
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MARIA DEDÒ, SIMONETTA DI SIENO

Contenuti e metodologie. Matematica a Milano

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 9
(2024), n.2-3, p. 197–214.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_2-3_197_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_2-3_197_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI
<http://www.bdim.eu/>*

Contenuti e metodologie. Matematica a Milano

MARIA DEDÒ

Università degli Studi di Milano

E-mail: maria.dedo57@gmail.com

SIMONETTA DI SIENO

Università degli Studi di Milano

E-mail: sdisieno@gmail.com

Sommario: *Proponiamo qui una rassegna sulle iniziative di comunicazione della matematica dirette al grande pubblico che si sono realizzate a Milano negli ultimi trent'anni, partendo dal lavoro, dagli interessi e dalle ricerche che hanno portato alla mostra sulla simmetria fino ad arrivare alla mostra MaTeinItaly.*

Abstract: *We propose here an overview of the mathematical communication initiatives aimed at the general public that have taken place in Milan in the last thirty years, starting from the work, interests and research that led to the symmetry exhibition up to the MaTeinItaly exhibition.*

1. – Alcune premesse

La prima iniziativa di comunicazione della matematica che intendiamo presentare si è aperta al pubblico a Milano nel 2000. Naturalmente non era nata dal nulla e in questo paragrafo diamo conto, sia pure sommariamente, del lavoro che l'ha preceduta nel decennio precedente.

Erano anni in cui ancora non si parlava della “terza missione” come di compito istituzionale dell'università (la sua entrata nel sistema di valutazione è del 2013). Iniziative che sono ora relativamente comuni come le conferenze dirette al grande pubblico, le mostre o in generale gli eventi centrati sulla matematica erano allora poco frequenti e l'università non si preoccupava di incoraggiarle. Tant'è vero che anche quelle di cui parliamo qui sono nate anzitutto da un interesse di ricerca: quali sono i meccanismi che stanno alla base della comunicazione e dell'apprendimento della matematica? Un interesse di ricerca che partiva anche dalla considerazione di quanto fosse scarsa nel nostro Paese l'alfabetiz-

zazione matematica e di quanto questa povertà condizionasse (e purtroppo continua a condizionare!) in modo pesantemente negativo la partecipazione consapevole dei cittadini alla vita pubblica.

Essendo evidente che una comunicazione al grande pubblico deve necessariamente rinunciare al linguaggio formalizzato che in matematica è così prezioso ma diventa uno scoglio praticamente impossibile da superare per i non addetti ai lavori, occorre studiare le possibili vie di comunicazione informale della matematica prestando attenzione sia al linguaggio che alla comunicazione non verbale, che si compie attraverso immagini, oggetti concreti e attività manipolative⁽¹⁾. Già da subito, quindi, l'interesse per le mostre e i primi tentativi in questa direzione hanno avuto un intento che non si esauriva nel singolo evento che si stava proponendo: i prodotti finali sono stati in un certo senso degli “esperimen-

⁽¹⁾ Alcuni anni più tardi (nel 2005), questo interesse si sarebbe concretizzato nella costituzione di un Centro Interuniversitario di ricerca (*matematita*) per la Comunicazione e l'Apprendimento informale della Matematica, costituzione realizzata insieme a ricercatori delle università di Trento, Pisa e Milano Bicocca e poi anche di Camerino.

Accettato: l'8 ottobre 2024.

ti”, nell’ambito di una tipologia di ricerca, quella a proposito dell’apprendimento informale, che presenta giocoforza un lato sperimentale.

Questi interessi erano legati a corda doppia anche all’interesse per i problemi inerenti l’insegnamento della matematica. Non soltanto per l’ovvio motivo che la stragrande maggioranza dei visitatori di una mostra di matematica è costituita dai ragazzi delle scuole e dai loro insegnanti ma – impegno ben più difficile! – per capire se quello che di positivo si osserva nelle reazioni dei visitatori di una mostra di matematica può indicare dei meccanismi di apprendimento utilizzabili anche nel contesto – assai diverso – di una classe scolastica. Le due situazioni sono talmente differenti che non ha senso ipotizzare un travaso automatico eppure... alcune utili indicazioni ne possono nascere ⁽²⁾.

Un’esperienza che in quegli anni ci ha fortemente incoraggiato a proseguire per questa strada è stata l’allestimento a Milano nella primavera del 1995 presso il Museo della Scienza e della Tecnologia della mostra *Oltre il compasso*, ideata da Franco Conti e Enrico Giusti. Una delle due autrici di questo articolo aveva avuto modo di conoscere e discutere con i suoi ideatori i contenuti della mostra già nelle diverse fasi della sua progettazione e poi realizzazione concreta e anche di osservare le reazioni del pubblico, fin dal primo allestimento a Pisa, a palazzo Lanfranchi, nel 1992. Da queste discussioni e dalle successive osservazioni avevamo tratto una conferma della convinzione che iniziative di questo genere hanno necessità da un lato di appoggiarsi a contenuti matematicamente forti, che possano ancorare le diverse osservazioni che si fanno emergere dal percorso espositivo a qualche “capitolo” importante, a qualche idea significativa di matematica, dall’altro di appoggiarsi a un filo narrativo che permetta, intorno ai diversi *exhibit* presentati, di “raccontare una storia” o anche più storie.

⁽²⁾ Questo discorso verrà ripreso ed esemplificato nei prossimi paragrafi, dato che tutte le iniziative pubbliche avviate in seguito hanno sempre riservato un ruolo particolarmente significativo alla cura di proposte *a latere* destinate agli insegnanti dei diversi livelli scolastici, per fornire loro spunti per riprendere in classe l’uno o l’altro dei temi messi in evidenza da quella particolare iniziativa; a questo proposito si vedano anche [1], [2], [3].

L’elemento ulteriore che abbiamo “scoperto” con l’allestimento milanese di *Oltre il compasso* è stata la funzione delle guide-animatori. Il Dipartimento di Matematica dell’Università degli Studi di Milano si era impegnato a mettere a disposizione alcuni studenti che affiancassero le guide del museo nelle visite alla mostra e le reazioni di questi ragazzi ci hanno colpito. Per il loro entusiasmo, sicuramente, ma anche per quanto ne andavano imparando di matematica. Si aveva l’impressione che la visita alla mostra, e soprattutto il fatto di doverla raccontare ad altri, andasse a colmare una lacuna che si era formata fra le osservazioni fatte in contesti extra-scolastici e rimaste su un piano informale e i successivi apprendimenti negli studi universitari che, anche quando andavano a toccare gli stessi argomenti delle precedenti osservazioni, ne restavano però staccati: mancava la consapevolezza che si trattasse della stessa questione rivista in maniera formale e sistematica. Vita e scuola sembravano mondi diversi, che non comunicavano fra loro. L’esperienza di fare da animatore alla mostra – e quindi di raccontare ai visitatori, con linguaggio necessariamente informale, quegli argomenti che pure erano stati studiati anche in maniera formalizzata – ha permesso ai ragazzi di costruire un “ponte” che ha messo in comunicazione i due mondi, con il risultato per loro di appropriarsi in maniera più profonda e più solida di ciò che già avevano imparato dai corsi universitari. Quest’impressione si è via via rafforzata negli anni successivi, quando abbiamo cominciato a utilizzare sistematicamente studenti del corso di laurea in matematica per un tirocinio presso il centro *matematica*: l’argomento verrà ripreso nei prossimi paragrafi.

Ma torniamo al primo degli elementi che abbiamo individuato come fondamentale, ovvero il fatto che, per coinvolgere il visitatore di una mostra, potenzialmente indifferente e a volte quasi ostile, occorre puntare su contenuti forti. Certo non è partendo da contenuti piatti e banali che possiamo sperare di coinvolgere un visitatore spesso pieno di pregiudizi nei confronti della matematica. Occorre puntare in alto, puntare alle idee, alle idee forti, quelle che poi si ritrovano, le stesse, in contesti anche molto lontani e diversi fra loro: l’astrazione, e quindi la matematica, possono offrire spunti meravigliosi su questo terreno.

Qui troviamo già un primo contatto con l'insegnamento della matematica a scuola (vedi, per esempio, [4]). Non cambia molto infatti se, nella frase precedente, sostituiamo le parole "il visitatore di una mostra" con "l'alunno di una classe"! Certamente, obiettivi e contesto sono molto differenti, però, anche in classe, abbiamo bisogno di coinvolgere i ragazzi se vogliamo renderli protagonisti attivi del loro apprendimento e non solo fruitori passivi di un insegnamento che resta in tal caso effimero. Se vogliamo che i ragazzi si sentano personalmente coinvolti, abbiamo bisogno di far riferimento a idee forti per entusiasmarli ed emozionarli; non si potrà tutti i giorni discutere sul tema dell'infinito (per fare un esempio) e sicuramente occorrerà anche lasciare che i ragazzi si allenino a usare le tecniche necessarie per lavorare sempre meglio, però le idee forti dovrebbero essere presenti e far capolino in ogni occasione utile, come fili conduttori intorno ai quali organizzare tutto il resto.

