
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

EMANUELA UGHI

La Galleria di Matematica “Emanuela Ughi”

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 9
(2024), n.2-3, p. 273–283.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_2-3_273_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_2-3_273_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI
<http://www.bdim.eu/>

La Galleria di Matematica “Emanuela Ughi”

EMANUELA UGHI

E-mail: emanuela.ughi@gmail.com

*Giocavo con grande serietà; ad un certo punto
i miei giochi li hanno chiamati arte.*

Maria Lai

*... because because because the wonderful
things (s)he does*

The Wizard of Oz

Sommario: *Una collezione di oggetti matematici, progettati e realizzati nell'ambito delle attività didattiche dell'Università di Perugia, è cresciuta fino a diventare un museo matematico, di tipo hands-on, al servizio della comunità.*

Abstract: *A collection of mathematical objects, designed and manufactured during the teaching activities of the University of Perugia, grew and became a mathematical hands-on museum, at the public's service.*

1. – La storia

Nella pianura del Tevere, a Casalina (Deruta), fino a qualche decennio fa era tipica la coltivazione e la lavorazione del tabacco; con il declino di questa coltivazione il grande edificio della Manifattura Tabacchi è stato dismesso, ed è stato recentemente recuperato, diventando sede del Polo Museale dell'Università di Perugia.

Vi sono ospitate varie collezioni scientifiche, fra cui un Museo di Anatomia, un Laboratorio di Storia dell'Agricoltura, un Laboratorio di Scienze Veterinarie e Zootecniche, una ricchissima Galleria di Storia Naturale, che provengono per lo più dalle raccolte storiche dell'Ateneo.

Al piano terra è ospitata la Galleria di Matematica, la cui genesi è invece recente, e strettamente intrecciata con la mia vita personale: è infatti difficile separare la sua costruzione e le sue attività dal percorso inusuale che ha accompagnato quasi tre decenni della mia vita professionale.

Accettato: 29 aprile 2024.

Già dai primi anni 90 del secolo scorso avevo avuto l'opportunità di ammirare le Macchine Matematiche di Modena, e anche i primi exhibit matematici realizzati da Franco Conti a Pisa; avevo anche visitato con ammirazione il suo laboratorio casalingo, dove tutto era stato costruito.

Si stava portando, anche in Italia, l'esperienza cominciata a San Francisco con l'Exploratorium di Frank Oppenheimer: non più un museo di cose preziose, protette in teche trasparenti, da guardare senza interagire; invece, un museo di tipo nuovo, hands-on, in cui il visitatore è invitato e indotto a mettersi in gioco (con le mani, ma anche con tutto il corpo), in modo da capire cose nuove a partire da esperienze concrete, costruite sulla base di exhibit opportunamente progettati.

In realtà, io non avevo mai immaginato di dedicarmi alla costruzione di exhibit matematici, ma, come dice John Lennon, *Life is what happens when you're busy making other plans*. Sicché, l'occasione per cimentarmi in qualcosa di simile si è presentata nel 1998; in occasione della tesi di uno studente greco, Alexandros Getsis, mi sono divertita a realizzare qualche exhibit sulla prospettiva (cosa è un

quadro, l'immagine prospettica di un pavimento a piastrelle, un prospettografo...).

Erano costruzioni semplicissime, senza nessuna pretesa estetica, fatti con pezzi di legno avanzati e tecniche rudimentali, lavorando sul tavolo della cucina, grazie alla fortuna di avere una lunga esperienza di bricolage ed un'attrezzatura adeguata.

Presentai questi primi oggetti, con una certa timidezza, dapprima in occasione della discussione della tesi di Getsis, e poi a qualche scolaresca: e questa è stata per me una fortuna inaspettata e l'inizio di un percorso entusiasmante.

La reazione di tutti coloro che visitavano le prime esposizioni è subito stata di grande curiosità, interesse, coinvolgimento ed ha superato di gran lunga le mie aspettative. Ho visto più e più volte come, visualizzando e maneggiando oggetti complessi in forma concreta, persone di tutte le età riuscivano ad apprezzarli e a comprenderli. Era una gioia per me sentire l'esclamazione stupita: "Ohhhh!" quando qualcuno afferrava un concetto matematico attraverso il tramite di uno dei miei oggetti.

Mi sentii allora stimolata a continuare a realizzare materiali didattici, modelli geometrici, giochi che avvicinano chiunque a concetti complessi o idee legate alla matematica, traducendoli in exhibit da toccare e manipolare.

Così, ben presto la cosa mi è esplosa fra le mani: la collezione è diventata – a partire dal 2000 – una mostra itinerante ospitata presso scuole, festival della scienza, eventi divulgativi. Ci sono state più di quaranta edizioni in giro per l'Italia (e qualche limitata esperienza all'estero) per più di 40000 visitatori nel giro di pochi anni.

Mi sono sempre domandata la ragione di questo successo. E mi sono risposta che le persone sono non solo gratificate da qualcosa di nuovo da imparare, ma soprattutto dallo scoprirsi (o riscoprirsi) capaci di capire.

Lo dice bene Frank Oppenheimer, a proposito del suo museo: *The whole point of the Exploratorium is to make it possible for people to believe they can understand the world around them. I think a lot of people have given up trying to comprehend things, and when they give up with the physical world they give up with the social and political world as well. If we stop trying to understand things, I think we're all sunk.*

In particolare nel caso della matematica già dalla scuola è troppo frequente la rinuncia a capire; e anche nella vita di tutti i giorni, in realtà, sempre più siamo costretti a delegare compiti e decisioni su cose che non padroneggiamo – le componenti di un elettrodomestico, le decisioni politiche sullo spread ...

