
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ALBRECHT BEUTELSPACHER

Esperimenti matematici - un primo passo ideale nella matematica

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 9
(2024), n.2-3, p. 119–124.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_2-3_119_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_2-3_119_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Esperimenti matematici – un primo passo ideale nella matematica

ALBRECHT BEUTELSPACHER

Mathematikum, Liebigstr. 8. D-35390 Giessen, Germania

E-mail: albrecht.beutelspacher@mathematikum.de

Sommario: *In questo lavoro descriviamo il Mathematikum a Giessen (Germania), uno dei primi musei interattivi per la matematica. Trattiamo l'origine del Mathematikum, il suo contenuto (precisamente le esposizioni interattive), la sua filosofia e pure il suo impatto.*

Abstract: *In this paper the Mathematikum in Giessen, Germany, one of the first interactive mathematics museums, is described. We deal with its origin, its content, namely the interactive exhibits, the philosophy and the impact of this institution.*

1. – Il Mathematikum a Giessen – cos'è?

Il Mathematikum è un museo interattivo per la matematica. Il Mathematikum si trova nella città di Giessen, circa 60 chilometri a nord di Francoforte. L'Università di Giessen ha più di 400 anni; i professori più famosi sono il fisico Konrad Röntgen (1845-1923), l'inventore dei raggi X, ed il chimico Justus Liebig (1803-1873) che ha prodotto l'estratto di carne.

Negli anni 90 ho cominciato ad organizzare seminari con studenti su modelli matematici. Il compito per gli studenti era doppio: in primo luogo hanno dovuto fare un vero modello di un oggetto matematico, ad esempio uno dei solidi platonici, un nastro di Möbius, un gioco con i dadi ecc. Inoltre, il compito era di spiegare la “matematica presente nel modello”. Questi seminari hanno ottenuto un grande successo: gli studenti hanno lavorato con grande entusiasmo ed energia.

Dopo un po' si è maturata l'intenzione di mostrare i modelli ad un pubblico più grande. Abbiamo organizzato la prima mostra dentro l'università con i modelli degli studenti. Questa mostra è diventata una mostra itinerante, e contemporaneamente le esposizioni sono cresciute in quantità e qualità.

Accettato: 19 maggio 2024.

All'inizio del nuovo millennio tre eventi sono accaduti contemporaneamente: abbiamo avuto una cinquantina di esposizioni professionali a disposizione, la città ha dato un palazzo, e abbiamo ricevuto soldi per trasformare il palazzo in un museo. Infine, il 19 novembre 2002 il Mathematikum è stato inaugurato dal Presidente della Repubblica di Germania.

2. – Mathematikum: i fatti

Il Mathematikum occupa un palazzo nel centro della città, molto vicino alla stazione. Ci sono 2000 m² circa in quattro piani a disposizione per le esposizioni. Il piano più alto è il Mini-Mathematikum per i bambini da 3 ad 8 anni. Ci sono complessivamente circa 200 esposizioni, di cui la maggior parte sono esperimenti interattivi. La parola “interattivo” significa che il visitatore gioca un ruolo attivo, ad esempio mette pezzi insieme, comincia una gara di due palloni, oppure prova a costruire un cammino minimo tra alcune città della Germania. Insomma, il Mathematikum è matematica da toccare.

Quasi tutte le esposizioni sono esperimenti fisiche e non virtuali. Solo pochi sono basati sul computer ed un paio funzionano mediante l'elettronica.

Il Mathematikum resta aperto in ogni giorno (eccezioni sono i giorni 24, 25, 31 dicembre). Accoglie circa 120.000 visitatori all'anno, tra cui il 45% è composto da classi scolastiche, dall'asilo all'ultimo triennio delle scuole superiori. Fin ora più di 2,5 milioni di persone hanno fatto una visita al Mathematikum. Di conseguenza, il Mathematikum è autosufficiente economicamente.

Una parte della vita del Mathematikum sono le mostre itineranti da affittare. Consistono di 25 esposizioni circa e fanno visite in scuole, musei e certe volte anche in grandi magazzini.