Un tema profondo ha anche il grosso vantaggio di aumentare considerevolmente la possibilità di mettere in luce gli eventuali agganci non solo con le altre discipline ma anche con esperienze di vita quotidiana: agganci di tipo diverso sono importanti sia per venire incontro agli interessi dell'interlocutore sia per adattarsi a un differente livello di conoscenze nell'ambito della matematica. E ciò è naturalmente prezioso pensando ai visitatori di una mostra, che possono essere di ogni età e dei più diversi retroterra culturali, ma anche agli alunni di una stessa classe che, se sono perlopiù abbastanza omogenei dal punto di vista dell'età anagrafica, possono avere conoscenze e competenze matematiche differenti e sicuramente hanno esperienze, interessi e vissuti molto diversi fra loro.

Un esempio per illustrare la potenza che deriva dalla scelta di un tema forte ci è venuto da una delle prime uscite pubbliche fatte in quegli anni. Siamo nel 1997 e il liceo scientifico di Erba (nella provincia di Como) organizzava, già da qualche anno, una mostra di fisica, curata dalla scuola, in occasione della settimana della cultura scientifica; in quell'anno i curatori avevano pensato di arricchirla con qualche tema di matematica e ci hanno fatto una richiesta in tal senso. Abbiamo allora proposto e allestito tre nuclei espositivi, di cui due (i ponti di Königsberg e il problema classico delle tre case e tre

servizi) erano direttamente legati a una singola questione, magari con qualche divagazione sul tema, mentre il terzo era una proposta che riguardava la simmetria e che comprendeva quattro camere di specchi (con base, rispettivamente, un rettangolo, un triangolo equilatero, un triangolo rettangolo isoscele e un triangolo rettangolo con angoli di 60° e 30°), sulle cui pareti erano incollati dei disegni di mosaici che si sarebbero potuti ricostruire all'interno scegliendo fra alcune mattonelle a disposizione sullo stesso tavolo.

Ci ha colpito la reazione del pubblico, e in particolare ci ha colpito la differenza fra la reazione ai primi due problemi – quieta, generalmente positiva ma senza particolari entusiasmi – e quella all'attività proposta sulla simmetria. Quest'ultima ci ha fatto capire che con la simmetria si era toccato un nodo importante e che valeva la pena svilupparlo e proporlo in maniera più organica. Il fatto che la simmetria rappresenti un nodo concettuale profondo era in qualche modo percepito dal visitatore, anche se chiaramente l'attività proposta non voleva (e non poteva) entrare più che tanto nel merito della matematica sottostante. Qualche volta, nella discussione con qualche visitatore, c'è stata anche la possibilità di entrare nel discorso in maniera più approfondita (fra i visitatori di una mostra ci possono essere sia il guidatore di autobus che il docente di astrofisica...), ma non è questo il punto; piuttosto, si aveva la netta impressione che anche il visitatore più sprovveduto nei confronti della matematica percepisce chiaramente che ciò che vedeva non era che la punta di un iceberg. E così, mentre le altre proposte restavano dei "giochini", graziosi e divertenti ma solo giochi, con la simmetria il visitatore intuiva che gli si apriva un mondo: le persone (ognuna a suo modo e con diversi gradi di intensità) si lasciavano coinvolgere in un'attività di ricerca, ciascuno al suo livello. Stiamo qui usando il termine "ricerca" come lo usa George Polya, quando dice per esempio che "... nella risoluzione di tutti i problemi interviene un pizzico di genialità. Può trattarsi di un problema modesto; tuttavia, se esso stuzzica la nostra curiosità ed eccita le nostre facoltà mentali e, soprattutto, se si riesce a risolverlo da soli, si scoprirà l'ansia della ricerca e la gioia della scoperta" (vedi la prefazione alla prima edizione di [5]).

2. – Simmetria, giochi di specchi

La prima sperimentazione a Milano che ha provato direttamente a mettere in pratica queste considerazioni è stata la mostra *Simmetria, giochi di specchi*, inaugurata nell'anno 2000 anche se già nei tre anni precedenti erano state proposte delle versioni più "artigianali" dello stesso percorso, il cui nucleo centrale aveva trovato la sua prima realizzazione nell'allestimento al liceo di Erba cui si è accennato nel paragrafo precedente.

La mostra è stata costruita in due copie, una pensata per essere stabilmente allestita nei locali del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano, l'altra, sostanzialmente identica, per essere allestita altrove, a richiesta. Quest'ultima ha avuto diversi allestimenti, in Italia e all'estero (Francia, Germania, Spagna), diversi non solo per la loro ubicazione geografica ma anche per le diverse caratteristiche e finalità dell'ente che di volta in volta la richiedeva e la ospitava (scuole, università, musei, enti locali...). Di più, alcuni colleghi dell'università di Porto con cui eravamo entrati in contatto grazie a un progetto europeo ci hanno chiesto di poterne realizzare due copie: così hanno fatto e attualmente una delle due è stabilmente allestita a Porto presso la sede di *Atractor*, mentre l'altra, itinerante, ha avuto numerosi allestimenti in Spagna e in Portogallo. Ora, la mostra, a distanza di più di 25 anni, è ancora allestita e visitabile a Milano nella sua versione originale e anche la copia itinerante è tuttora richiesta: una durata abbastanza eccezionale!

Che cos'è che "ha funzionato" così bene? La prima impressione, confermata dalle osservazioni di tutti questi anni, è che molto sia dovuto alla scelta del tema – la simmetria – che si è rivelato particolarmente adatto a una mostra di matematica. Le ragioni sono molteplici e di natura diversa. Ne elenchiamo alcune.

- La simmetria è "bella". E qui non ci riferiamo soltanto alla bellezza estetica delle immagini utilizzate per illustrare la simmetria; certamente questo aspetto è presente, ed è (quasi) universalmente apprezzato, ma ce n'è anche un altro (più nascosto) legato a una sorta di bellezza "astratta", alla linearità di certi ragionamenti. Non si pensi che questo sia visibile solo a chi è laureato in matematica o ha anche solo una maggiore sensi-

bilità nei confronti della matematica! Sicuramente per questa categoria di visitatori è più facile apprezzare gli aspetti più astratti, ma non sono stati infrequenti i commenti provenienti da altre categorie di visitatori che lasciavano trasparire un apprezzamento proprio di tale bellezza astratta.

- La simmetria è un esempio di "matematica senza numeri". Non c'è dubbio che uno stereotipo fortemente radicato, a tutti i livelli, individua nei numeri (e basta!) i contenuti della matematica, arrivando non troppo raramente a pensare che fare una matematica più impegnativa, come quella che si fa all'università, significhi fare operazioni con numeri più grandi, con un numero maggiore di cifre... Uno degli obiettivi di una mostra rivolta al grande pubblico (fra cui, in particolare, i ragazzi in età scolare) dovrebbe essere quello di contribuire a modificare l'immaginario collettivo circa "che cos'è la matematica", rompendo (o perlomeno incrinando) stereotipi purtroppo così radicati.
- La simmetria permette agganci interdisciplinari "veri", e non solamente di facciata; si tratta di una chiave di interpretazione della realtà che ha un suo ruolo in moltissime discipline e che può quindi entrare in risonanza con persone di diversa formazione e con un diverso ruolo professionale. In [6], il libro che ha accompagnato la mostra fin dal suo primo allestimento, una delle quattro parti in cui si articola il discorso comprende proprio contributi di persone di differente formazione alle quali è stato chiesto di accennare a che cosa significhi la simmetria nella loro disciplina (dalla danza alla fisica, dal cinema alla biologia, alla chimica, alla lingua italiana, alla musica, all'architettura, all'antropologia, alle neuroscienze). Ma anche prima di coinvolgere gli esperti ci si può rendere conto che la simmetria si ritrova, in tantissime forme differenti, nel vissuto di ciascuno di noi, sicché agganci alla vita quotidiana sono spesso emersi nelle visite alla mostra e può capitare che il visitatore, di fronte a un *exhibit*, esclami improvvisamente "Ma questo è come quello che succede quando...".
- La simmetria in matematica è un tema profondo, molto profondo, e il fatto che sia un tema profondo lo fa essere presente, nell'insegnamento della matematica, a livelli molto diversi: a livello elementare, con bambini e ragazzi della scuola dell'obbli-

go o addirittura con bambini in età prescolare, ma anche a livello superiore. Abbiamo utilizzato la mostra sia con ragazzi delle scuole secondarie di secondo grado sia per lezioni universitarie (non soltanto nel corso di laurea in Matematica nei corsi di Algebra e Geometria ma anche con colleghi del corso di laurea in Chimica per lezioni nell'ambito della cristallografia) sia per corsi diretti agli insegnanti, in formazione o in servizio. Non solo: la simmetria è un tema che in matematica può intervenire, pesantemente, anche a livello di ricerca; e non sono mancati in questi anni incontri e discussioni in mostra con ricercatori e studenti dei corsi di dottorato a proposito di *orbifolds* o di gruppi di Coxeter o di altro ancora.

Oltre all'individuazione di un tema che particolarmente si presta alla comunicazione verso l'esterno, altre ragioni hanno contribuito al successo di questa esperienza e alla sua durata nel tempo. Una è il fatto di aver immaginato, fin dall'inizio, un percorso fortemente interattivo. Dicendo "fortemente interattivo" intendiamo dire che non solo "si può toccare" e si può (si deve!) interagire con gli oggetti, ma pure che quello che si può vedere toccando è un percorso costruito, passo passo, dal visitatore stesso che decide di mettersi in gioco e non si limita a schiacciare un tasto per avviare con un *click* un percorso rigidamente deciso *a priori* dagli organizzatori. La mostra gli mette a disposizione un contesto in cui la sua immaginazione e la sua intelligenza vengono stimolate a risolvere dei problemi che ruotano intorno all'idea di classificare a seconda del tipo di simmetria una figura piana o un oggetto tridimensionale. Occorre, naturalmente, che il visitatore accetti la sfida e si metta in gioco. L'osservazione di questi anni ci dice che sono davvero pochi i casi in cui qualcuno rinuncia, complice da un lato il carattere giocoso e intrigante dei problemi proposti e dall'altro il coinvolgimento indotto dal sentire il tema vicino al proprio vissuto.