Sperimentare che invece si è in grado di capire qualcosa, dedicandovi ovviamente attenzione ed impegno, rinforza non solo le conoscenze matematiche, ma anche la propria autostima, e la confidenza di "potercela fare".

Il filo conduttore di questo mio lavoro è stato la necessità, e poi il piacere e la soddisfazione, di trovare modi efficaci di comunicare la visione della matematica, come io stessa la "vedo nella mente". Soprattutto all'inizio, infatti, molti oggetti sono nati dall'esigenza di mostrare ai miei studenti, concretamente, quello che io immaginavo, e che non riuscivo a trasmettere in modo soddisfacente altrimenti.

Non è raro vedere matematici che lavorano coprendosi gli occhi, per concentrarsi sulle loro immagini mentali e non essere distratti dalla realtà che li circonda - come dice Paul Gauguin: *Je ferme les yeux afin de mieux voir*. Tanto che ricordo una frase scherzosa, che dice che è molto difficile distinguere un matematico che lavora da un matematico che dorme!

Ma l'abilità di visualizzare non è comune, ad ogni livellocolare.

Ho incontrato spesso anche studenti universitari incapaci di immaginare forme tridimensionali e manipolarle, ruotarle, sezionarle mentalmente, sicché un modello concreto diventa un strumento alternativo e utile, più ricco di un'immagine 2-dimensionale statica, perché può anche essere toccato, mosso, osservato da vari punti di vista.

Così, negli anni successivi, ho continuato a costruire oggetti matematici, cercando in ogni caso di raggiungere il prototipo che avevo in mente con i materiali e le tecniche più varie a mia disposizione: legno, cartoncino, stoffa e cucito. Solo negli ultimi anni ho cominciato a utilizzare, per la realizzazione di nuovi oggetti, anche la collaborazione con il locale FabLab, in particolare per la precisione ottenibile con il taglio laser su legno e plexiglass.

Non ho mai progettato un piano ben preciso per scegliere i nuovi oggetti matematici da realizzare: ho

scelto ogni volta seguendo la mia curiosità e il mio divertimento, essendo interessata in particolare al potenziale didattico dell'oggetto, e alla sua bellezza. Come l'artista sarda Maria Lai, nel mio piccolo anche io "ho giocato con grande serietà". Alcuni progetti sono rimasti "sogni nel cassetto", in particolare una superficie di Kuen che mi sembra meravigliosa e che vorrei tanto.

Nel progettare un nuovo exhibit, ho spesso cercato la semplicità, ricordando che *L'arte di fare matematica consiste nel trovare quel caso speciale che contiene tutti i germi della generalità* (frase attribuita a David Hilbert).

Spesso ho sentito commenti sulla bellezza dei miei oggetti. In genere in matematica si parla della bellezza di una dimostrazione, per la sua eleganza e semplicità; si parla anche della bellezza del momento della comprensione, in cui d'improvviso si ha la consapevolezza di padroneggiare un argomento. Nel caso degli exhibit matematici io penso che si possa aggiungere "il piacere dell'ultimo tassello di un puzzle", un piacere cinestetico nel completare una forma geometrica, secondo una inevitabile legge matematica.

Dal mio laboratorio casalingo, è stato naturale portare questa attività anche nei corsi di Didattica della Matematica, nelle tesi e tesine, nei tirocini. Così ho avuto la fortuna ed il piacere di coinvolgere in questa avventura tanti studenti.

La consegna usuale, per loro, era quella di "capire a fondo un'idea o un teorema matematico, di spiegarla a qualcuno e documentare il percorso". Non era certo richiesto di costruire qualcosa, eppure quasi tutti vi si sono cimentati, scontrandosi con difficoltà matematiche anche inaspettate.

Un esempio tipico fu la costruzione di un modello del Teorema di Dandelin sul cono, che prevede di tagliare un cono con un piano, e poi posizionare due sfere tangenti sia al cono, che al piano, di dimensioni opportune, che dipendono dal cono, e dalla posizione del piano.

Ma, per costruirlo veramente, le sfere potevano essere solo quelle in commercio, di polistirolo, di dimensioni date; la fatica fu allora risolvere il problema – inverso – di capire come dovesse essere fatto il cono, e la sezione piana, per poterle utilizzare per il nostro scopo.

