
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

CIRO CILIBERTO, CLAUDIO FONTANARI

La scuola italiana di geometria algebrica nella tradizione orale di Alfredo Franchetta

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 10
(2025), n.1, p. 37–47.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2025_1_10_1_37_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

La scuola italiana di geometria algebrica nella tradizione orale di Alfredo Franchetta

CIRO CILIBERTO

Dipartimento di Matematica, Università di Roma Tor Vergata
E-mail: cilibert@axp.mat.uniroma2.it

CLAUDIO FONTANARI

Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Trento
E-mail: claudio.fontanari@unitn.it

Sommario: *Il secondo autore intervista il primo a proposito del suo maestro Alfredo Franchetta (1916-2011), a sua volta allievo di Federigo Enriques (1871-1946). Dall’intervista emerge come Franchetta sia stato un ponte tra la gloriosa tradizione della scuola italiana classica di geometria algebrica e il rinnovato prestigio internazionale della geometria algebrica italiana contemporanea.*

Abstract: *The second author interviews the first one about his master Alfredo Franchetta (1916–2011), who was in turn a student of Federigo Enriques (1871-1946). From the interview it emerges how Franchetta has been a bridge between the glorious tradition of the classical Italian school of algebraic geometry and the renewed international prestige of contemporary Italian algebraic geometry.*

Alfredo Franchetta (1916-2011), oltre a essere un ottimo matematico e un eccellente didatta e maestro, ha rappresentato un ponte tra la tradizione della gloriosa scuola italiana di geometria algebrica (i cui massimi esponenti sono, com’è ben noto, Guido Castelnuovo, Federigo Enriques e Francesco Severi) e il rinnovato prestigio internazionale della geometria algebrica italiana a partire dagli anni Ottanta del Novecento. Nato a Pescara, fu indirizzato agli studi universitari a Roma da docenti di scuola secondaria superiore che seppero cogliere e valorizzare il suo talento. Franchetta visse dunque l’Istituto di Matematica di Roma e poi l’Istituto Nazionale di Alta Matematica a partire dalla metà degli anni Trenta fino all’inizio degli anni Cinquanta, prima come studente e laureando, quindi come assistente

ordinario, libero docente e professore incaricato. Vincitore di concorso a cattedra nel 1951 (di cui era risultato vincitore insieme ad Aldo Andreotti e Carlo Felice Manara), dopo un triennio di straordinariato a Palermo, nel 1954 Franchetta si trasferì a Napoli, dove rimase fino al collocamento a riposo nel 1992. Nel giovanile quindicennio romano Franchetta ebbe l’opportunità di conoscere da vicino, prima come studente e poi come collaboratore, i grandi maestri come Castelnuovo, Enriques e Severi e quindi di frequentare i professori Beniamino Segre e Fabio Conforto, i colleghi assistenti Andreotti e Giuseppe Pompilj, ed altri giovani che frequentavano l’ambiente romano, come Guido Zappa, Federico Gaeta, ed altri. Come sottolinea Ciro Ciliberto in *La figura e l’opera di Alfredo Franchetta*, introduzione al volume delle Opere Scelte di Franchetta, edito a Napoli dalla Accademia Pontaniana nel 2006 in occasione del suo novantesimo compleanno: *Fran-*

Accettato: 23 dicembre 2024.

chetta fu attratto dalla multiforme personalità di Enriques, che fu relatore della sua tesi di laurea, discussa nel 1939. Da Enriques, Franchetta assorbì il gusto e la capacità di vedere e far propri gli oggetti della Geometria algebrica, doti che caratterizzarono l'attività del grande Maestro e della sua scuola. In particolare, Franchetta apprese da Enriques le tecniche di degenerazione in geometria algebrica, di cui Enriques era un virtuoso. Tali potenti tecniche consentono di desumere le proprietà geometriche di una varietà algebrica da quelle, talvolta più accessibili, delle sue forme limiti. Franchetta applicò a più riprese ardite tecniche di degenerazione alla costruzione proiettiva di interessanti classi di superficie algebriche e alla soluzione di difficili questioni di geometria proiettiva. L'impatto maggiore di Franchetta è forse dovuto all'introduzione della nozione di curva aritmeticamente connessa su una superficie algebrica liscia e alla dimostrazione della proprietà di regolarità dell'aggiunto rispetto a tali curve, che è stata successivamente ripresa e generalizzata prima da Ramanujam e poi da Kawamata e Viehweg in un teorema che risulta tra i più citati nella geometria birazionale contemporanea. Anche la dimostrazione di Franchetta del teorema di Noether-Lefschetz, la prima di natura algebro-geometrica, è sostanzialmente equivalente a quella successiva e molto più celebrata di Ph. Griffiths e J. Harris. Pure il teorema di esistenza di infinite curve ridotte e irriducibili con autointersezione negativa sul piano proiettivo scoppato in almeno 9 punti in posizione generale, usualmente attribuito a Nagata, è in realtà un risultato ottenuto da Franchetta (per ulteriori dettagli e approfondimenti si rimanda al già citato testo introduttivo *La figura e l'opera di Alfredo Franchetta* di Ciliberto). Il nome di Franchetta è inoltre associato a una congettura sullo spazio dei moduli \mathcal{M}_g delle curve algebriche lisce di genere g . La cosiddetta *congettura di Franchetta in forma debole* afferma che il gruppo di Picard relativo della curva universale $\mathcal{M}_{g,1}$, cioè il gruppo dei fibrati in rette sullo spazio totale della curva universale di genere g modulo quelli provenienti da \mathcal{M}_g , è generato dal fibrato canonico relativo. Questo fatto segue direttamente dal risultato topologico di John Harer che il rango del gruppo di Picard a coefficienti razionali di $\mathcal{M}_{g,1}$ è 2, o alternativamente dal risultato algebrico di Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba (che co-

munque dipende da quello topologico di Harer) che il gruppo di Picard a coefficienti interi di $\mathcal{M}_{g,1}$ è generato da due classi indipendenti (tradizionalmente denotate con i simboli λ e ψ). Come si vedrà più in dettaglio nel seguito, Franchetta pubblicò una dimostrazione, purtroppo lacunosa, di questo risultato, di cui ad oggi non esiste nessuna dimostrazione completamente algebrica. A questi argomenti di interesse per la geometria, ma soprattutto ai ricordi personali di Franchetta sull'ambiente matematico romano nel quindicennio 1935-1950, è dedicata la presente intervista a Ciro Ciliberto, ultimo allievo di Franchetta, esponente di spicco a livello internazionale della geometria algebrica contemporanea, accademico linceo e *past president* dell'Unione Matematica Italiana.

