia di essere così stato fedele alle ragioni cui si ispira l'opera della *Mathesis*, intesa a « volgere i progressi della scienza a beneficio della scuola » ⁽¹⁷⁾, E, col CREMONA già ricordato, mi sia lecito rievocare altri due sommi Maestri di questo Ateneo, che così operarono: SALVATORE PINCHERLE e FEDERIGO ENRIQUES ⁽¹⁸⁾.

⁽¹⁵⁾ A. SCHOPENHAUER, *Ueber die vierfache Wureel des Satzeses vom zureichenden Grunde*, (1813), 4^a ed., Leipzig 1875, p. 139. Per la più larga comprensione dell'atteggiamento di A. SCHOPENHAUER, cfr. ivi pp. 133-139 ed in *Die Welt als Wille und Vorstellung*, 7^a ed., Leipzig 1888, 1, pp. 89-99, 2, pp. 142-145.

⁽¹⁶⁾ J. F. HERBART, *Pädagogische Schriften (Sechste Auflage)*, Langenfalze 1896, 1, p. 399.

⁽¹⁷⁾ Il motto fu suggerito da un benemerito dell'insegnamento della matematica in Italia: GIOVANNI FRATTINI.

⁽¹⁸⁾ Di SALVATORE PINCHERLE, oltre alle benemerite acquisite come autore di meditate opere didattiche, può qui ricordarsi il fattivo interessamento per ogni questione concernente la scuola secondaria, in particolare per quella della preparazione degli insegnanti, con interventi sui quali recentemente ebbe a richiamare l'attenzione anche MARIO VILLA.

Di FEDERIGO ENRIQUES, oltre l'attività svolta come trattatista e come Presidente della *Mathesis*, quale ulteriore indizio delle più vive preoccupazioni per le sorti della scuola italiana, si vuol qui segnalare l'iniziativa presa colla pubblicazione delle ben note *Questioni*, ove egli ha coordinato articoli suoi e di altri. Cfr. *Questioni riguardanti le Matematiche elementari*, 3^a ediz., 1₁, Bologna 1924; 1₂, Bologna 1925; 2, Bologna 1926; 3, Bologna 1927.