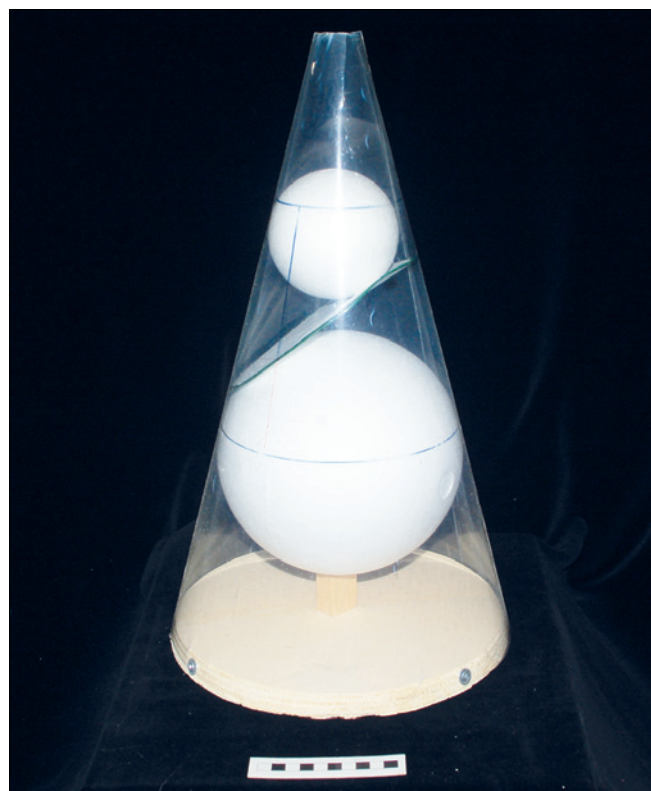


FIGURA 1 – Il teorema di Dandelin sul cono.

Gli studenti si sono trovati quindi in una palestra di creatività: come posso visualizzare questa idea o questa immagine? Quali materiali, quali tecnologie posso usare?

Nel contempo, però, si sono dovuti adattare al rigore che la realtà richiede, senza possibilità di bluff; e solo una comprensione vera e profonda dell'argomento poteva permettere una progettazione efficace.

Così, gli studenti hanno dovuto anche affrontare, di volta in volta, difficoltà pratiche sempre diverse. Ricordo ad esempio una ragazza che, per realizzare un modello di piano iperbolico come proposto dalla matematica lettone Daina Taimina, fu costretta ad imparare a lavorare ad uncinetto, con una certa difficoltà perché era mancina e le spiegazioni che trovava erano per destrimani; quello fu lo spunto ovviamente per parlare di orientazioni nel piano e nello spazio.

Il clima che si respirava in aula, durante la progettazione, era una fucina di idee, che spesso arrivava a contagiare i parenti disponibili ad offrire qualche abilità particolare, padri saldatori, fidanzati

artigiani, nonne sferruzzanti... e fratelli minori, che erano le cavie preferite per la sperimentazione.

Parte integrante (ed importante) dell'attività, dopo la costruzione dell'exhibit, era preparare una spiegazione o una didascalia, che accompagnasse l'esposizione dell'oggetto, permettendo al visitatore di cogliere il contenuto matematico che si voleva trasmettere. Si è spesso trattato di uno sforzo non banale, perché una didascalia posta vicino ad un oggetto rischia di non essere neppure letta se supera le 4 righe: e allora, la scelta di cosa dire diventa una sfida, perché non sempre è possibile "raccontare tutto" in modo completo e preciso; abbiamo sempre lavorato nel presentare i materiali in modo onesto, nel senso dello psicologo Jerome Bruner: *We begin with the hypothesis that any subject can be taught effectively in some intellectually honest form to any child at any stage of development.*

E non di rado abbiamo osservato che alcuni aspetti qualitativi sono accessibili anche ai bambini più piccoli: ad esempio, facendo cadere parecchie palline in una tavola di Galton, queste si dispongono in modo da visualizzare approssimativamente una curva a campana; guardandola, spesso gli alunni della scuola primaria osservano che le palline "cadono di più" al centro; naturalmente, eventuali approfondimenti quantitativi vanno poi rimandati a successivi livelli scolari.

In un certo senso, la costruzione stessa del Museo è stata un Laboratorio di Matematica, come descritto nel documento UMI Matematica2003: *L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.*

Questa esperienza ha lasciato negli studenti non solo una nuova consapevolezza sulle loro capacità (sia intellettuali che artigiane), ma anche molta soddisfazione, tanto che alcuni oggetti riportano data e firma di coloro che li hanno realizzati.

La quantità degli oggetti è cresciuta molto rapidamente – sia come numero di exhibit, che come volume complessivo occupato, e ciò è presto diventato molto difficile da gestire. Così, il materiale è stato ospitato, per gentilezza, ingombrando gli studi di vari colleghi – per anni.

Mi sono divertita a vedere il mio problema logistico come un problema matematico, riflettendo

come potesse crescere il volume dell'inviluppo convesso di un solido tridimensionale equiscomponibile con un foglio di cartoncino A4 in un numero finito di pezzi (non troppo piccoli) – e quindi quanto spazio potesse richiedere un exhibit realizzato a partire da quel foglio di cartoncino.

La prima uscita ufficiale della collezione è stata la partecipazione, nel 2008, nella Rocca Paolina a Perugia, alla mostra "Storicamente" organizzata in occasione del settimo centenario della fondazione dello Studium perugino (ufficialmente costituito con Bolla di papa Clemente V l'8 settembre 1308).

La mostra esponeva materiali appartenenti ai vari Musei Scientifici dell'Università; il mio contributo era l'unico che venisse da un museo moderno, nato non da una collezione di oggetti spesso di grande valore, ma da un approccio hands-on, basato su oggetti semplici – di limitato valore venale – su cui erano organizzate però proposte di attività didattiche significative.

Finalmente, nel 2014, la collezione ha trovato una sua collocazione stabile, presso il Polo Museale Universitario di Casalini, grazie alla fortunata coincidenza di uno spazio inutilizzato sotto la Galleria di Storia Naturale appena ristrutturata, e alla disponibilità del Piano Lauree Scientifiche.

Lo spazio a disposizione era di circa 100 metri quadri, il che ha costretto ad una scelta difficile: circa un quarto dei materiali è stato allestito, mentre il resto è stato archiviato, nella speranza – ancora non realizzata – di poter organizzare esposizioni temporanee a rotazione.