Claudio Fontanari: Ti va di cominciare dai tuoi ricordi di Franchetta come maestro?

Ciro Ciliberto: Franchetta come mentore aveva una pazienza infinita. Ha cercato sempre di fare lavorare i suoi allievi e li ha aiutati in tutti i modi possibili, con tutti i suggerimenti possibili. Per esempio, in un lavoro pubblicato a firma di due allievi da lui fortemente ispirati, si dimostra che le Grassmanniane non sono estendibili, cioè non sono sezioni iperpiane di varietà di dimensione maggiore che non siano coni. Cosa che successivamente è stata dimostrata da vari autori, tant'è vero che quando il compianto Lucian Badescu venne a Napoli a fare una conferenza invitato da Ferruccio Orecchia da poco chiamato a Napoli, parlò proprio dell'estendibilità di varietà, e citò questo risultato attribuendoselo. Allora io alzai la mano e gli dissi: "Guarda che questo è stato già dimostrato", e lui cadde dalle nuvole. E, devo dire, anche con me agli inizi, specialmente, ma anche dopo, è stato sempre prodigo di consigli e di suggerimenti sempre utilissimi. Insomma, io ho imparato tantissimo da lui. Se devo essere sincero, gran parte di quello che ho imparato lo devo alla sua ispirazione, almeno per ciò che concerne la geometria classica: il modo di pensare, il modo di abordare le cose... Poi ho imparato un po' di geometria alla Grothendieck, gli approcci più moderni ai quali lui non era per niente aduso, anche se mi ha spinto ad apprendarli, incoraggiandomi ad andare all'estero, a frequentare ambienti diversi da quello napoletano,

eccetera. In ogni caso, ripeto, è stato sempre prodigo di consigli, suggerimenti, stimoli, anche se, per quanto concerne se stesso, era più contemplativo e cauto che incline alla eccessiva attività. Ad esempio, quando vinsi il concorso a cattedra, lui mi disse: “Beh, ora sei diventato professore ordinario. Quando scrivi un lavoro, scrivi soltanto se hai dimostrato qualcosa di veramente importante”. Questo è l’unico suo suggerimento, che io ho tenuto in poco conto. Perché ho pensato che, insomma, non era giusto. Cioè, io penso che uno debba modestamente fare quello che gli è possibile, e che comunque distinguere quello che è importante da quello che non lo è non è tanto facile e spesso si può fare solo a posteriori. Questo suo suggerimento, che non ho seguito, lui l’aveva applicato rigorosamente a se stesso. Franchetta aveva due o tre problemi importanti, a cui ha pensato per tutta la vita e non è riuscito a venirne a capo. Dopodiché, dopo aver avuto l’ordinariato, lui non ha scritto quasi più nulla. Purtroppo la geometria algebrica moderna non l’aveva studiata. E qui entra anche una certa sua pigrizia, perché sicuramente era una persona di grande intelligenza e di grande ingegno, e quindi non avrebbe avuto nessuna difficoltà ad aggiornarsi. Ora, studiare Grothendieck direttamente, magari no, ma diciamo Serre sicuramente sì... se lui si fosse impegnato a studiare un po’, anche solo un po’, diciamo, argomenti moderni, si sarebbe sicuramente reso padrone di tecniche di base di fasci, coomologia, eccetera. Non l’ha voluto fare, non era interessato a farlo, forse non gli piaceva. E qui entra anche una certa eredità discutibile, per non dire sbagliata, della scuola italiana. Cioè, purtroppo lo sappiamo bene, gli esponenti della scuola italiana pensavano, magari non del tutto a torto, di aver messo le mani sui problemi più importanti e di avere anche le tecniche per affrontarli. Non a torto dico, perché tutto sommato è così: i problemi difficili che lui cercava di risolvere, come, per esempio, la *Bounded Negativity Conjecture*, beh, effettivamente su un problema di questo tipo, anche con i metodi moderni non è che si siano fatti risolutivi passi avanti. Certo si è lavorato, si è dato qualche contributo, qualcuno più o meno significativo, però la risoluzione di un problema come questo appare ancora molto, molto lontana e quindi non a torto loro pensavano: “se non ce la facciamo noi, non ce la faranno neanche i moderni”. Al fondo, forse loro

pensavano che fosse un ammodernamento del linguaggio e non della sostanza delle cose. Sicuramente Severi la pensava così. Enriques aveva, in un certo senso, un atteggiamento ancora più radicale, ossia lui andava dritto per la sua strada, non si poneva proprio il problema di che cosa gli altri facessero di nuovo. Castelnuovo credo che fosse l’unico che pensasse che c’era qualche cosa, c’era qualche succo, nel punto di vista delle nuove leve. Questa attitudine così riottosa verso la modernità era sbagliata, anche se la capisco... o meglio, la capisco fino a un certo punto, perché Franchetta, per esempio, ha smesso di scrivere a poco più di quarant’anni, insomma, decisamente troppo presto... In ogni caso lui una certa pigrizia l’aveva manifestata fin da giovane. Per esempio, una cosa che mi raccontava è che l’intervento di Pompilj e suo sul trattato postumo di Enriques sulle superficie algebriche era cominciato già quando questi era vivo. Perché Enriques aveva proprio come abitudine quella di discutere dei testi che andava scrivendo con i suoi allievi. Parlava in continuazione con gli assistenti e chiedeva loro di riflettere su quello che lui scriveva, di verificare calcoli, dettagli, eccetera. Mi raccontò Franchetta che solo una volta ha visto Enriques adirato con lui: è stato quando gli ha chiesto di verificare l’esattezza delle cosiddette *formule di Bonnesen*, oggi attribuite a B. Iversen, che Enriques aveva riportato nel suo libro. Si tratta di importanti formule enumerative. Per esempio: prendi una superficie, la proietti genericamente in \mathbb{P}^3 , allora ci sono formule che calcolano i caratteri della curva singolare della proiezione: grado, genere, numero dei punti tripli, dei punti cuspidali, eccetera. Similmente, se la si proietta genericamente da un punto esterno sul piano c’è la curva di diramazione che ha in generale nodi, punti cuspidali, bitangenti, e tutti questi caratteri si contano. Enriques aveva appunto chiesto a Franchetta di verificare queste formule per lui, cosa che al giovane allievo non andava di fare. A un certo punto il maestro s’è davvero infuriato e ha detto: “Ma che diamine, che ci vuole a fare questi conti! Io quando ero giovane, facevo calcoli, calcoli come una macchinetta”. In effetti Enriques aveva ragione. Lui da giovane era una furia. Addirittura la moglie (che Franchetta conosceva bene) raccontava che Enriques quando era giovane lavorava sempre e, in particolare, lavorava anche di notte. E se per caso riusciva a dimo-