I casi in cui abbiamo sperimentato una maggiore difficoltà a lasciarsi coinvolgere sono quelli dei ragazzi "bravi" (o perlomeno ritenuti tali) di classi di scuola secondaria di secondo grado. Questi ragazzi a volte restano spiazzati di fronte a problemi diversi da quelli che hanno normalmente incontrato nelle ore di lezione di matematica ed esitano a "buttarsi"

(come invece spesso fanno, senza riserve, i loro compagni che non hanno da difendere una fama di "bravo"); spesso finiscono per porsi un problema molto più generale, e quindi più difficile da risolvere, di quelli che la mostra sta ponendo loro (non "come si ricostruisce fra gli specchi *questo* particolare disegno, usando alcune delle mattonelle a disposizione" bensì "come si fa, in generale, a rispondere a domande di questo tipo?"), il che è un pregevolissimo atteggiamento se non diventa paralizzante...

Un'altra caratteristica che ha concorso a determinare il successo dell'iniziativa è il fatto che la mostra sia in continua evoluzione. Non tanto per i suoi oggetti che, viceversa, con pochissime eccezioni, sono rimasti sostanzialmente invariati rispetto a 25 anni fa (una stabilità resa possibile da una scelta iniziale di grande semplicità) quanto perché si è via via arricchito, e continua ad arricchirsi, il bagaglio delle attività e dei problemi che si propongono intorno a questi oggetti, degli spunti che si prestano a collegamenti con altri ambiti, delle "storie" che offrono la possibilità di parentesi narrative ai livelli più diversi. Può sembrare strano ma (pur di essere disposti a perdere un po' di tempo per ascoltare con la dovuta attenzione) può sempre succedere, anche dopo 25 anni, che dalle discussioni fra visitatori e animatori saltino fuori un'idea, un problema, uno spunto che ancora non si erano proposti. E questo può avvenire perché la simmetria, oltre a essere un nodo profondo in matematica, è anche un tema molto ricco in generale, sicché coinvolge persone diverse in maniera diversa: ciascuna delle persone che hanno provato a fare da guida/animatore in mostra lo ha fatto a modo suo, a partire dai *suo*i agganci al vissuto della realtà quotidiana e con questo ha arricchito la "storia" della mostra.

Qualche esempio può essere utile. Il filo conduttore della mostra, come si è detto, è la classificazione di figure piane e oggetti tridimensionali rispetto alla simmetria; l'idea centrale è che in alcuni casi (non tutti, ma abbastanza per costituire una varietà interessante) il gruppo di simmetria è generato da riflessioni (e quindi si può "vedere" con un sistema di specchi). Questo fa sì anche che tutta una serie di questioni riguardanti i gruppi di simmetria si possano esprimere senza necessariamente parlare di algebra e di gruppi, ma semplicemente facendo riferimento alle diverse posizioni degli specchi (vedi [6] e [7] per maggiori dettagli). Il tema si presta parti-

colarmente a essere esplorato “in verticale”: una prima buona esplorazione per tutti è quella di “giocare” con gli oggetti osservando i diversi schemi che si realizzano, in che cosa si assomigliano figure diverse realizzate nello stesso sistema di specchi e che cosa c’è di diverso nelle figure realizzate in un altro. A questa esplorazione in libertà si possono poi aggiungere questioni intriganti sia per bambini piccoli o anche molto piccoli (a partire dal problema di ricostruire una data figura con gli specchi), sia per ragazzi un po’ più grandi, sia per adulti delle più svariate provenienze e volendo si può arrivare a toccare (per esempio) la geometria non euclidea o il confronto fra infiniti.

Ci si può legittimamente domandare che cosa c’entri il confronto fra infiniti o la geometria non euclidea con caleidoscopi, camere di specchi e simmetria. Eppure spuntano in maniera molto naturale! La geometria non euclidea interviene (anche se non è necessario metterlo in evidenza se la tipologia di interlocutori non lo richiede) nei tre caleidoscopi tridimensionali che mostrano l’azione di un gruppo di isometrie (generato da riflessioni) finito (come può essere il gruppo di simmetria di un qualsiasi poliedro). Per questi gruppi c’è un punto privilegiato, fisso per tutti gli elementi del gruppo e, di conseguenza, si può “leggere” l’azione di questi gruppi su una qualsiasi sfera di centro tale punto.

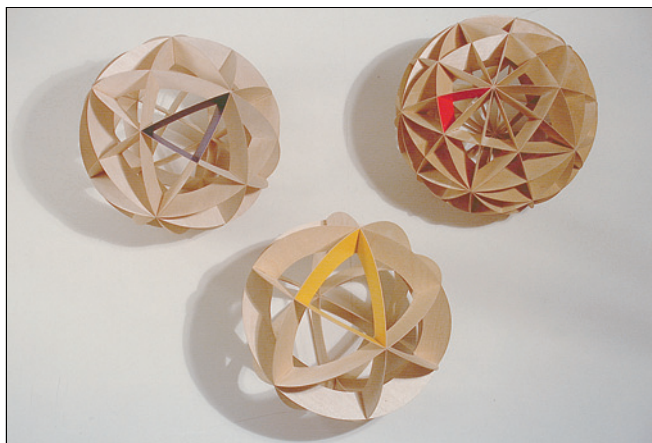


FIGURA 1 – Le tre sfere (Foto di Sabrina Provenzi).

Lo stesso oggetto che si utilizza come caleidoscopio porta in maniera naturale a considerazioni di geometria sferica: si tratta infatti di tre semicerchi che si possono incastrare fra loro in modo tale che le loro

semicirconferenze di bordo staccino un triangolo sferico (in blu nella fotografia qui sotto).

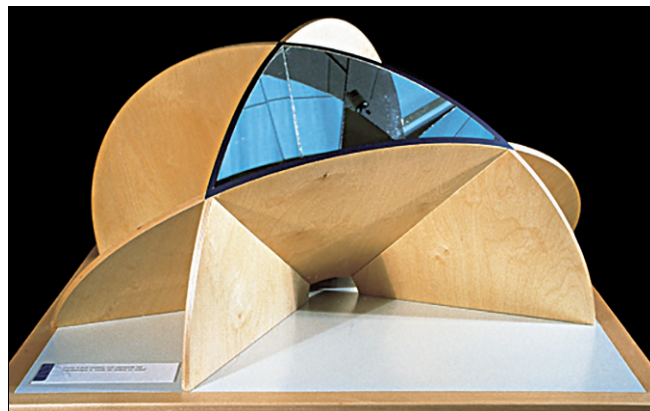


FIGURA 2 – Il caleidoscopio del cubo (Foto di Sabrina Provenzi).

I caleidoscopi si prestano quindi a osservare che la somma degli angoli di un triangolo sferico è maggiore di 180° (il che non manca di stupire l’interlocutore!) ma anche che l’area del triangolo sferico corrispondente al caleidoscopio del tetraedro è il doppio dell’area del triangolo sferico corrispondente al caleidoscopio del cubo. Si apre così la strada a tante domande e, come ben sanno gli insegnanti, stimolare delle buone domande è assai più importante che fornire le risposte.

Un po’ più riposta ma sempre naturale è la maniera in cui può spuntare il discorso del confronto tra infiniti. Prendiamola da lontano. Si può cominciare a inserire una pallina nel caleidoscopio del cubo e chiedere al visitatore quante palline si vedono.



FIGURA 3 – Una pallina nel caleidoscopio del cubo (Foto di Sabrina Provenzi).

La domanda è intrigante perché siamo abituati a contare (magari con un dito!) mettendo “in fila” quello che vogliamo contare e in questo caso evidentemente non possiamo; di fatto, per arrivare alla risposta corretta, occorre “organizzare” le palline, tenendo conto anche di quelle che non si vedono perché sono nascoste, cioè occorre proprio tenere conto della simmetria, anche se lo si fa inconsapevolmente e non si parla certamente di gruppo di simmetria del cubo. Ma fin qui l’infinito non c’entra.

In alternativa si possono inserire tre palline di tre colori diversi nel caleidoscopio del cubo e chiedere poi se sono di più le palline rosse o quelle gialle o quelle blu tenendo conto ancora di quelle nascoste.



FIGURA 4 – Tre palline nel caleidoscopio del cubo.

Spesso la reazione spontanea è quella di contarle, separatamente, tenendo conto del fatto che le palline rosse si raggruppano in anelli di 8 palline, quelle blu in anelli di 6 palline e quelle gialle in anelli di 4 palline. Resta quindi da scoprire quanti sono questi anelli (e si sta così di fatto analizzando il gruppo di simmetria del cubo, sempre senza nominarlo e per molti anche senza conoscerlo). Se non si perde il conto, si arriva a dire che $8 \times 6 = 6 \times 8 = 4 \times 12 = 48$, e quindi ci sono tante palline rosse quante blu quante gialle. E anche fin qui l’infinito non c’entra.

