
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

PAOLO CATTANEO

Calcolo approssimato di π

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 2
(1947), n.2, p. 148–149.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1947_3_2_2_148_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Calcolo approssimato di π .

Nota di PAOLO CATTANEO (a Padova).

Sunto - Si dà di π un'espressione poco o non nota, che permette notevole rapidità e semplicità nel calcolo dei suoi valori approssimati.

Dalla formula notissima $(1+x)^m = 1 + \sum_1^m \binom{m}{h} \cdot x^h$ si ha

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = (1+x)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \sum_h (-1)^h \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2h-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2h)} \cdot x.$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-z^2}} = 1 + \sum_1^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2h-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2h)} \cdot z^{2h}.$$

$$\text{arcsen } z = \int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} = z + \sum_1^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2h-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2h)} \cdot \frac{z^{2h+1}}{2h+1}.$$

Ponendo in tale formula $z = \frac{1}{2}$ e ricordando che $\text{arcsen } \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$, si ha

$$\pi = 3 + \sum_1^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2h-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2h)} \cdot \frac{3}{(2h+1) \cdot 4^h}.$$

Dai primi tre termini si ha: $3 + \frac{1}{8} + \frac{9}{640} = 3,1390625$;

i cinque termini successivi sono

$$\frac{15}{7168} = 0,00209263\dots;$$

$$\frac{35}{24 \cdot 64^2} = 0,00035603\dots; \quad \frac{189}{11 \cdot 64^3} = 0,00006554\dots;$$

$$\frac{693}{208 \cdot 64^3} = 0,00001279\dots; \quad \frac{42,9}{64^4} = 0,00000255\dots.$$

Addizionando, si ha

$$\pi > 3,14159204.$$

La somma di tutti i termini successivi è minore di

$$\frac{42,9}{64^4} \cdot \sum_1^{\infty} \frac{1}{4^h} = \frac{1}{3} \cdot \frac{42,9}{64^4} = 0,00000085\dots;$$

sicchè, prendendo i valori eccessivi a meno di 1:100000000

del IV°, V°, ... VIII° termine e della somma dei successivi, si ha

$$\pi < 3,14159209 + 0,00000086 = 3,14159295$$

e si può concludere che

$$\pi = 3,141592\dots$$

Aumentando il numero dei termini effettivamente calcolati, si hanno delle approssimazioni sempre maggiori, con assai maggiori rapidità e semplicità di quelle che si hanno con i metodi più noti (v. a pag. 272 la sempre utilissima *Analisi Algebrica* di E. CESARO, Torino, Bocca. 1894).