strare qualcosa, secondo lui, di significativo, andava a svegliare la moglie, che non era una matematica, e le spiegava cosa aveva dimostrato. Lei ovviamente non capiva niente. E però lui pretendeva che questa povera donna condividesse con lui la gioia della scoperta. Oppure, per esempio, quando tornava a casa, si chiudeva nello studio e non poteva volare una mosca in casa anche se i figli erano piccoli... Insomma Enriques da giovane aveva un carattere molto reattivo. Invece, quando l'ha conosciuto Franchetta, questi mi diceva che era un anziano signore, tranquillo, molto pacato.

Claudio Fontanari: Hai menzionato alcuni problemi di ricerca a cui Franchetta ha pensato per tutta la vita... a proposito della *Bounded Negativity Conjecture* sono state pubblicate alcune informazioni in un lavoro a più nomi di Bauer e altri⁽¹⁾. Immagino che sia tu la loro fonte, vero? Sei stato tu anche a rimettere in circolo questa congettura in tempi più moderni?

Ciro Ciliberto: Franchetta mi aveva parlato di questo problema. Si tratta di determinare le superficie con infinite curve di autointersezione negativa e in particolare le superficie per cui esistono infinite curve irriducibili con autointersezione negativa tendente a meno infinito (la *Bounded Negativity Conjecture* affermerebbe che queste superficie non esistono). Qui c'entrano le superficie con un gruppo discreto infinito di automorfismi. Se una superficie ha un gruppo discreto infinito di automorfismi e una curva negativa, allora ci sono tutte le trasformate di questa curva che sono infinite e hanno tutte autointersezione negativa. Però queste curve hanno tutte la stessa autointersezione, mentre, come ho detto, il problema generale è quello di vedere se esistono superficie contenenti infinite curve irridu-

cibili con autointersezione negativa non limitata dal basso. Franchetta era perfettamente a conoscenza che esistono superficie con infinite curve di autointersezione negativa, perché il piano scoppiato in 9 o più punti generali ha infinite (-1) -curve (cioè curve lisce razionali con autorintersezione -1). Quando Enrico Bombieri venne a Napoli a fare un ciclo di conferenze sulla classificazione delle superficie, io ero appena laureato. Si era nel 1972-'73. Franchetta gli sottopose questo problema, a cui stava pensando, attribuendolo ad Enriques. La *Bounded Negativity Conjecture* poi è stata ritirata fuori, ma non so da chi, esattamente. Non sono stato certo io. Io mi sono limitato a dire quando l'ho vista: "Ma questa è una cosa classica, Enriques ci aveva già pensato ..." In realtà io non mi sono occupato mai della *Bounded Negativity Conjecture* di per sé. Quello di cui mi sono occupato, e mi occupo ancora, è la congettura di Segre-Gimigliano-Harbourne-Hirschowitz, che la implica, e la congettura di Nagata.

Claudio Fontanari: E della congettura di Segre-Gimigliano-Harbourne-Hirschowitz sui sistemi lineari nel piano scoppiato in punti in posizione generale Franchetta era al corrente? Ci pensava? E in tempi più moderni l'hai rimessa tu in circolazione?

Ciro Ciliberto: Non credo che ne fosse al corrente, però mi capitò di considerarla in uno dei primi lavori che scrissi. Mi serviva a un certo punto questo risultato, che dato un sistema lineare di curve nel piano con punti base multipli in posizione generale questi imponessero sempre condizioni indipendenti. Avevo trovato questa affermazione, senza alcuna dimostrazione, in un lavoro molto vecchio di un autore italiano dell'Ottocento, Giuseppe Jung. Allora io andai da Franchetta e gli chiesi che ne pensava e lui mi disse: "Beh, andiamoci piano! La cosa è tutt'altro che banale." E alla fine, dietro suo suggerimento, nel mio lavoro provai questo risultato nel caso che mi serviva, un caso molto particolare. Quindi Franchetta questa congettura di Beniamino Segre non la conosceva, altrimenti me l'avrebbe detto. Però mi aveva messo sull'avviso che il problema era critico. In ogni caso, non ho ritrovato io il lavoro originale di Segre con la congettura. Io non mi

⁽¹⁾ Cfr. Th. Bauer, B. Harbourne, A. L. Knutsen, A. Küronya, S. Müller-Stach, X. Roulleau, T. Szemberg: Negative curves on algebraic surfaces. *Duke Math. J.* 162 (2013), 1877-1894. Gli autori scrivono a p. 1878: *we recently learned that Federigo Enriques had mentioned the conjecture to his last student, Alfredo Franchetta, who in turn mentioned it to his student, Ciro Ciliberto. Ciliberto also recalls Franchetta discussing the problem with Enrico Bombieri during a trip to Naples many years ago.*

ricordo bene, ma credo, che il lavoro di Segre sia stato tirato fuori da Gimigliano o da Geramita.

Claudio Fontanari: Ti va di passare alla congettura di Franchetta? Naturalmente ho letto i tuoi lavori, tra cui quello sul *Duke Mathematical Journal*, dove scrivi di ispirarti all'argomento di Franchetta, che però non è completo, mentre poi ho trovato una nota di Arnaud Beauville⁽²⁾, che indica precisamente come punto del buco nella dimostrazione di Franchetta l'inizio della sezione 11 a pagina 140 del suo lavoro⁽³⁾.