L'allestimento, come tutta la costruzione, è stato fatto in estrema economia. I tavoli – usati – provengono dai magazzini dell'Ateneo, tutti verniciati di nero lavagna per dare loro un aspetto uniforme. Il fatto di poter scrivere sui tavoli con il gesso incuriosisce e coinvolge soprattutto i visitatori più piccoli, anche se richiede un'accurata pulizia dopo ogni visita.

Il materiale della collezione è stato oggetto di un inventario professionale, che segue le linee guida riconosciute e previste dalla normativa vigente, nell'ambito di un progetto, coordinato dall'Università di Modena, dal titolo *Le tecnologie informatiche e le nuove realtà per la conoscenza, il networking e la valorizzazione del patrimonio culturale scientifico: il ruolo della rete dei Musei Universitari.*

2. – Il Logo

Il logo del museo è un Ycovedron Abscisus Vacuus, che è il nome con cui Leonardo chiama un icosaedro troncato da lui disegnato per Luca Pacioli nel *De Divina Proportione*.

Alla fine del secolo scorso, ne vidi una riproduzione in legno dovuta al matematico-artista George Hart, e mi sembrò così bello da desiderarlo. Il progetto è allora stato sviluppato nella tesi della studentessa Gioia Fioriti, ed è diventato poi un activity book – *Il Poliedro di Leonardo*, edito da edizionicorsare (vedi Bibliografia) – che contiene tutti i pezzi pre-tagliati e pre-piegati per costruirne una copia.

Il nostro Ycovedron è in cartoncino, ha un diametro di circa 45 cm, e pesa circa 200 grammi.

La precisione degli incastri è tale da ingannare il visitatore, che spesso immagina che sia di legno, ed è molto sorpreso quando scopre che invece è solo cartoncino.

Una copia di questo oggetto è stata offerta alla Biblioteca Ambrosiana di Milano, e la sua estrema leggerezza ha permesso di esporlo senza rischi, nel 2015, nella stessa teca proprio sopra la copia originale del *De Divina Proportione*. Una copia dell'Ycovedron è stata anche esposta – come opera d'arte matematica – nell'esposizione 2016 della Bridges Organization.



FIGURA 2 – Ycovedron Abscisus Vacuus di Leonardo da Vinci.

3. – Gli exhibit

La maggior parte degli exhibit sono di dimensioni limitate, ed esposti appoggiati su tavoli.

Solo alcuni hanno dimensioni abbastanza grandi, e sono i primi ad attrarre l'attenzione dei visitatori.

Già all'arrivo, il visitatore è accolto una linea dei numeri lunga 44 metri, disegnata sul marciapiede esterno all'edificio.

La linea attrae l'attenzione soprattutto dei più piccoli, con cui organizziamo interminabili “gare di tabelline”: ci poniamo davanti alla linea, all'altezza del 50, a una decina di metri di distanza. Semplicemente, una coppia di bambini, alla richiesta dell'insegnante – ad esempio quanto fa 7×8 – deve correre sul 56. Un modo di ripassare che sembra solo un gioco. Un paio di osservazioni che mi stupiscono sempre: non di rado ci sono bambini che si mettono a correre – in una direzione casuale – ancor prima di aver pensato la risposta corretta; inoltre, mentre i piccoli si prestano con entusiasmo, gli adolescenti si rifiutano di giocare, come ad evitare un giudizio umiliante.



FIGURA 3 – La linea dei numeri.

All'interno, ho approfittato di una parete libera per realizzare un binario rettilineo lungo circa 13 metri, appena inclinato, in cui una pesante pallina scorre, incontrando, ad ogni metro, una campanella.

L'exhibit vuole essere una versione rudimentale di un piano inclinato, che permette di cogliere “acusticamente” il fatto che le campane suonano in modo sempre più ravvicinato – in altre parole, che la palla, scendendo, accelera. Naturalmente, si tratta di una percezione solo qualitativa, possibile però già dai primi livelli scolari. I più grandi potranno invece prendere spunto per riflettere sui limiti di questo modello e magari progettare una versione miglio-

re: in particolare, come ridurre l'attrito, e come sostituire le campanelle, che in qualche misura rallentano la caduta, con un sensore ottico.

Questo piano inclinato ha inoltre la funzione – talvolta preziosa durante le visite di classi numerose – di “intrattenere” qualche bambino vivace, che continua a riprendere la palla e farla scendere, guardandola quasi ipnotizzato.



FIGURA 4 – Piano inclinato.

Uno scatolone molto grande rappresenta una camera completamente deformata, che però, vista da un particolare punto di vista, appare come una stanza normale con un pavimento a piastrelle quadrate, in cui due pupazzi identici, appoggiati in punti differenti, sembrano avere dimensioni differenti. Si tratta di una versione della camera realizzata nel 1946 da Adelbert Ames, costruita attraverso un uso originale delle leggi della prospettiva per indurre una percezione erronea; è possibile trovare online progetti per replicarla.

La nostra camera invece, su mia richiesta, è stata progettata ex-novo da tre studentesse, Anna Pagoni, Francesca Mincigrucci e Francesca Rulli, attraverso un uso intelligente della geometria analitica nello spazio, molta pazienza, molti tentativi e molti scatoloni.



FIGURA 5 – La camera di Ames.