Capita però anche (e, se non capita, si può farlo capitare...) che durante il conto, oppure subito dopo, qualche ragazzo si accorga che, se non ci interessava sapere *quante* sono le palline ma solo se sono di più le rosse o le blu o le gialle, il conto fatto è del tutto inutile: se abbiamo inserito *una* pallina rossa, *una* blu e *una* gialla, allora ciascuno dei settori che costituiscono una copia virtuale del settore reale con-

tiene esattamente *una* pallina rossa, *una* blu e *una* gialla; quindi, per tutte e tre, il numero totale sarà uguale al numero di questi settori. In conclusione, c’è lo stesso numero di palline per tutti e tre i colori! Per fare questo ragionamento non c’è bisogno di conoscere l’espressione *corrispondenza biunivoca* e di saperne recitare una definizione mal digerita (anche se naturalmente il fatto di conoscerla aiuta, soprattutto se insieme la definizione è stata anche ben digerita!). A questo punto si è toccato con mano come a volte, per decidere se un insieme è più numeroso di un altro, non c’è bisogno di contare gli elementi dell’uno e dell’altro e vedere qual è il numero più grande perché una corrispondenza biunivoca ci mette a disposizione uno strumento potente.

E anche fin qui l’infinito ancora non c’entra, però... però questo ragionamento può aver dato una bella idea a chi faceva da guida/animatore in quel momento: possiamo così spostarci da un caleidoscopio tridimensionale a una camera di specchi piana e provare a chiedere se sono di più i disegni rossi (che compaiono in gruppi di 12 intorno ai vertici con angoli di 30°) o quelli blu (che compaiono in gruppi di 6 intorno ai vertici con angoli di 60°) o quelli verdi (che compaiono in gruppi di 4 intorno ai vertici con angoli di 90°).

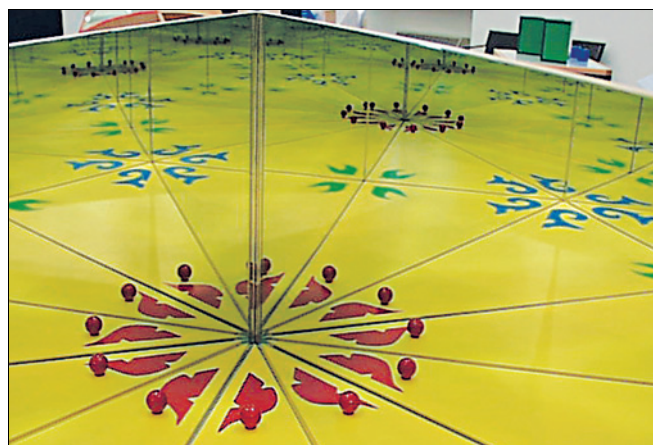


FIGURA 5 – Vedere l’infinito.

La prima reazione è di sconcerto (“Ma sono infiniti!”, “Come faccio a contarli?”, “Che senso ha?”), ma se siamo passati dal problema precedente è facile che si metta in moto un parallelismo e che scatti quindi l’idea che anche in questo caso una corrispondenza biunivoca può risolvere il problema e farci concludere che sono infiniti, tutti e tre, ugualmente numerosi. E sappiamo che non si tratta di un’idea di poco conto!

Cogliamo l'occasione per un'osservazione; uno dei motivi per cui le camere di specchi risultano coinvolgenti è che si ha proprio l'impressione di "vedere l'infinito". E questo affascina, ancor di più quando la semplicità degli oggetti non fa presagire dall'esterno degli "effetti speciali". In realtà, se andiamo poi effettivamente a contare il numero di ripetizioni che si vedono in una camera di specchi, questo numero si riduce a una decina o poco più, a volte anche meno. L'impressione che si ha di "vedere l'infinito" non proviene quindi dal numero di ripetizioni che si vedono tra gli specchi, ma piuttosto dalla regolarità dello schema con cui si ripetono le immagini. Chi guarda sa come lo schema continua: non potrebbe finire in *quel* determinato punto, perché sappiamo che dopo ci sarà un'altra ripetizione di quell'immagine e sappiamo come è disposta e dopo quella ce ne sarà un'altra ancora, e così via... Con un implicito ragionamento molto simile a quello del "+1" con cui un bambino scopre che i numeri naturali sono infiniti. Si tratta quindi di un uso del termine "infinito" di fatto più vicino a quello che se ne fa in matematica rispetto a quello che se ne fa nel linguaggio di tutti i giorni, in cui la parola viene utilizzata perlopiù come sinonimo di "tantissimi" e quindi ha ben poco a che vedere con il concetto matematico di infinito.

Gli esempi che abbiamo dato, insieme ai molti altri che non abbiamo dato ma si possono a questo punto immaginare, mettono in luce un punto che ha rappresentato una ricchezza ma insieme anche una difficoltà nel gestire la mostra: la struttura stessa degli oggetti e l'accento messo da subito sul percorso *fortemente* interattivo fanno sì che non abbia tanto senso pensare a una vera e propria "visita guidata", rendendo così più complesso il compito delle guide: queste devono essere presenti, facilitare l'approccio dei visitatori agli oggetti, ascoltare le loro domande, ma anche i loro commenti e le loro richieste e intervenire in maniera da ampliare il più possibile (a seconda dei visitatori, naturalmente!) lo spettro di queste domande.

Ciò pone due questioni, una rispetto alle guide e una rispetto al tipo di visita.

Per quanto riguarda la prima, le guide dovrebbero avere a disposizione un bagaglio di spunti, proposte, possibili agganci ecc. che permetta loro di reagire in maniera ottimale alle questioni sollevate dai visitatori, un bagaglio che in linea di principio sarebbe bene che fosse molto più ampio rispetto a ciò che useranno

effettivamente in una visita. Il loro compito è naturalmente più difficile rispetto a quello di chi conduce una classica visita guidata: è già difficile per uno studente universitario di matematica e diventa ancora più difficile, al punto da sembrare quasi inverosimile, quando (come è successo in alcuni allestimenti esterni che non potevano contare sulla collaborazione di studenti di questo tipo) abbiamo utilizzato come guide dei ragazzi di scuola secondaria, a volte addirittura della scuola secondaria di primo grado. Eppure... è andata bene! Certamente bisogna tener conto del fatto che questi ragazzi non sono in grado di rispondere a tutte le domande che arrivano dalla curiosità di un adulto e che gli stessi ragazzi vanno avvisati del fatto che non c'è niente di male a rispondere "non lo so" (magari suggerendo di scrivere a un certo indirizzo per avere risposta), ma comunque, sia pure con qualche piccolo intoppo, il meccanismo ha funzionato e per i ragazzi che hanno fatto da guida si è trattato di un'esperienza molto ricca, da cui hanno imparato tantissimo sia di matematica sia su come rapportarsi con le altre persone.

Per quanto riguarda la seconda questione, occorre dire che il tipo di visita è in generale più simile a un momento di didattica laboratoriale in classe che a una vera e propria visita a una mostra anche se, nel corso degli anni, *Simmetria. Giochi di specchi* è stata gestita sia come mostra pensata per il grande pubblico sia come laboratorio per una classe scolastica (a tutti i livelli: dalle prime classi della scuola primaria fino alle ultime classi delle scuole secondarie di secondo grado). Non è stato semplice sfruttare appieno questa duplice possibilità e ogni volta molto è dipeso dall'allestimento stesso: per esempio, l'allestimento fisso presso il Dipartimento di Matematica a Milano permette una gestione ottimale delle guide/animatori (studenti del corso di laurea in Matematica o del corso di laurea in Scienze della formazione primaria di Milano-Bicocca) ma, essendo realizzato in una zona (Città Studi) che nel fine settimana è praticamente deserta, raramente è stato usato come mostra per il grande pubblico.

D'altra parte, proprio il fatto che una visita assomigli più a un'attività di laboratorio che non alla vera e propria visita di una mostra si rivela molto utile dal punto di vista della formazione degli insegnanti (ed è stato largamente sfruttato in questi anni). Gli insegnanti possono vedervi realizzati gli

effetti di certe “petizioni di principio” che magari hanno sentito proporre spesso ma per le quali non hanno mai visto un esempio esplicito. Tutti sanno, per esempio, che una buona domanda vale più di cento risposte, ma poi sovente a lezione si taglia corto e nella presentazione di una questione non ci si sofferma il tempo necessario per far nascere le domande e vedere “l’effetto che fa”. Invece, i tempi distesi di una mostra fanno sì che le domande nascano quasi naturalmente e gli insegnanti che hanno la possibilità di sperimentarlo (su sé stessi prima ancora che sui loro ragazzi) fanno spesso delle belle scoperte che coinvolgono non solo la mostra ma anche il loro insegnamento quotidiano.

In maniera analoga, tutti sanno, in teoria, che gli errori possono essere uno strumento prezioso di apprendimento, ma quanti di noi si comportano in classe in maniera coerente con questa affermazione? Quando vediamo in mostra un gruppo di ragazzi che stanno discutendo insieme su un problema non banale che li ha interessati e coinvolti, ci accorgiamo (e anche i ragazzi se ne accorgono!) che sbagliarsi e correggersi è un passaggio assolutamente naturale nella discussione e che mettere in evidenza l’errore, per capire come è nato e come evitarlo, diventa un’occasione preziosa per capire qualcosa in più del problema che abbiamo di fronte. E questa è una reazione che stride con quella che invece è “normale” per i ragazzi in classe: cancellare e occultare l’errore.