Ciro Ciliberto: Questa cosa è andata così. Io avevo presente questo lavoro da molto tempo, anche perché avevo sotto mano tutti i lavori di Franchetta, che erano nel suo studio a Napoli, dove poi mi appoggia-vo anche io. Mi capitò di parlarne con Paolo Maroscia, che si era letto il famoso lavoro di algebra commutativa di Andreotti e Salmon *Anelli con unica decomponibilità in fattori primi ed un problema di intersezioni complete*. Tra le varie applicazioni, Andreotti e Salmon a un certo punto parlano di serie lineari razionalmente determinate. Andreotti e Salmon deducevano, come conseguenza dei loro risultati generali, il teorema di Franchetta per le curve dei primi generi, fino a genere 5, se non ricordo male. Maroscia mi chiese cosa fossero queste serie razionalmente determinate, e io glielo spiegai. E gli dissi anche che Franchetta aveva dimostrato questa cosa in generale. Però il discorso finì lì. Poi quando eravamo a fine anni '70, precisamente nel 1979, ad Harvard io ne parlai con Enrico Arbarello, gli suggerii di guardare attentamente il lavoro di Franchetta, perché mi sembrava molto interessante. Subito Enrico capì che effettivamente ne valeva la pena e ci mettemmo a leggere Franchetta. Allora

scoprimmo una lacuna nella dimostrazione, una affermazione, non provata, che nessuno ha ancora dimostrato se sia vera o falsa. È da lì che è nata la congettura, perché soprattutto Enrico ha portato all'attenzione della comunità scientifica internazionale questo problema. Quanto all'affermazione non provata di Franchetta, essa riguarda il luogo delle curve iperellittiche nello spazio dei moduli, e in qualche modo sembrerebbe adombrare il fatto che il luogo iperellittico ha un fascio normale abbastanza ampio nello spazio dei moduli. Enrico ed io chiedemmo allora a Mumford che cosa ne pensasse e lui disse che secondo lui non era così, che secondo lui il fascio normale del luogo iperellittico era molto negativo. Ma non so se questo nessuno lo ha mai dimostrato, io non l'ho mai visto da nessuna parte. Sarebbe, tra l'altro, una cosa interessante di per sé. Come ho detto, l'enunciato di Franchetta e la lacuna nella sua dimostrazione sono stati portati all'attenzione della comunità scientifica sotto forma di "Congettura di Franchetta" da Enrico Arbarello. Per la precisione, l'affermazione non provata di Franchetta si trova all'inizio della sezione 11 a pagina 140 e si tratta della cosa seguente: "Osserviamo, a questo scopo, che è possibile determinare (in infiniti modi) un sistema $\{L\}$ di curve della varietà W [cioè il luogo iperellittico] soddisfacente alle condizioni seguenti: 1) la L generica sia irriducibile e abbia qualche punto in comune con \bar{W} ; 2) Per ogni punto di W passi qualche curva di $\{L\}$; 3) esista qualche curva L , irriducibile appartenente a W ." Enrico ed io non riuscimmo a verificarla ed Enrico mi suggerì di scrivere a Franchetta e chiedergli lumi. All'epoca si usava ancora scrivere lettere. Franchetta mi rispose: "Non mi ricordo. Si vede che i neuroni che all'epoca avevano concepito questa cosa sono morti e non hanno trasmesso l'informazione ad altri neuroni." E qui ti racconto un altro episodio veramente carino. Questo lavoro Franchetta l'ha scritto praticamente pochi mesi prima di essere chiamato a Napoli. Come di prassi, fu invitato a fare una conferenza a Napoli prima della chiamata e lui ci andò e parlò di questo. Contrariamente a quello che succede ora, che ci vanno solo i geometri alle conferenze di geometria, allora ci andavano tutti. In particolare ci andò anche Renato Caccioppoli. Alla fine della conferenza Caccioppoli è andato da Franchetta e gli ha chiesto proprio come si facesse a risolvere quel punto

⁽²⁾ Cfr. *Diviseurs spéciaux et intersections de cycles dans la jacobienne d'une courbe algébrique*. In: *Enumerative geometry and classical algebraic geometry*, 133-142, Birkhäuser (1982). Beauville scrive precisamente: *La démonstration proposée par Franchetta est malheureusement tout-à-fait incomplète (un gros "trou" figure au début du no. 11, p. 140), et on ne voit guère comment la sauver*.

⁽³⁾ Cfr. A. Franchetta, *Sulle serie lineari razionalmente determinate sulla curva a moduli generali di dato genere*. *Le Matematiche* (Catania) 9 (1954), 126-147.

delicato. Franchetta a distanza di anni mi raccontava: “Mi ha beccato esattamente su questo punto, e io l’ho convinto in qualche modo. Si vede che avevo qualche idea su come fare.” In ogni caso, Caccioppoli, che era un matematico con i fiocchi, aveva pure lui colto subito il punto critico.

Claudio Fontanari: Tornando ai ricordi di Franchetta sulla scuola italiana di geometria algebrica, vogliamo partire da Castelnuovo?

Ciro Ciliberto: Castelnuovo in quegli anni aveva smesso di occuparsi attivamente di geometria algebrica, però Franchetta mi raccontava che era molto reattivo, ossia ogni qual volta gli si poneva una domanda, rispondeva sempre a tono, era prodigo di consigli e poneva sempre problemi interessanti su cui gli allievi potessero lavorare. I giovani geometri algebrici romani, avevano a che fare con maestri dai caratteri completamente diversi. Quando c’era un problema e andavano a parlo ad Enriques, lui subito attaccava a fare congetture e a provare a risolverlo. Castelnuovo, invece, era di tutt’altro carattere. Registrava il problema e diceva: “Ci devo pensare”. E poi due, tre giorni dopo ritornava con una risposta assolutamente sensata. Poteva darsi che non ne venisse a capo, ma in ogni caso dava suggerimenti utili. In ogni caso, non rispondeva immediatamente. Al contrario di Enriques, che invece proprio immediatamente cercava di venirne a capo. Comunque Castelnuovo era in pensione, dev’essere andato in pensione proprio pochi mesi prima delle leggi razziali. Castelnuovo stimava molto Franchetta e a lui ci teneva, aveva dei contatti con lui, testimoniati da corrispondenza che è in mio possesso, e gli proponeva problemi di ricerca, anche quando divenne presidente dell’Accademia dei Lincei e senatore a vita.

Claudio Fontanari: E per quanto riguarda i rapporti tra Enriques e i suoi allievi?