Si incontra poi un tavolo-lavagna che riporta la mappa di Königsberg con i ponti, dove il problema viene presentato senza dare alcuna spiegazione: i visitatori possono disegnare i loro tentativi di cammini, per poi cancellarli e riprovare. Qualcuno continua per decine di minuti, e solo qualche volta emerge la domanda “ma è possibile?”. E un certo disappunto quando si scopre l'inutilità dei loro tentativi.



FIGURA 6 – I ponti di Königsberg.

Fra gli oggetti che catalizzano l'attenzione, una versione semplicissima di uno strumento per disegnare curve di Lissajous: una bottiglia piena di sabbia che termina con un piccolo foro. Viene opportunamente appesa sopra un tavolo, e fatta oscillare in modo casuale dando origine a traiettorie di sabbia sempre diverse (quando la sabbia non si blocca per qualche impurità... un problema ancora non risolto).

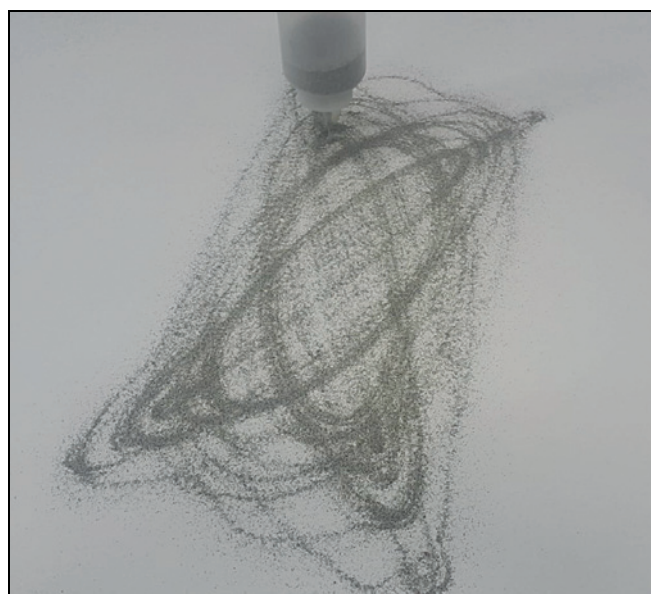


FIGURA 7 – Curve di Lissajous di sabbia.

Qualche oggetto è particolarmente sfidante: ad esempio, la scacchiera sul toro, la superficie a forma di ciambella che si può ottenere topologicamente incollando opportunamente a due a due i lati opposti di un quadrato. Nasce naturale il paragone con alcuni videogiochi che apparentemente giocano su una scacchiera quadrata, ma in realtà lavorano sul toro, perché il personaggio se esce a destra rientra da sinistra, e analogamente se esce dall'alto rientra dal basso.

La scacchiera è di ferro, e supporta scacchi magnetici. Soprattutto con gli studenti universitari, permette di affrontare le difficoltà legate alla curvatura della superficie: prima di tutto, gli scacchi sono molto instabili, perché la loro base magnetica piatta non si adatta alle caselle, che presentano fra l'altro curvature differenti fra loro. Inoltre, si può osservare la difficoltà incontrata nel realizzare i profili delle caselle, perché non esistono, in questo caso, strumenti analoghi alla riga e al compasso nel piano.

L'exhibit propone una posizione di partenza per una partita, ovviamente differente da quella usuale, e anche solo posizionare i pezzi o seguire il possibile percorso di un alfiere non è affatto banale.

In realtà, in tanti anni ho visto una sola partita completa in occasione della visita di un gruppo di borsisti INdAM, che mi hanno lasciato con la sfida (ancora non soddisfatta) di costruire una scacchiera sul nastro di Moebius e sulla bottiglia di Klein (con le necessarie modifiche ai pezzi, che dovrebbero essere bilateri).

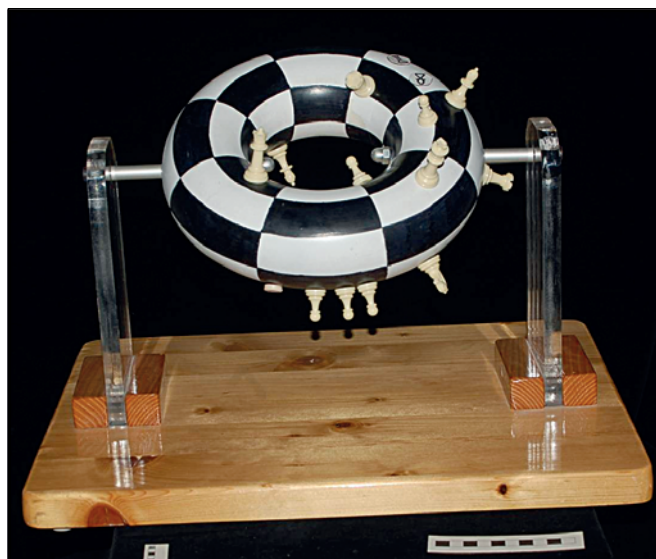


FIGURA 8 – Scacchiera sul toro.

Poiché non c'è stata una pianificazione su cosa costruire, la lista degli exhibit è estremamente eterogenea. Comunque, nel tempo alcuni temi sono emersi in modo naturale. In particolare, poliedri (fra cui alcuni fragilissimi poliedri archimedei appesi appositamente abbastanza in alto affinché non sia possibile raggiungerli con un salto), isometrie e camere di specchi, prospettiva ed anamorfosi, curve e superfici, tassellazioni del piano e dello spazio. Fra gli exhibit su algoritmi e metodi di calcolo c'è una addizionale binaria (che funziona con le biglie), lavoro di un gruppo di studenti di informatica che scelsero come corso opzionale Didattica della Matematica.