Ci fermiamo qui con gli esempi anche se non possiamo evitare un’ulteriore osservazione sul piano non più del metodo ma dei contenuti: l’esperienza in mostra rende evidente come, per gestire l’attività laboratoriale di un gruppo di persone, ci sia bisogno di sapere un po’ di più di quello che si vuole far apprendere. Anche questa è una “petizione di principio” assolutamente ovvia e che ogni insegnante ha già sentito centinaia di volte, ma è ben diverso sentirla come petizione di principio teorica e vederne concretamente gli effetti: è proprio il fatto di saperne un po’ di più che permette all’insegnante (come all’animatore della mostra) quel “dire e non dire” che fa superare i momenti di stallo senza però dare risposte, senza costringere il ragionamento su un’unica strada obbligata e soprattutto senza togliere ai ragazzi la sensazione di essere arrivati da sé a una scoperta significativa.

3. – **matemilano**

È del settembre 2003 l’inaugurazione a Milano della mostra *matemilano*. Tre anni erano passati dall’inaugurazione di *Simmetria, giochi di specchi* e avevamo maturato l’esigenza di testare un’altra tipologia di esposizione, più direttamente rivolta al grande pubblico a partire dalla sua stessa ubicazione visto che non sarebbe stata allestita nei locali dell’università ma direttamente in un museo, il Museo della Scienza e della Tecnologia.

Quando abbiamo cominciato a progettare, su richiesta del Museo stesso, ci siamo subito rese conto⁽³⁾ che in questo caso, a differenza di quello che era successo con la simmetria, non era opportuno mantenere un filo conduttore tutto interno alla matematica. Eravamo però convinte che un filo fosse necessario – o perlomeno auspicabile per una migliore fruibilità della mostra – e abbiamo cominciato a pensare di usare proprio Milano come *Leitmotiv* e di cercare nella città gli spunti per raccontare qualcosa di matematica, a diversi livelli, ma sempre con l’esigenza di essere comprensibili per tutti, anche per un interlocutore non particolarmente formato sul fronte della matematica.

Siamo partite quindi a collezionare questi spunti: non è stato difficile trovarne, anzi ne siamo presto state sommerse (tant’è vero che, oltre al catalogo della mostra [8], l’anno successivo è uscito un altro volume [9], dove si dava conto di alcuni dei materiali raccolti nell’occasione e non direttamente utilizzati nella mostra stessa). Siamo quindi passate a scegliere fra questi spunti quelli che potessero interessare, più di altri, il visitatore “medio” e a “metterli in ordine”. Pur non lasciando alla matematica di essere il filo conduttore dei contenuti, è della matematica che ci siamo servite per raggruppare e organizzare in diverse sezioni gli spunti selezionati cercando di privilegiare argomenti che ne mostrassero anche volti inconsueti, volti che di solito sono ignorati dai non addetti ai lavori. È per questo che, per esempio, abbiamo dato spazio alla topologia, la più... qualitativa delle geometrie.

⁽³⁾ La progettazione e la realizzazione di *matemilano* hanno visto al lavoro inizialmente un gruppo di docenti del Dipartimento di Matematica dell’Università di Milano, presto affiancati però da alcuni docenti dell’Università di Trento e dell’Università di Milano Bicocca.

All'inizio del percorso il visitatore era accolto da una sezione sulle applicazioni della matematica nel lavoro dei milanesi, basata solo su poster. Una maniera per far sentire tutti, subito, a casa e frenare l'ansia di chi comunque non vede la matematica in maniera tranquilla. Un'altra scelta di allestimento che si è rivelata efficace soprattutto per mostrare come la matematica non sia aliena dal mondo in cui viviamo ma interagisca con gli altri aspetti della nostra esistenza è stata quella di "mescolare" agli exhibit dal contenuto matematico degli oggetti artistici, evocativi di qualche aspetto sul fronte dei problemi che stavamo raccontando.

Subito all'ingresso, in questa prima sezione sulle applicazioni della matematica nel lavoro dei milanesi, si poteva incontrare il *Rotante dal foro centrale* di Arnaldo Pomodoro; sempre in apertura, ma nella sezione dedicata a massimi e minimi, l'*Elicoide* di



FIGURA 6 – Elicoide di Michele Ciribidera
(Foto di Sabrina Provenzi).

Michele Ciribifera e più avanti, nella sezione Topologia, il *Continuo infinito presente* di Remo Salvadori offriva lo spunto per parlare di nodi taurini. Questi tre oggetti suggerivano una lettura "libera" delle questioni proposte in mostra e un'interpretazione fuori dagli schemi prevedibili: il connubio fra racconto "didattico" del problema e sua interpretazione "artistica" è risultato particolarmente significativo per il visitatore che ne ha potuto ricavare un'illustrazione ricca e per nulla monocorde delle questioni trattate. E non solo per il visitatore...

Nelle altre quattro sezioni – sui problemi di massimo e minimo, sulla visualizzazione, sulla topologia e sulla simmetria – il percorso si articolava in poster, oggetti, problemi, proposte di attività (calibrate su diversi livelli), ed era integrato da alcuni *exhibit* virtuali, raccolti poi in un CD che ha vinto il Pirelli's Internet-ional Award nel 2004.

Ciascuna sezione prendeva le mosse da uno o più spunti forti, facilmente identificabili come "milanesi", per poi sviluppare il proprio percorso, finalizzato a raccontare qualche idea, forte a sua volta, di matematica. Per esempio, la mappa di Milano, anzi le diverse mappe che nel tempo mostrano un accrescimento grosso modo circolare dell'area urbana, davano lo spunto alla sezione sulle questioni di massimo e minimo per affrontare il problema isoperimetrico, un problema che si presta particolarmente bene a essere raccontato a diversi livelli, dai più piccoli ai più grandi, con *exhibit* sia materiali che virtuali (Fig. 7).

Gli anelli borromei ci hanno dato lo spunto "milanese" per parlare di nodi nella sezione dedicata alla topologia, facendo leva su un fatto curioso e cioè che non sempre, nelle diverse sculture che in città li rappresentano, sono riprodotti fedelmente, ma in alcune (vedi Figura 8a) lo scultore, partendo sempre da una configurazione di tre cerchi che in qualche modo si allacciano, non ha prestato attenzione agli incroci e ha scambiato in un incrocio (o in più d'uno) la scelta di quale dei due rami passa sopra e quale sotto: il che naturalmente cambia la topologia del nodo. Altre questioni topologiche si sono poste a partire dalla mappa di Milano, da questioni classiche di grafi fino alla... fantascienza che può farci immaginare le stesse questioni a partire da una piantina di Milano trasportata su un nastro di Moebius oppure su un bitoro.

Cerchi nel tempo

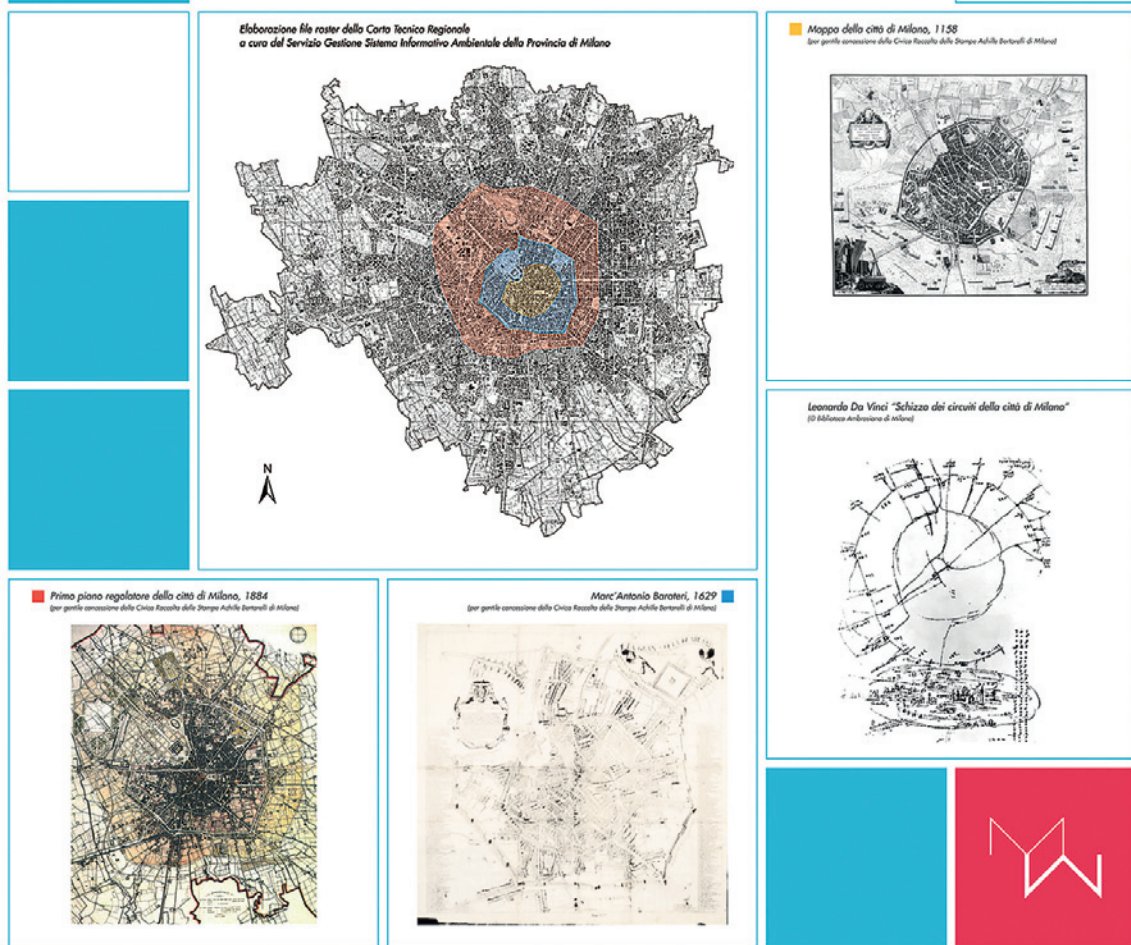


FIGURA 7 – Un poster della mostra *matemilano* (Elaborazione grafica di Simona Colombo).