Ciro Ciliberto: Franchetta mi diceva che Enriques era molto estroverso e comunicativo. Era tradizione che dopo la sua lezione di Geometria superiore, frequentata dai suoi allievi, questi si intrattenessero con lui a lungo parlando di matematica. Enriques era molto attento ai suoi studenti. E, parlando di allievi,

ho un aneddoto carino che riguarda Franchetta da un lato e Oscar Chisini dall’altro. Perché quando Franchetta fece il concorso per assistente c’era in commissione proprio Chisini. Il giorno del concorso Franchetta fa lo scritto e poi va nello studio di Enriques che gli chiede come è andata. Franchetta era molto mite, timido, e modesto. Gli rispose che il compito non era facile ma che pensava che in qualche modo ne era venuto a capo. Mentre stanno parlando arriva Chisini, che va a salutare il maestro. Enriques fa il finto tonto: “Ma che ci fai qua?” E Chisini: “Sono nella commissione di un concorso per assistente, questa mattina abbiamo fatto lo scritto”. E comincia a fargli una descrizione dettagliata del problema, evidenziandone tutte le sottigliezze e quelli che secondo lui erano i suoi pregi. Alla fine Enriques gli risponde a bruciapelo: “Mah, io non sarei stato capace di farlo”. Un’altra cosa interessante è la tesi di laurea di Franchetta. Franchetta andò da Enriques a chiedergli la tesi. Ma Enriques non lo conosceva bene, aveva fatto qualche esame con lui, ma non lo aveva ben inquadrato, anche perché, come ho detto, Franchetta non era un tipo appariscente. Enriques gli diede un argomento abbastanza semplice. Franchetta gli si è presentato dopo pochi giorni avendo già risolto tutto. Enriques, meravigliato, capì il valore del ragazzo e decise di dargli un altro argomento ben più difficile: la costruzione, mediante un’ardita tecnica di degenerazione a superficie razionali, di una classe di superficie canoniche regolari con genere geometrico 4 in \mathbb{P}^3 . Ne è uscita una bellissima tesi, che si tradusse nel primo lavoro di Franchetta. Una tesi profonda e originale.

Claudio Fontanari: Magari adesso raccontami cosa dice Enriques che sfoglia la posta davanti agli assistenti e cestina scuotendo la testa un estratto di Zariski⁽⁴⁾ (evidentemente un preprint, perché il lavoro di Zariski risulta pubblicato l’anno successivo alla morte improvvisa di Enriques).

Ciro Ciliberto: Come si sa bene, Zariski era molto affezionato ad Enriques, ben ricambiato da quest’ultimo. Quindi Zariski era uso mandare ad Enriques

⁽⁴⁾ Cfr. *The concept of a simple point of an abstract algebraic variety*. Trans. Amer. Math. Soc. 62 (1947), 1-52.

copie dei suoi preprint. Un bel giorno arriva ad Enriques il famoso e profondissimo lavoro di Zariski *The concept of a simple point of an abstract algebraic variety*. Enriques si gira il fascicolo tra le mani e dice: “Che strano, Zariski è una persona molto intelligente, che avrà da dire sui punti semplici delle varietà?” Pochi mesi dopo, il 14 giugno 1946, Enriques muore improvvisamente d’infarto, lasciando incompleto il suo trattato sulle superficie algebriche, che verrà pubblicato postumo nel 1949 a cura di Castelnuovo, Franchetta e Pompilj. Obiettivamente in questo libro ci sono varie imperfezioni ed anche molti errori. Per esempio, a me pare che la dimostrazione del teorema di Riemann-Roch sia sbagliata, ricordo che quando la lessi ci ho trovato un buco, ma non mi ricordo ora quale fosse. D’altra parte, ritengo che questo libro con tutti i suoi difetti e le sue lacune, sia un libro estremamente stimolante. Ci sono un sacco di idee e, soprattutto, propone un modo di pensare geometrico intuitivo che è, secondo me, molto, molto utile. Naturalmente libri sulle superficie ce ne sono vari in circolazione. Il libro di Beauville, quello di Barth-Peters-Van de Ven-Hulek, quello di Badescu, sono tutti libri ottimi, ma non c’è un libro moderno nello stile di Enriques. Intendo un libro in cui ci sia molta geometria e molti esempi da cui partire per arrivare alla comprensione dei casi generali, che sviluppi, oltre la tecnica, anche la fantasia e l’intuizione. Il libro di Enriques consiste in una continua manipolazione di cose concrete. Secondo me sarebbe utile effettuarne una ristampa anastatica, mettendo in guardia il lettore in una prefazione che ci sono errori e imprecisioni e che quindi il libro va letto con un grande spirito critico. Enriques è di una attualità sconvolgente, nonostante il molto tempo passato dalla sua opera. Sia per quanto riguarda la filosofia sia per quanto riguarda la matematica. Si possono ancora cavare tante suggestioni dalle idee di Enriques in matematica e in filosofia, mentre invece personaggi che con lui sono entrati in polemica sul piano filosofico, come Gentile e Croce, pur essendo dei classici, mancano secondo me di attualità. Forse per gli esperti sto per dire un’eresia, ma a me Platone sembra senz’altro molto più attuale di Croce.

Claudio Fontanari: Ma se tu dovessi dare un suggerimento a un giovane di adesso nell’ottica di questo recupero, cosa gli consiglieresti di leggere?

Ciro Ciliberto: Io ho cominciato leggendo Enriques. Franchetta mi suggerì di iniziare leggendo il bellissimo libro di Enriques-Conforto *Le superficie razionali*. Io mi misi diligentemente a leggerlo e dopo una decina di giorni ero a metà, quando Franchetta entra nello studio e mi fa: “Non ti sei ancora stufato?”. Io gli risposi che no, che anzi mi piaceva molto. E allora lui mi disse: “Ma allora leggi il libro di Enriques *Le superficie algebriche*, lì c’è la roba davvero importante”. Cosa che io feci, e non ne sono pentito. Non so se avessi cominciato altrimenti, se mi sarei appassionato tanto alla geometria algebrica.

Ad alcuni dei miei studenti ho proposto di leggere i classici. Alcuni ce l’hanno fatta, altri sono affondati. Mettere una persona giovane oggi a leggere come prima e unica cosa Enriques, non so quanto sia una buona idea.