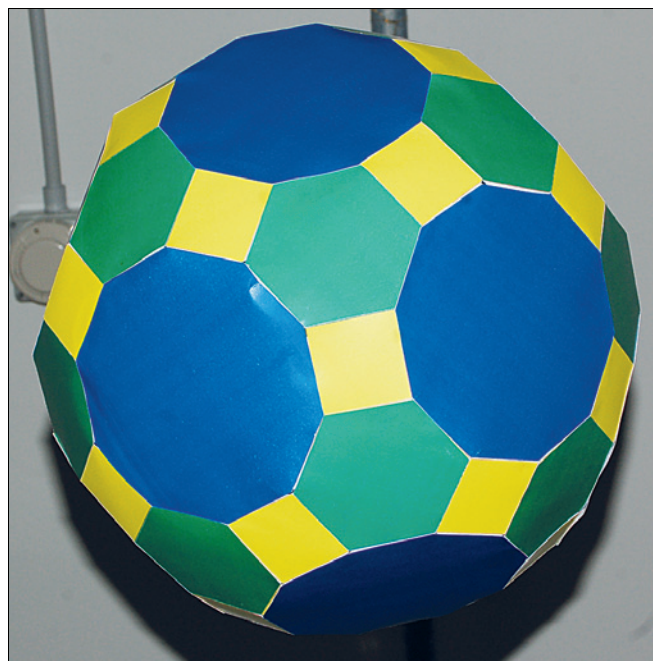


FIGURA 9 – Icosidodecaedro troncato.

4. – La Galleria per l'Handicap

La sezione che mi emoziona maggiormente è quella legata all'handicap,

Ci sono materiali progettati dapprima per interventi legati alla discalculia ed al supporto per il ritardo cognitivo, che in un secondo momento sono stati invece utilizzati con interesse anche nelle prime classi della scuola primaria.

In particolare, due grandi “banconote” e una grande “moneta” in legno rappresentano le banconote da 5 e 10 euro, e la moneta da un euro. Le prime

contengono una fila di veri euro scorrevoli, mentre la moneta da un euro contiene 100 veri centesimi scorrevoli in 10 file. Questi materiali permettono di tradurre in un'attività concreta l'esperienza di prendere il resto, durante un pagamento.



FIGURA 10 – Un euro con centesimi scorrevoli.



FIGURA 11 – Banconote con euro scorrevoli.

Un impegno particolare è stato rivolto alla progettazione rivolta ai non vedenti (in particolare quelli precoci).

Nello sviluppare i materiali di questa sezione, infatti, ho avuto modo interagire con tante persone non vedenti, spesso molto autonome e capaci, e di constatare come un non vedente dalla nascita manchi di alcuni concetti matematici non per carenze cognitive, ma per la mancanza di esperienze concrete che sono ovvie per chi ci vede, e come purtroppo gli insegnanti spesso non si rendano conto di ciò,

perché semplicemente certe cose vengono date per scontate.

Ad esempio ricordo l'esperienza di una brillantissima studentessa non vedente (in un Liceo Linguistico), che si prestò a sperimentare i primi oggetti realizzati.

Da una parte, emerse il suo interesse ma anche la sua fatica, nell'esplorare tanti materiali in un tempo limitato: ci disse "Avessi avuto questi materiali a 5 anni... sarebbero stati un gioco!".

Dall'altra, scoprii quel pomeriggio, a 19 anni, che le cose cadono in linea retta; credeva che cadessero lungo una curva simile a un ramo di iperbole, che accennò con un gesto della mano, perché "le cose cadute non si ritrovano mai proprio sotto al punto da cui sono cadute" e perché i vedenti chiedono "dove è finita la penna?". Rimanemmo allibiti ed emozionati, noi presenti, compresi suo padre: nessuno aveva mai pensato che la caduta di un grave richiedesse la vista per essere osservata!

Ancora, uno studente non vedente di quarta liceo scientifico rimase perplesso alla domanda su quante rette parallele ad una retta data passassero per un punto al di fuori di essa, e tentò esitante: Due? Infinite?

Ed è evidente che diventa impossibile costruire un qualunque corso su materie scientifiche, su tali basi inesistenti!

La sfida allora è quella di progettare e costruire materiali aptici che permettano esperienze che possano essere un surrogato per quelle che i non vedenti perdono per il loro handicap. E ho sentito come questa sia una responsabilità di noi matematici che ci vedono, ed ho allora intrapreso un percorso di varie tesi in cui abbiamo creato materiali aptici apposti.

I concetti apparentemente più semplici sono stati oggetto di una rilettura in chiave aptica del primo libro degli *Elementi* di Euclide nella tesi di Letizia Rocchini, con particolare interesse al parallelismo di rette nel piano – concetto particolarmente difficile da afferrare attraverso una esplorazione aptica, che si serve dei polpastrelli delle dita, e non riesce simultaneamente a cogliere quello che accade sia vicino che lontano dal punto che si sta esplorando.

La tesi di Ludovica Latini, invece, permise di costruire 6 modelli che, attraverso un puzzle tridimensionale, introducono in modo aptico il concetto di prospettiva come sezione del cono visuale con un

piano. E permettono di mostrare fatti assolutamente evidenti per un vedente, ma che tali non sono per il non vedente, come il fatto che il disegno in prospettiva di uno stesso segmento risulterà più o meno lungo a seconda che il segmento da disegnare sia più o meno vicino al piano del quadro.