FIGURA 8(a) – Non sono anelli borromei! (Foto di Paola Cereda).



FIGURA 8(b) – Anelli borromei (Foto di Sabrina Provenzi).

Uno spunto milanese forte per la sezione sulla visualizzazione ci è stato offerto dal finto coro del Bramante nella chiesa di Santa Maria presso San Satiro: un potente effetto prospettico fa sembrare che questo coro sia di profondità “normale” mentre, in realtà, la topografia esterna lo costringe a una profondità di poco più di un metro. Una sensazione che rimane anche quando... già conosciamo il “trucco”.

La simmetria è stata la sezione più “facile” sia perché avevamo alle spalle l’esperienza della mostra *Simmetria, giochi di specchi*, sia perché il problema di cercare spunti adatti a Milano non ha presentato difficoltà (come peraltro non ci è mai successo che ne abbia presentato in qualsiasi altra città).

In conclusione, i temi trattati non avevano particolari originalità dal punto di vista della comunicazione della matematica, perché erano temi classici, ampiamente utilizzati in questo ambito (anche se in quegli anni, prevalentemente, fuori d’Italia); l’aspetto originale di *matemilano* è stata proprio la scelta degli spunti di partenza.

Su queste scelte iniziali si è poi inserita una serie di interazioni con professionalità diverse dalle nostre, con persone che matematici non sono ma che comunque hanno spesso esperienze di matematica ricche e sorprendenti (se ne trova un riscontro nell’ultima parte del catalogo [8]). Anche queste interazioni, finalizzate al comune scopo della realizzazione di un allestimento, ci hanno posto dei problemi non sempre facili (ma spesso assai interessanti) di comunicazione della matematica: chi realizza un certo oggetto ha bisogno di essere messo al corrente di quali sono gli aspetti importanti e quali sono quelli trascurabili per come lo vogliamo utilizzare (e dobbiamo poterglielo comunicare senza richiedere che prima si laurei in matematica!).

Questo ci ha confermato anche nella convinzione che quando si riesce a individuare uno snodo culturale importante si finisce per ricavarne provocazioni intellettuali in quantità e a diversi livelli e si può tranquillamente evitare di dare spazio a banalità. Tener presente la gravidanza di quanto si va a comunicare è una delle principali avvertenze da seguire per garantire anche una comunicazione efficace.

Nei mesi successivi, la mostra si è prestata a costruire un *format* di esposizioni di matematica.

Lo stesso percorso, cambiando solo gli spunti di partenza e gli esempi, permetteva di costruire un’analoga mostra altrove ed è quello che è stato fatto con *matetrentino* (vedi [10] e [11]), allestita a Trento, presso il Museo Tridentino di Scienze Naturali, dal febbraio 2006 al gennaio 2007.

Solo due esempi curiosi di quello che è successo. Il primo riguarda i problemi sui nodi che a Milano erano stati raccontati a partire dagli anelli borromei. A Trento, gli stessi problemi hanno preso spunto dalle colonnine intrecciate del duomo ma anche dal nodo a otto che si ottiene “chiudendo” la coda (!) del leone nello stemma dei Lodron. Ed è stato divertente constatare come nello stemma dei Lodron si ritrovi lo stesso “errore” che avevamo trovato a Milano a proposito degli anelli borromei: nelle sue diverse riproduzioni ogni tanto viene scambiato un incrocio e il nodo a otto diventa un nodo trifoglio oppure addirittura un nodo banale (Fig. 9).

Il secondo è legato direttamente al fatto che Trento è città “di montagna” e chi ama osservare le montagne sa bene quanto queste possano sorprenderci apparentoci differenti, anche molto differenti, se camminando cambiamo il nostro punto di vista. Così il monte Chegul, vicino a Trento, è diventato uno degli spunti per la sezione sulla visualizzazione: visto da un punto particolare mostra un profilo che può ricordare il profilo di Dante Alighieri, effetto che subito si perde, pochi chilometri più in là.

Negli anni successivi, molte altre iniziative hanno ripreso, in maniere differenti (differenti fra loro e differenti da *matemilano*), l’idea di prendere spunto dal territorio per raccontare qualcosa di matematica: per esempio le passeggiate di Silvia Benvenuti e quelle di Giuseppe Conti, gli itinerari di Sandra Lucente, il M.I.C. (*Matematica in città*) di Paolo Lorenzi e altro ancora.

matemilano è stata un’esperienza feconda anche da altri punti di vista: se già durante l’allestimento avevamo proposto e curato percorsi adatti ai diversi livelli scolastici, successivamente alcuni di questi sono stati rielaborati fino a diventare *kit* pronti per attività di laboratorio o mini-mostre itineranti e sono stati utilizzati in festival della scienza locali oppure prestati alle scuole che ne facevano richiesta, aumentando così considerevolmente la ricaduta dell’iniziativa sul territorio.



FIGURA 9 – Un poster della mostra *matetrentino* (Elaborazione grafica di Simona Colombo).

4. – MaTenItaly. Matematici alla scoperta del futuro

Il grande pubblico è spesso messo di fronte all'importanza della matematica nella vita di tutti i giorni e non solo se si tratta di pandemie o di qualche ricercatore italiano che riceve medaglie per il proprio lavoro, ma la matematica continua a conservare per molti un'aura di mistero. I suoi risultati astratti e i suoi problemi restano estranei a chi non ne conosce il linguaggio. Chiunque venga inteso, in qualche senso, come "esperto di matematica" prima o poi si è sentito rivolgere le classiche domande, solo una

magari ma anche tutte insieme a raffica: "Che cosa fa tutto il giorno uno come te che si è laureato in matematica? Perché continuate a fare conti se ormai abbiamo i computer?". Domande che spesso da soltanto curiose diventano anche preoccupate se a farle sono genitori con figlioli che amano la matematica e vogliono studiarla: "Che cosa si può fare dopo essersi laureati? Io non ce lo vedo a andare a insegnare...". (Piange l'anima a riconoscerlo, ma il non ce "lo" vedo non è un errore: l'obiezione continua ad essere declinata per lo più al maschile come se non ci fossero dubbi su quel che dovranno fare le ragazze che si laureano in matematica...).

Bene, nel 2013 abbiamo avviato – con Renato Betti, Gilberto Bini e Angelo Guerraggio – il progetto di una mostra che intercettasse questa curiosità, quest'ansia, portandole allo scoperto. La mostra *MaTeinItaly. Matematici alla scoperta del futuro* di cui raccontiamo qui⁽⁴⁾ si proponeva di mostrare dal di dentro (vedi [12]) che cosa i matematici fanno e quindi quale contributo la società civile può aspettarsi da loro nella costruzione di un mondo più giusto. (E forse l'ha fatto anche al di là delle aspettative dei suoi curatori: i visitatori sono stati tanti e i commenti, in generale, hanno dato largo spazio alla sorpresa e, in maniera impreveduta, alla gratitudine per lo sforzo di comunicazione compiuto).

Da curatori, abbiamo voluto mettere in evidenza che l'affermazione "I matematici risolvono problemi" risponde a tutte le domande a cui accennavamo qui sopra e in mostra l'abbiamo illustrato raccontando situazioni, storie, risultati che potessero parlare a tutti. Non ci proponevamo di raccontare la storia di un risultato, dello sviluppo di una teoria o di una nuova tecnologia particolari ma volevamo mostrare come la matematica da sempre abbia ispirato il cammino della conoscenza, intrecciandosi con le arti e con le scienze umane, o, per dirla più direttamente, volevamo mostrare in che modo le forme e i numeri della matematica ci abbiano aiutato e ci aiutino a comprendere, interpretare e trasformare il mondo intorno a noi.

È stato inevitabile partire operando una scelta sia negli ambiti disciplinari da sfiorare che nei personaggi da ricordare e nei risultati da raccontare. Bisognava resistere al desiderio di mostrare tutto, di non dimenticare nulla e bisognava riuscire a trovare un filo conduttore che fosse riconoscibile dal visitatore e che gli mostrasse il valore della nostra risposta. Abbiamo cominciato ad avvicinarci alla soluzione e a trovare una sintesi quando abbiamo iniziato a immaginarci di seguire le curiosità di un adulto che arrivasse in mostra con una conoscenza elementare della matematica ma, nello stesso tempo, con il bagaglio di esperienze che il fatto stesso di vivere nel ventunesimo secolo e in questo Paese gli

avevano offerto; un adulto, insomma, non matematico e che arrivava in mostra sull'onda di una curiosità non scevra di un po' di diffidenza.