Claudio Fontanari: No, certo, ma proporglielo non come unica né come prima?

Ciro Ciliberto: Né come unica, né come prima. Esatto, magari come seconda o terza può essere una buona idea, quando già ha un po’ di esperienza. Mettersi a leggere Enriques può essere una buona idea e può dare una marcia in più. Ma devi avere già qualche idea e un po’ di tecnica. Certo, io ho cominciato così. Allora tu mi dici: se tu hai cominciato così, perché non un altro? Non so, io ho cominciato così, è vero, e questo mi ha dato molto, ma mi ha anche condizionato. Per me ragionare in termini coomologici non è naturale, è una cosa che mi viene in un secondo momento, quando già ho capito, o ho cercato di capire le cose geometricamente, allora dopo cerco i corrispondenti argomenti algebrici e coomologici, ma non faccio mai viceversa.

Claudio Fontanari: E sulla Edizione Nazionale Enriques di cui sei presidente... a regime ci saranno tutte le opere di Enriques disponibili in rete?

Ciro Ciliberto: Ora credo che siamo a un tre quarti, ma ormai si tratta solo del lavoro meccanico di completare le scansioni.

Claudio Fontanari: Purtroppo il Centro Studi Enriques di Livorno ha definitivamente sospeso le

attività, dopo la scomparsa della sua instancabile presidentessa Ornella Pompeo Faracovi.

Ciro Ciliberto: Malaguratamente è così. La scomparsa di Ornella è stata una grave perdita. Enriques è una personalità importante che rischia di essere dimenticata. La sua matematica, pur molto attuale, non è alla moda. E il suo pensiero filosofico e politico è un pensiero molto moderno e molto democratico. Quindi si sposa male col periodo storico e politico che stiamo vivendo. È uno che si è opposto a Croce e Gentile. Lui non era antifascista di un antifascismo attivo, non esercitava un'opposizione politica. Però era un antifascista *de facto*, nel senso che praticamente quasi tutto quello che faceva il fascismo a lui non andava bene. Pertanto è una persona che rischia di cadere in oblio in questo momento.

Claudio Fontanari: Quindi, per essere concreti, oltre a completare l'edizione delle opere complete, cosa si potrebbe fare? Forse organizzare qualche giornata di studi come faceva in passato Ornella Pompeo Faracovi?

Ciro Ciliberto: Certo, ad esempio, se ci fosse una conferenza annuale di alta divulgazione dedicata ad Enriques, tenuta ogni anno da un diverso relatore di altissimo livello. Bisognerebbe che qualche istituzione se ne faccia carico, ad esempio l'Unione Matematica Italiana.

Claudio Fontanari: Per ora vogliamo tornare alle frequentazioni di Franchetta all'Istituto di Matematica di Roma?

Ciro Ciliberto: Franchetta era molto amico di Pompilj e di Andreotti. Era amico anche di Gaeta. Poi però queste amicizie praticamente non sono state coltivate a causa della sua partenza per Palermo e poi per Napoli. Credo che si siano visti con Pompilj negli anni '60, forse a Roma. Pompilj peraltro aveva lasciato la geometria algebrica e si occupava di statistica. Franchetta mi raccontava che parlando degli anni giovanili ricordavano per l'appunto i loro vecchi maestri. Parlando di Severi, Pompilj diceva: "Beh, era un personaggio molto difficile, però ce ne fossero ancora come lui." Severi era effettivamente una persona non facile da molti

punti di vista, però aveva doti umane, ad esempio era molto attaccato alla scuola ed in special modo ai giovani. In particolare Franchetta gli è sempre stato molto riconoscente. Quando è morto Enriques, a cui era molto legato, ne era praticamente l'allievo prediletto, Franchetta era molto preoccupato per il suo futuro perché i rapporti tra Enriques e Severi erano pessimi: mi raccontava che quando si incontravano in istituto cadeva il gelo, era una situazione imbarazzante perché loro si ignoravano e in qualche modo pretendevano che anche i loro allievi facessero lo stesso, cosa impossibile. Quindi diceva Franchetta: "Severi mi avrebbe potuto distruggere, invece mi prese sotto la sua ala protettrice". Proprio pochi mesi dopo la morte di Enriques, Franchetta scrisse il lavoro famoso sulla regolarità dell'aggiunto. Erano poche pagine. Lo diede a Severi per controllarlo e lui se lo tenne per un po' di tempo. E a Franchetta disse: "lo sto guardando con molta attenzione perché è molto interessante, è una cosa fine. Voglio guardarlo per bene." Questo per dire che Severi era molto attento. E quanto ai rapporti tra Enriques e Severi, ti racconto questo. Zappa era allievo di Severi, ma anche amico di Franchetta. Enriques chiedeva a Franchetta chi fossero i giovani geometri algebrici che giravano nell'istituto, e Franchetta gli aveva parlato molto bene di Zappa. Enriques gli chiese di farglielo conoscere, ma Zappa non volle perché temeva di urtare la suscettibilità di Severi. Anche Andreotti aveva un carattere non facile, ma con Franchetta andava molto d'accordo. Erano molto legati, perché dopo la morte di Enriques erano entrambi assistenti di Severi. Andreotti non faceva altro che litigare con Severi e con Franchetta si sfogava: "quello è un vecchio insopportabile!" Andreotti dunque ci litigava aspramente al punto che poi spariva per settimane dalla circolazione e, per esempio, non andava agli esami. Severi, invece, al contrario gli era molto legato. Gli voleva un gran bene. Severi aveva questo lato di umanità. A Franchetta diceva: "Questo ragazzo mi fa soffrire!" E pregava Franchetta di mettere pace. E allora Franchetta doveva andare da Andreotti e dirgli: "Il vecchio ti vuole bene, devi portare pazienza..." E allora Andreotti ritornava all'ovile. Però qualche giorno dopo ricominciavano a litigare.