5. – La Galleria e la Terza missione

La Galleria ha fatto propri gli scopi indicati, per un museo, nella definizione data dall'ICOM (International Council of Museums): *A museum is a non-profit, permanent institution in the service of society and its development, open to the public, which acquires, conserves, researches, communicates and exhibits the tangible and intangible heritage of humanity and its environment for the purposes of education, study and enjoyment.*

In particolare, per sua natura, l'impegno è stato quello di “comunicare ed esibire” quegli aspetti matematici che fanno parte dell'*intangible heritage of humanity*; in tal modo le attività costruite intorno alla Galleria si sono inserite in modo naturale nella Terza Missione dell'Università, che sempre più è chiamata, oltre agli obiettivi di ricerca e formazione, ad interagire con la società, diffondendo cultura e conoscenza. Così, sono state organizzate numerose attività per coinvolgere un vasto pubblico: per anni è stata organizzata AmareMatica, un evento molteplice, che, partendo dalla Galleria, si arricchiva di proiezioni cinematografiche, guide al turismo matematico, momenti di formazione, spettacoli teatrali matematici.

La Galleria di Matematica può offrire una visita interessante ad un visitatore generico, ma si presta in particolare ad una stretta collaborazione con la scuola. Una visita guidata per una scolaresca, infatti, permette un'attività didattica che non si esaurisce nel tempo della visita stessa; le molteplici proposte di attività hands-on, infatti, possono poi essere riprese e sviluppate in classe.

L'auspicio è che gli insegnanti delle scuole primarie e secondarie possano trovare in questo lavoro una guida, che consenta loro di formulare percorsi tematici, e un approfondimento per le loro lezioni che potranno trasformarsi in momenti creativi e stimolanti.

Addirittura, molti materiali presenti nella Galleria potranno essere ricostruiti dai ragazzi stessi: una linea guida è stata infatti, per quanto è possibile, quella di rendere condivisibile non solo l'osservazione dell'oggetto e la sua spiegazione, ma anche la costruzione di una sua copia.

Per questo scopo, ho realizzato e offerto online brevissimi video-tutorial per ricostruire oggetti, e template da utilizzare, soprattutto in cartoncino, con particolare attenzione a renderli facilmente riproducibili con una comune stampante A4, suddividendoli opportunamente; difatti, ad esempio, molto spesso si trovano sviluppi per moltissimi poliedri, ma sono così complessi che, stampati su un foglio A4, diventano estremamente difficili da montare. Tali materiali sono liberamente accessibili e scaricabili online, come OER (Open Educational Resources).

Le attività della Galleria invitano (e invogliano) insegnanti e studenti a “fare con le mani” per riflettere e capire: mi piace immaginare che un seme per questo mio desiderio sia stato l'aver frequentato io stessa un asilo e una scuola elementare Montessori, in cui la manipolazione di materiali didattici concreti – che ancora ricordo con piacere – è stata pensata non come gioco fine a se stesso, ma come solida base per la costruzione successiva del pensiero astratto.

Da ricordare come la Montessori sottolinei l'importanza di un approccio concreto: *La mano è lo strumento espressivo dell'umana intelligenza: essa è l'organo della mente... La mano è il mezzo che ha reso possibile all'umana intelligenza di esprimersi ed alla civiltà di proseguire nella sua opera. Nella prima infanzia la mano aiuta lo sviluppo dell'intelligenza e nell'uomo maturo essa è lo strumento che ne controlla il destino sulla terra.*

Al giorno d'oggi questa raccomandazione viene ripresa in vari contesti: in particolare, penso a come molti additino il lavoro di Emma Castelnuovo come esempio da seguire, al punto che viene citato addirittura nel PNRR.

Però, nella realtà, è troppo spesso ignorata, al punto di arrivare all'immagine di “un bambino senza mani” secondo l'ironica ma accorata descrizione di Tullio De Mauro: bambini le cui abilità motorie si limitano all'uso di una o due dita per digitare su uno smartphone, ma che non sanno allacciare le scarpe né utilizzare correttamente le forbici.

In particolare, l'avvento del digitale sembra avere soppiantato in alcuni casi l'uso del corpo, offrendo invece versioni virtuali di esperienze concrete, come se le due cose potessero essere equivalenti.

Ma bisogna aver constatato ad esempio l'interesse e la concentrazione con cui un bambino sperimenta – in una vecchia auto – l'azione di alzare e abbassare il vetro con una manovella, per rendersi conto del fascino del reale e del tangibile.

Costruire cose inoltre riempie di orgoglio, potendo dire *Questo l'ho fatto io!* (e quindi *Mi riguarda e mi interessa!*). Inoltre raccontare l'attività al pubblico, ed in particolare ai propri cari, motiva ad impegnarsi per comunicare in modo efficace, cercando le parole corrette, e il filo del discorso convincente. Anche questo sforzo è in realtà un'attività didattica di indubbia utilità.

Inoltre, far seguire istruzioni e costruire semplici oggetti matematici adeguati al gruppo classe può risultare particolarmente inclusivo, perché tutti alla fine avranno ottenuto “qualcosa” da esibire. E non di rado capita di osservare studenti apparentemente deboli, che mostrano però di “aver capito” perché montano correttamente i pezzi e individuano correttamente le fasi del lavoro, anche se non sono ancora in grado di tradurre completamente questa loro “comprensione pratica” in una formulazione verbale completa e corretta. Ma la soddisfazione è uno stimolo indiscutibile per cercare di migliorare anche questo aspetto.