Allora è stato del tutto naturale decidere di parlare non solo di matematica ma anche di matematici, cercando di spiegare che il matematico è, certo, la sua testa e le idee che la popolano ma che queste idee, come quelle di ognuno di noi, si formano anche in relazione all'ambiente in cui vive, alla sua storia e alla cultura che in esso si respira. Eravamo ben consapevoli del fatto che la matematica costituisce un mosaico vastissimo in cui si sono intrecciati nei secoli saperi e culture differenti, approcci e ispirazioni diverse. Altrettanto familiare ci era il suo respiro internazionale: non ha senso parlare di scuole nazionali oggi, quando i ricercatori spesso si formano in un Paese, si perfezionano in un altro e poi lavorano in altri ancora. Tuttavia, ancorare la presentazione di alcuni suoi aspetti al contesto italiano ci avrebbe permesso non solo di avere una esemplificazione molto ricca di luoghi, personaggi, prodotti industriali e beni culturali ma anche di portare il visitatore a inserire la propria esperienza personale in un più ampio contesto, mostrandogli come il tessuto culturale e produttivo del Paese, che è stato costruito anche grazie all'impegno sociale e civile dei matematici, sia tuttora fortemente influenzato dall'intervento della matematica. In un certo senso, avremmo potuto guardare più da vicino qualcuno dei frammenti del mosaico, scoprendo storie e punti di vista importanti. Matematica in Italia, dunque.



FIGURA 10 – Alcuni matematici italiani.

⁽⁴⁾ La mostra ha avuto il suo primo allestimento alla Triennale di Milano, dal 14 settembre al 23 novembre 2014, e poi nel 2016 è stata allestita al MUSE di Trento con il nome *MadeinMath. Scopri la matematica del mondo*.

Restava il problema del filo conduttore. Abbiamo deciso di partire da quello che i più pensano sia l'anima del lavoro dei matematici e che invece ne è soprattutto uno strumento: i numeri. Ne è uscita una prima sala già abbastanza sorprendente con un *videomapping* dedicato a Leonardo Fibonacci inteso come il primo matematico europeo e alla storia del debito intellettuale che grazie a lui abbiamo contratto con la cultura araba; gli abbiamo messo accanto un'illustrazione del famoso paradosso di Zenone, con un povero ma splendido Achille più veloce condannato a correre senza raggiungere mai la tranquilla tartaruga che lo precede sorniona.

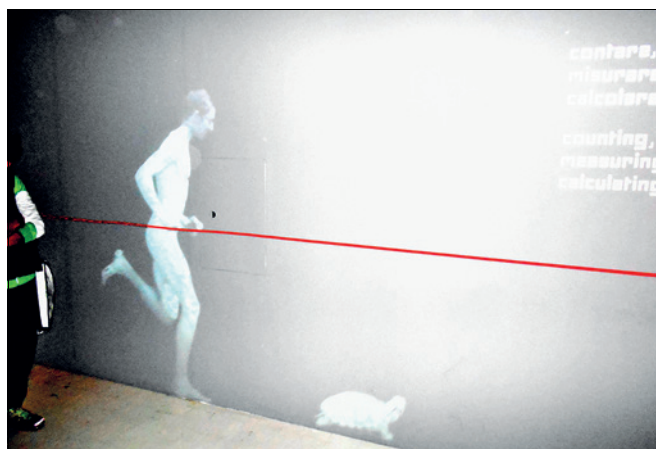


FIGURA 11 – Achille e la tartaruga.

Quando è toccato a una di noi fare da guida ai visitatori, è stato un vero piacere parlare di discreto e continuo e di gerarchia degli infiniti mostrando le difficoltà nascoste nel rapporto fra matematica e realtà su un esempio significativo, quello legato al nostro identificare punti sulla retta, posizioni, istanti temporali e numeri. La gestione del concetto di infinito non è uno dei meriti minori della matematica ed è un tema che si può declinare in modi molto diversi, ma che comunque affascina grandi e piccoli. Che qualcuno possa porre in dubbio che la parte è più piccola del tutto e che questo qualcuno per di più sia un matematico è sembrato alla maggior parte dei visitatori un fatto anche più importante dello scandalo dei numeri irrazionali. Non ci siamo mai... vergognate di raccontare il dramma di Pitagora di fronte a $\sqrt{2}$, ma è stato bello scoprire che il racconto dell'ansia di Cantor di fronte all'equipotenza dell'insieme dei punti di un quadrato con quello dei punti di un suo lato era decisamente più coinvolgente. C'era

l'ansia di tutti in questo sguardo lanciato su una profondità quasi inquietante.

Esaurito il prologo "numerico" dell'esposizione, si cominciava a mostrare come "per risolvere problemi" spesso ci si serva di modelli matematici. Più tardi, un visitatore particolarmente attento ci avrebbe restituito questo riassunto del cammino: "Se voglio capire qualcosa di una situazione che mi si para davanti come un problema, devo individuare quale domanda mi pongo, costruire analogicamente un modello materiale o mentale della situazione, verificare se la domanda riceve o no una risposta e, in caso affermativo, procedere alla sua validazione". Ma in mostra il visitatore "normale", spesso già più sorridente e partecipe di quando era entrato, doveva cominciare da molto lontano a leggere l'evoluzione del concetto di modello matematico. Gli abbiamo proposto allora soltanto alcuni passaggi ben definiti, partendo dai modelli più ingenui che si appoggiano semplicemente sulle riduzioni e sugli ingrandimenti e da quelli che si è poi cominciato a costruire "defalcando gli impedimenti" come suggeriva Galileo.

Nei vari *exhibit*, nelle varie storie raccontate, l'attenzione è stata posta sull'autonomia nella costruzione del modello, nella scelta tanto del punto di vista quanto degli aspetti da mettere in evidenza o da trascurare. L'onestà intellettuale che nel 1459 ha portato Fra' Mauro a togliere il Paradiso terrestre dal suo planisfero dal momento che nessun esploratore l'aveva ancora trovato e nel contempo a rispettare le proprie credenze religiose disegnandolo in evidenza sul bordo della tavola induceva molti a riflettere su quanto anche il matematico sia figlio delle proprie convinzioni filosofiche e religiose e su quanto sia inutile fingere che la matematica sia disciplina disincarnata, puro prodotto intellettuale fuori dal tempo e dalla storia. Viene un po' di malinconia se pensiamo che questa immagine della matematica come di un'algida regina delle nevi gliela passiamo noi, laureati in matematica che spesso amiamo questa scienza, quando ci immedesimiamo a tal punto nel ruolo di insegnanti da dimenticarci che siamo anche intellettuali di qualche spessore, capaci di fare domande e di proporre risposte. Non possiamo stupirci del fatto che molti usino lo slogan "la matematica non è un'opinione" per dirci che non riconoscono nella matematica il prodotto del lavoro e della fatica umana, quando noi per primi non li

abbiamo mai lasciati provare a trovare da sé un risultato, a scoprire da sé come si risolve un problema “vero”. A scuola, d’abitudine, ai nostri studenti abbiamo subito fatto vedere come si procede per eseguire il compito assegnato impedendo loro di scoprire che la “via regia” che potranno trovare non è nata come Atena dalla testa di Giove, ma è il risultato di scelte compiute, di decisioni prese, di strade sbagliate intraprese, di pazienza e di... fortuna.

Ma torniamo ai modelli. In mostra, a segnare il passaggio dalla matematica intesa come disciplina di servizio quasi soltanto per la fisica alla matematica di oggi, che costruisce modelli per un ventaglio ben più largo di scienze – dall’economia alla sociologia, dalla biologia alle neuroscienze – abbiamo fatto la scelta che forse è la più naturale se pensiamo alla storia italiana: ci siamo appoggiati alla figura di Vito Volterra. La riproduzione delle lettere che accompagnarono il suo rifiuto di giurare fedeltà al regime fascista e l'*exhibit* che mostrava modi diversi di descrivere matematicamente l’interazione di prede e predatori a partire dal modello che porta il suo nome sono stati, a posteriori, due dei passaggi più citati dai visitatori.

Dopo questa lunga marcia d’avvicinamento, per convincere il visitatore che anche oggi può aspettarsi molto dal lavoro dei matematici, bisognava trovare qualche forma particolarmente espressiva. In mostra, rispondeva a questa richiesta una grande installazione video che mostrava come da alcune situazioni concrete (una folla che si muove, un nuotatore...) si passa a modelli astratti che le interpretano; in modo analogo, l’installazione dava conto anche dell’intervento del visitatore, riproducendo un’analisi dei suoi movimenti quando il visitatore era in una data posizione. Risultato: nessuno dei giovanissimi animatori scientifici che spiegavano questa installazione ai gruppi di visitatori è riuscito a evitare di dire che essa forniva una risposta anche alla domanda sul perché continuare a fare conti anche dopo l’invenzione del computer: “Questi modelli sono possibili proprio perché qualcuno ha inventato i computer e poi qualche matematico ha insegnato ai computer che cosa andava fatto...”. Le piccole soddisfazioni di un lavoro faticoso! (Fig. 12)

In questo modo era diventato indilazionabile provare a raccontare che cosa vuol dire “lavorare su un modello astratto”, che cosa è una “teoria matematica”, che cosa studia un “matematico teorico”. L’abbiamo fatto usando alcuni diversi approcci. Per introdurre il



FIGURA 12 – Un’installazione interattiva. (Foto di Carla Mondino).

tema abbiamo fatto parlare uno dei matematici italiani che di sé dice “Studio un problema spinto da pura curiosità intellettuale”, poi abbiamo ricordato alcune ricerche e alcuni personaggi del periodo d’oro della matematica italiana (ed è stato interessante vedere le reazioni del pubblico davanti ad alcuni nomi come quello di Giuseppe Peano o di Bruno de Finetti che sembravano galleggiare sui ricordi di qualche stupore: la curva del primo e la definizione di probabilità del secondo evidentemente non passano solo attraverso il prof di matematica...) e infine abbiamo scelto un esempio di teoria sganciata da immediate esigenze concrete: l’analisi degli spazi a più dimensioni.