Inoltre, i corsi di Severi all'INdAM dovevano essere noiosissimi e soporiferi... Pompilj si era in-

ventato la famosa idea di dipingere gli occhi aperti sugli occhiali in modo da far finta di essere attento mentre sonnacchiava, perché le lezioni erano davvero insopportabili. Severi faceva lezione nel primo pomeriggio e andava avanti per due o tre ore. E parlava della sua teoria delle serie di equivalenza. In quegli anni c'era anche il giovane Ermanno Marchionna a Roma e con il suo aiuto Severi aveva fatto una revisione delle note dei corsi, che poi sono state pubblicate. Queste note sono completamente fuori tempo e ci sono molti errori concettuali. Come dice Mumford in una nota al libro di Zariski *Algebraic surfaces*: "In the period 1935 to 1950 Severi published many papers on series of equivalence and its generalizations to higher dimension. It is hard to untangle everywhere what he conjectured and what he proved and, unfortunately, some of his conclusions are incorrect."

Claudio Fontanari: E il piccolo giallo delle carte di Severi? La sua biblioteca è conservata presso le stanze dell'INdAM, ma lì non è presente nessun manoscritto di Severi. Hai qualche idea di dove possano essere finite le sue carte? Hai qualche suggerimento su dove andare a cercarle?

Ciro Ciliberto: Assolutamente no. Franchetta mi raccontava che Severi conservava gelosamente un quadernetto di appunti intitolato "Faville d'ingegno". Magari non le ha distrutte lui le sue scartoffie. Lui aveva dei nipoti. Forse questi parenti hanno visto queste scartoffie e hanno deciso di buttare tutto.

Claudio Fontanari: E invece Fabio Conforto e Beniamino Segre erano più anziani di Franchetta, Pompilj, eccetera, no? Erano già in cattedra quando loro erano assistenti. Giusto?

Ciro Ciliberto: Franchetta mi ha parlato qualche volta di Conforto come di un'ottima persona, che era un po' un punto di riferimento per i giovani perché era in qualche modo un ponte di collegamento con i vecchi maestri. Spesso, quando qualcuno aveva un problema, andava prima da Conforto e poi, eventualmente, andava da Castelnuovo, Enriques o Severi. Conforto era sempre molto disponibile e molto amichevole. Ed era sicuramente una persona di

grande rilievo. Credo che fosse nella commissione di concorso di Franchetta. Invece Beniamino Segre aveva, non so perché, una certa antipatia per Franchetta. In realtà anche lui non aveva un carattere facile, era molto rigido e teneva tutti a distanza, anche i suoi allievi prediletti. Fu lui a scoprire una imperfezione, del tutto rimediabile, in un lavoro di Franchetta, e glielo disse in maniera molto sgarbata. Franchetta mi raccontava che anche nelle commissioni di concorso avere a che fare con Beniamino Segre non era facile, perché voleva sempre imporre il suo punto di vista. Franchetta si è trovato, credo, in commissione di concorso un paio di volte con Beniamino Segre e una di queste volte Segre uscì sconfitto. E allora fece tutta una scena: uscì dalla stanza non dico sbattendo la porta, ma quasi. E gli altri quattro commissari sbottarono in una risata liberatoria. Quanto a doti d'intelligenza però ne aveva da vendere, era una persona sicuramente di grande ingegno e avrebbe potuto raccogliere l'eredità dei classici e dirigere le giovani leve verso nuovi traguardi in geometria algebrica, cosa di cui non fu capace, anche perché si occupò di altro nella fase finale della sua vita.

Claudio Fontanari: E quindi come è avvenuto questo traghettamento della geometria italiana verso la modernità?

Ciro Ciliberto: Le cose in Italia sono cambiate gradualmente. Andreotti ha smesso di fare geometria algebrica appena andato in cattedra. Ho detto male, non ha smesso del tutto, ma quello che lui diceva era questo: "Io in geometria algebrica faccio semplicemente delle incursioni, non occupo il territorio". Infatti, è quello che ha fatto. Lui ha scritto alcuni lavori importantissimi di geometria algebrica, per esempio quello famoso Andreotti-Mayer. In realtà si occupava soprattutto di analisi complessa. Andreotti sicuramente era un punto di riferimento perché era una persona brillantissima, di grande capacità e ingegno. Sapeva un sacco di matematica, però attribuire a lui un cambiamento della situazione in Italia mi sembra eccessivo. C'è stata anche un'altra persona che ha giocato un ruolo positivo, Dionisio Gallarati. Lui, tra l'altro, è andato all'estero già abbastanza anziano, andò a Warwick ed è riuscito a Genova a creare un buon gruppo di ricerca.

Claudio Fontanari: E il ruolo di Bombieri? Con questa sua incursione nelle superficie algebriche con i lavori con Mumford, credo dopo i contributi al calcolo delle variazioni e prima di quelli alla teoria dei numeri. Ha avuto un impatto?

Ciro Ciliberto: Bombieri fa storia a sé perché lui è capace in qualunque momento, di mettersi a lavorare ad altissimo livello su qualunque cosa. Sono stato in contatto con lui un po' a lungo solo una volta, un mese che passammo assieme all'Istituto Mittag-Leffler di Stoccolma. Allora lui stava lavorando su una certa cosa che aveva a che fare con fasci di curve ellittiche nel piano. Io gli dico: guarda che a questo proposito ci sono i fasci di Halphen. A questo punto Bombieri sparisce. Si è chiuso nel suo studio. Il giorno dopo sapeva tutto quel che era stato fatto e anche di più, si era scaricato dal web e guardato un sacco di lavori. È capace, nel giro di pochissimo tempo, di rendersi padrone di cose che non ha mai visto. E anche per queste cose sulle superficie è andata così... lui è così, in verità.

Claudio Fontanari: Ma all'idea di lavorare sulle superficie algebriche ci sarà arrivato da solo o qualcuno l'avrà sollecitato a pensarci?

Ciro Ciliberto: Può darsi che sia stato Andreotti, perché c'era il problema della classificazione in caratteristica positiva. A quell'epoca c'erano i lavori di Shafarevich e i lavori di Kodaira, quindi sul campo complesso. Erano rimaste molte cose da fare in caratteristica arbitraria, ma loro hanno dato contributi decisivi, peraltro in un tempo incredibilmente breve.

Claudio Fontanari: E tornando alla transizione della geometria italiana verso la modernità?