Poiché si rivolge ad un pubblico eterogeneo, la Galleria si presta a molteplici attività e ad una lettura a diversi livelli cognitivi: a partire dai bambini più piccoli che raccolgono le “sfide” proposte senza paura di sbagliare, incarnando pienamente lo spirito dell'esposizione; ai ragazzi delle scuole medie secondarie di primo e secondo grado che scoprono qualcosa in più e approfondiscono i concetti matematici che caratterizzano ogni oggetto; fino agli insegnanti, che trovano nell'esposizione spunti per percorsi didattici da riproporre in classe e metodi alternativi per rendere interessanti e attive le lezioni.

L'esperienza non dovrebbe fermarsi alla visita alla Galleria, ma costituire un punto di partenza per leggere la realtà che ci circonda con occhi diversi, perché grazie ad alcuni exhibit si scopre che la matematica è nascosta nella natura, nell'arte

e nell'architettura; il visitatore potrà così acquisire nuove consapevolezze ed arricchire la sua formazione.

6. – Collaborazioni

La Galleria vanta collaborazioni importanti

Da questo lavoro è nata una collaborazione con il Museo Omero di Ancona, nato dalla volontà di due formidabili non vedenti, Aldo Grassini e sua moglie Daniela Bottegoni; un museo tattile, in cui tutto è pensato per essere toccato e apprezzato anche con il tatto, non solo per non vedenti ma anche per un visitatore qualunque. Il Museo Omero, fra le tante iniziative, organizza corsi di formazione per insegnanti, per i quali ha utilizzato anche i nostri exhibit aptici.

Durante il progetto europeo MiMa (Mathematics InTheMaking) abbiamo inoltre avuto scambi con il Mathematikum di Giessen, in Germania.

7. – Conclusioni

La realizzazione della Galleria di Matematica è stata un'avventura imprevista e fortunata.

Il fatto di non essere un'attività codificata e pre-progettata ha portato limiti e possibilità.

Da una parte, è stato difficile accedere a fondi che permettessero uno sviluppo supportato da professionalità specifiche (penso alla grafica, alla comunicazione, alla parte informatica).

D'altra parte, però, l'assoluta libertà ha caratterizzato le mie scelte, rendendo il mio lavoro entusiasmante e particolarmente divertente.

Ci sono state soddisfazioni anomale, non riconducibili a quello che viene abitualmente apprezzato in ambito accademico.

Ad esempio, quella che ci ha regalato Aldo Grassini, non vedente dall'età di 6 anni per lo scoppio di una bomba, che 65 anni dopo ha esplorato con pazienza il puzzle tridimensionale che mostra come il disegno di una circonferenza sul piano del pavimento diventi un'ellisse, ed ha infine esclamato: *Io avevo il vago ricordo del disegno di un tamburo, oggi ho capito finalmente come funziona.*



FIGURA 12 – Prospettiva aptica di una circonferenza.

Ci sono state anche incomprensioni dolorose: ricordo in particolare la frase di una persona importante, che mi disse, credendo di farmi piacere, “La conosco, lei è quella che fa i giochini!”.

Il rischio che questa frase rivela è quello di fraintendere ciò che è “divertente” con ciò che è “interessante”, e di non cogliere l’invito a pensare portato da ogni exhibit. Ogni costruzione non è mai stata progettata per offrire effetti speciali o intrattenimento, ma per veicolare un concetto difficile da comunicare altrimenti e per stimolare pensiero e riflessione.

E poi...

Nonostante che io sia ormai in pensione, la collezione continua a crescere.

L’oggetto più recente è un modello in cartoncino di un’ellisse ottenuto come sezione piana di un cono, il cui modello è stato realizzato da Claudia Stella tramite un uso brillante di Geogebra. Il montaggio è alla portata di tutti, ma la sfida per uno studente di liceo volenteroso sarà invece quella di capire come è stato realizzato, e magari realizzarne uno lui stesso, anche nel caso di un’iperbole e una parabola.

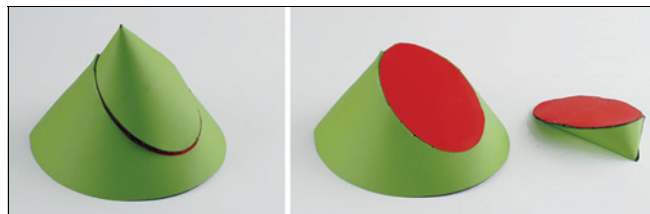


FIGURA 13 – Ellisse come sezione piana di un cono.

Inoltre, poiché la visita alla Galleria richiede una guida per essere pienamente apprezzata e compresa, è in allestimento una collezione di brevi videodidascalie che potranno essere visualizzate tramite qr code direttamente dal telefono.

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

UGHI E., *Il Poliedro di Leonardo*, Edizioni Corsare, S.M. Degli Angeli, 2013.

www.emanuelaughi.com

<https://cams.unipg.it/orti-musei/galleria-di-matematica>



Emanuela Ughi

Emanuela Ughi, ricercatrice di Geometria ma anche falegname dilettante, ha lavorato per molti anni traducendo in oggetti concreti immagini e teoremi matematici; dal suo lavoro è nato il Museo oggetto di questo articolo.