È difficile rendere le reazioni prima perplesse poi sempre più attente di coloro che, catturati inizialmente soprattutto dalla bellezza degli oggetti e delle animazioni che costituivano il percorso espositivo, hanno anche cercato di capire che cosa vuol dire studiare “la quarta dimensione”. L’uso dell’analogia come strumento di indagine probabilmente non avrebbe potuto trovare per loro un’illustrazione più efficace.

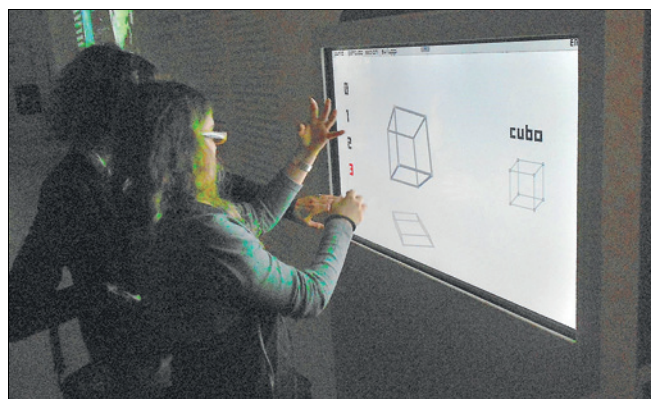


FIGURA 13 – Verso l’ipercubo...

A conclusione dell'allestimento non abbiamo analizzato in maniera sistematica la ricaduta che questo episodio di comunicazione della matematica ha avuto sui visitatori, ma ecco due riflessioni che possono aiutarci a valutare *MaTeinItaly*.

La prima è tratta da un vecchio libro di Guido Calogero⁽⁵⁾ che, non essendo un matematico, dà qualche indicazione molto chiara su quale obiettivo aver caro quando comunichiamo matematica: i giovani devono “capire qual è la presa del calcolo sulle cose” per diventare “colti rispetto alla scienza”, cioè “capire qual è il tipo di mestiere che fanno gli scienziati” per vedere se li attira o, almeno, per condurli a non temere la scienza come un pericolo o una stregoneria. E su questo fronte *MaTeinItaly* è sembrata utile.

La seconda è di uno degli animatori scientifici che l'ha scritta poco tempo dopo per la rivista online *XlaTangente* permettendoci di tornare su una questione a cui abbiamo già accennato. Ha scritto Maurizio Giaffredo: “Imparare a guardare la bellezza matematica anche con gli occhi di un non addetto ai lavori è difficile, ma quando ci si riesce si conquistano improvvisamente più modi di goderne e – in certi casi, che forse qualcuno definirebbe patologici – si sviluppa una sorta di dipendenza da questo tipo di sensazioni. Gli altri animatori probabilmente sanno bene ciò a cui mi riferisco. Il fatto che ciascuno di noi fosse libero nel proporre la propria lettura dei contenuti della mostra è stato, a mio avviso, una delle chiavi del grande successo di *MaTeinItaly*. Nell'impostare una visita guidata, ma anche nel leggere i testi, non c'era un unico *fil rouge* né un ordine da dover seguire. Al contrario, la mostra aveva varie chiavi di lettura e le visite potevano avere tagli diversi e sfruttare gli *exhibit* in molte maniere. La possibilità di creare connessioni tra questioni apparentemente non correlate è una delle caratteristiche più potenti della matematica, che ha dato a *MaTeinItaly* una marcia in più. È grazie a tutte queste diverse sfaccettature che ciascun visitatore poteva cogliere aspetti interes-

santi a seconda della propria età, della propria formazione e dei propri interessi. Solo ora mi rendo conto che ciascuno di noi animatori si porta via un bagaglio di incontri e di riflessioni il cui valore deriva proprio dalla varietà delle persone e delle idee che abbiamo avuto la possibilità di incontrare. Anche se probabilmente non ce n'è bisogno, questa è l'ennesima prova che lo scambio tra matematici e non matematici è proficuo per gli uni e per gli altri”.

In effetti, la mostra ha offerto l'occasione a una cinquantina di giovanissimi studenti di matematica, fisica, biologia e ingegneria di mettere alla prova e di affinare la propria capacità di comunicare contenuti scientifici non banali. Abbiamo avuto la fortuna di trovare una squadra di ragazzi efficienti e competenti, ma né noi curatori né – cosa più importante – loro stessi si sarebbero resi conto delle proprie capacità senza la possibilità offerta da *MaTeinItaly*. Così che vien naturale domandarsi: “Quante volte non permettiamo ai nostri studenti di mostrarci il loro lato migliore, le loro competenze e le loro abilità?” E se non glielo consentiamo noi che insegniamo una disciplina che richiede per sua stessa natura l'esercizio costante della libertà, della creatività, dell'autonomia coniugate alla necessità/al desiderio di raggiungere un obiettivo preciso (risolvere un problema dato, per esempio), chi dovrebbe mai farlo? Nuove domande, ma per ora accontentiamoci del fatto che sembra proprio che le questioni che ci siamo poste all'inizio di questo articolo circa il senso di una ricerca su questi temi qualche risposta l'abbiano trovata!



FIGURA 14 – In mostra si gioca...

⁽⁵⁾ Guido Calogero (1904-1986), filosofo e politico italiano, è stato docente di filosofia teoretica all'università “La Sapienza” di Roma e membro dell'Accademia dei Lincei.

BIBLIOGRAFIA

- [1] S. DI SIENO, Mostre di matematica: soltanto una nuova moda o una strategia interessante?, *B.U.M.I., La matematica nella società e nella cultura*, (8), 5-A, Dicembre 2002, pp. 491-514.
- [2] S. DI SIENO, Matematica al Museo, *B.U.M.I., La matematica nella società e nella cultura*, (8), 6-A, Aprile 2003, pp. 85-103.
- [3] M. DEDÒ, Mostre di matematica: divulgazione e rinnovamento didattico, *B.U.M.I., La matematica nella società e nella cultura*, (8), 7-A, Aprile 2004, pp. 77-99.
- [4] M. DEDÒ, Più matematica per chi insegna matematica, *B.U.M.I., La matematica nella società e nella cultura*, (8), 4-A, Agosto 2001, pp. 247-275.
- [5] G. POLYA, *Come risolvere i problemi di matematica*, Feltrinelli, Milano, 1967.
- [6] P. BELLINGERI, M. DEDÒ, S. DI SIENO, C. TURRINI, *Il ritmo delle forme*, Mimesis, Milano, 2001.
- [7] M. DEDÒ, Camere di specchi e caleidoscopi: perché solo sei? in *La matematica nella vita quotidiana*, a cura di S. Di Sieno, M. Rigoli, T. Sichel, Mimesis, Milano, 2001.
- [8] *matemilano. Percorsi matematici in città*, a cura di M. Bertolini, M. Cazzola, M. Dedò, S. Di Sieno, E. Frigerio, D. Luminati, G. Poldi, M. Rampichini, I. Tamanini, G. M. Todesco, C. Turrini, Springer, Milano, 2005
- [9] *Con altri occhi. Sguardi matematici e non sulla città*, a cura di M. Bertolini, M. Dedò, S. Di Sieno, C. Turrini, Electa, Milano, 2005
- [10] S. DI SIENO, C. TURRINI, Matematica a... Un format per mostre di matematica in *Matematica e cultura 2005*, a cura di M. Emmer, Springer, 2005
- [11] *matetrentino. Percorsi matematici a Trento e dintorni*, a cura di D. Luminati, I. Tamanini, Springer, Milano, 2006
- [12] *MaTeinItaly. Scopri la matematica del mondo*, a cura di G. Bini, M. Dedò, S. Di Sieno, A. Guerraggio, Egea, Milano 2014.



Maria Dedò

È stata docente di Geometria dal 1987 al 2014 presso l'Università degli Studi di Milano. Negli ultimi anni si è occupata prevalentemente di comunicazione della matematica. È stata il promotore del Centro di ricerca per la Comunicazione e l'Apprendimento Informale della Matematica "matematita", di cui è stata direttore fino al 2012. Ha curato numerose attività di formazione degli insegnanti (prima formazione e formazione in servizio).



Simonetta Di Sieno

Già ricercatore di Matematiche complementari presso l'Università degli Studi di Milano, si occupa di Storia della matematica italiana dopo l'Unità. Dal 1999 al 2010 ha insegnato presso il Corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria dell'Università degli Studi di Milano-Bicocca e dal 2012 al 2017 ha diretto il Centro di ricerca "matematita". Ha curato attività di formazione in itinere per docenti della scuola pre-universitaria, in particolare di quella rivolta agli allievi dai 3 ai 13 anni.