Ciro Ciliberto: In realtà le cose sono cambiate perché negli anni '70 c'è stato un notevole investimento del Comitato nazionale della matematica del CNR in borse di studio per l'estero. È stato uno dei pochi casi in cui c'è stato un consapevole investimento con un fine ben preciso, cioè quello di svecchiare la matematica italiana e di internazionalizzarla. E quelli sono stati gli anni in cui i giovani della mia generazione, o giù di lì, hanno potuto usufruire di

queste borse di studio. Questo ha cambiato drasticamente la situazione. Sostanzialmente ciò è avvenuto negli anni '70. Io sono andato negli Stati Uniti più verso la fine degli anni Settanta, tra il 1978 e il 1980 ... ma, prima di me, Enrico Arbarello, Maurizio Cornalba, Edoardo Sernesi, Alberto Collino, Giuseppe Canuto, tutti poi rientrati in Italia. E poi tutti i genovesi: Mauro Beltrametti, Lorenzo Robbiano, Tito Valla.

Claudio Fontanari: Ma di queste borse del CNR per l'estero, che mi pare di capire abbiano avuto davvero un ruolo importante, si può attribuire il merito a qualcuno?

Ciro Ciliberto: Certamente. A Carlo Pucci. E a mio padre. Furono, prima l'uno e poi l'altro, presidenti del Comitato nazionale per la matematica del CNR. Pucci ebbe la vista lunga sulle borse del CNR per l'estero, seguito poi da mio padre.

ELENCO DEI LAVORI DI ALFREDO FRANCHETTA

- [1] *Su alcuni esempi di superficie canoniche*, Rend. Semin. Mat. Univ. di Roma, (1939), 23-28.
- [2] *Sulle curve eccezionali riducibili di prima specie*, Boll. Un. Mat. It., s. II, 4 (1940), 332-341.
- [3] *Sulla curva doppia della proiezione di una superficie generale dell' S_4 , da un punto generico su un S_3* , Reale Accad. d'Italia, Rend. Cl. Sci. Fis., Mat, Nat., s. VII, 2 (1940), 282-288.
- [4] *Sulle curve eccezionali di prima specie appartenenti ad una superficie algebrica*, Boll. Un. Mat. It., s. II, 5, (1941), 28-29.
- [5] *Sulla caratterizzazione delle curve eccezionali riducibili di prima specie*, Boll. Un. Mat. It., s. II, 5, (1941), 372-375.
- [6] *Sulle superficie regolari di genere uno, con curva canonica d'ordine zero*, Rend. Ist. Lombardo Sci. Lett., 6(75) (1941-42), 599-609.
- [7] *Sulle superficie le cui curve canoniche posseggono una g_3^1* , Boll. Un. Mat. It., 4 (1942), 238-243.
- [8] *Sui punti doppi isolati delle superficie algebriche*, note I e II, Rend. Accad. Lincei, s. VII, 1 (1946), 49-57 e 162-168.
- [9] *Osservazioni sui punti doppi isolati delle superficie algebriche*, Rend. di Mat. e Appl., 5 (1946), 283-290.
- [10] *Sulla curva doppia della proiezione di una superficie generale dell' S_4 , da un punto generico su un S_3* , Rend. Accad. Lincei, s. VII, 2 (1947), 276-279.
- [11] *Sulle curve appartenenti a una superficie generale d'ordine $n \geq 4$ dell' S_3* , Rend. Accad. Lincei, s. VII, 3 (1947), 71-78.

- [12] *Sulla superficie delle coppie non ordinate di punti di una curva algebrica, a moduli generati*, Rend. di Mat. e Appl., s. V, 7 (1948), 327-367.
- [13] *Sulle involuzioni razionali appartenenti ad una superficie algebrica*, Rend. Accad. Lincei, s. VIII, 4 (1948), 546-549.
- [14] *Sulle curve riducibili appartenenti ad una superficie algebrica*, Rend. di Mat. e Appl., s. V, 8 (1949), 378-398.
- [15] *Sul sistema aggiunto ad una curva riducibile*, Rend. Accad. Lincei, s. VIII, 6 (1949), 685-687.
- [16] *Sui sistemi pluricanonici di una superficie algebrica*, Rend. di Mat. e Appl., s. V, 8 (1949), 423-440.
- [17] *Sui modelli pluricanonici delle superficie algebriche*, Rend. di Mat. e Appl., s. V, 9 (1950), 293-308.
- [18] *Forme algebriche sviluppabili e relative hessiane*, Rend. Accad. Lincei, s. VIII, 10 (1951), 1-4.
- [19] *Sulla varietà doppia della proiezione generica di una varietà algebrica non singolare*, Accad. Sci. Lettere ed Arti di Palermo, s. IV, 14 (1953-54), 5-12.
- [20] *Sulle coincidenze isolate delle involuzioni appartenenti a superficie algebriche*, Accad. Sci. Lettere ed Arti di Palermo, s. IV, 14 (1953-54), 103-110.
- [21] *Sulle superficie che contengono una curva assegnata*, Accad. Sci. Lettere ed Arti di Palermo, s. IV, 14 (1953-54), 111-126.
- [22] *Sulle serie lineari razionalmente determinate sulla curva a moduli generali di dato genere*, Le Matematiche, 9 (1954) 126-147.
- [23] *Sulle forme algebriche di S_4 aventi l'hessiana indeterminata*, Rend. di Mat. e Appl., V, 13 (1954), 252-257.

Testi didattici:

- [a] *Lezioni di geometria descrittiva*, Liguori Ed., Napoli, 1969.
- [b] *Algebra lineare e geometria analitica*, Liguori Ed., Napoli, 1969.
- [c] *Esercizi di geometria. Parte prima: Algebra lineare*, Liguori Ed., Napoli, 1969 (in collaborazione con A. Morelli).
- [d] *Esercizi di geometria. Parte seconda: Geometria analitica*, Liguori Ed., Napoli, 1970 (in collaborazione con A. Morelli).
- [e] *Geometria analitica*, Liguori Ed., Napoli, 1973 (in collaborazione con P. Mastrogiacomo).



Ciro Ciliberto

Si occupa di geometria algebrica e di storia della matematica. Ha insegnato presso le università di Lecce, Napoli "Federico II" e Roma "Tor Vergata" come ordinario di Geometria superiore. È socio corrispondente dell'Accademia Nazionale dei Lincei.



Claudio Fontanari

È docente di geometria all'Università di Trento e svolge attività di ricerca nell'ambito della geometria algebrica. È responsabile del laboratorio "PopMat" di comunicazione, storia e filosofia della matematica dell'Università di Trento.