3. – Esperimenti matematici e science center

Nell'Ottocento sono stati inventati molti modelli e strumenti matematici. In tutto l'Europa gli istituti matematici hanno usato i modelli per ragioni di insegnamento oppure la ricerca. Vedi, ad esempio, Franco e Nicla Palladino "Sulle raccolte museali italiane di modelli per le matematiche superiori" (Nuncius, 16(2), 781-790, https://brill.com/view/journals/nun/16/2/article-p781_22.xml).

Alcuni esperimenti matematici sono stati chiamati per lungo tempo col nome "giochi matematici". Tra i più famosi si trova lo "Icosian game", cioè il "Gioco icosiano" (W.R. Hamilton 1857), la "Torre di Hanoi" (Edouard Lucas 1883) ed il "Cubo soma" (Piet Hein 1934).

La prima iniziativa per raccogliere sistematicamente ed inventare esperimenti matematici è stata la mostra itinerante "Oltre il compasso – la geometria delle curve" (1992) che è stata organizzata dai matematici Franco Conti ed Enrico Giusti. La mostra fu un successo enorme, e di conseguenza fu ingrandita e collocata in un luogo fisso a Firenze da 2004 fino a poco tempo fa. Quasi nello stesso periodo sono stati mossi i primi passi per il Mathematikum. Nel 1994 la prima mostra col titolo "Matematica da toccare" è stata organizzata nell'Università di Gießen. La mostra era il risultato di un seminario nell'Università; le esposizioni sono stati fatti dagli studenti. Dopo una lunga storia il Mathematikum è stato aperto nel 2002. Il Mathematikum è diventato modello per alcuni altri science center, ad esempio "Adventure Land Mathematics" in Dresden, "Mo-

Math" in New York ed "Hape Experiential Learning Center" in Ningbo (Cina).

L'idea fondamentale di tutte queste istituzioni è la convinzione che la combinazione di esposizioni interattive e visitatori funziona. In ogni science center si può osservare che i visitatori cominciano a lavorare con le esposizioni – senza una guida, senza un insegnante anzi senza leggere le istruzioni – e si divertono molto. Il divertimento non viene da effetti superficiali, come strani colori, nebbia etc. ma dal capire le esposizioni. Se si guardano i visitatori si vede esperienza, sorpresa, apprendimento e divertimento. Nel mondo di science center si usa dire: "hands-on, minds-on, hearts-on".

4. – Alcuni esperimenti

Di seguito descriviamo un paio delle esposizioni che si trova nel Mathematikum.

Tavola di puzzle

Il Mathematikum è diviso in alcune stanze di grandezza uguale e due sale più grandi. Nel centro di quasi tutte le stanze si vede una tavola con puzzle oppure giochi. Questa architettura ha molti vantaggi: La tavola mostra un punto fisso e dà un senso di stabilità in tutta la stanza. Inoltre, le persone che provano a risolvere i puzzle, hanno la possibilità di concentrarsi. Queste tavole con puzzle contribuiscono essenzialmente al successo di una visita.



FIGURA 1 – Tavola di Puzzle.

I puzzle vengono da diverse parti della matematica. Ci sono puzzle geometrici, ad esempio il Cubo soma oppure due pezzi che costituiscono un tetraedro. Ci sono anche puzzle di tipo combinatorio. Ad esempio il puzzle dei favi: si hanno sette tessere di forma esagonale a disposizione. In ogni tessera i sei settori triangolari hanno colori diversi. Il compito è di ‘mettere le tessere insieme’ in modo che settori adiacenti abbiano lo stesso colore.

Inoltre, si trovano giochi di numeri, ad esempio un quadrato magico oppure il crivello di Eratostene. Infine, ci sono puzzle che mostrano le regole della probabilità. Tra questi si trovano i Dadi di Efron ed un gioco che si chiama “Fuori i dadi rossi”. Si hanno 40 dadi a disposizione con la proprietà che due facce sono rosse. Si lanciano tutti i dadi e si mettono quelli rossi in una prima colonna. Si lancia il resto dei dadi e si mettono i dadi rossi in una seconda colonna. E così via. Le colonne complessivamente mostrano una curva che è un decadimento esponenziale.

Questi esperimenti hanno proprietà ideali per un museo di matematica.

- I puzzle sembrano essere molto semplici, poiché hanno solo pochi pezzi, i pezzi non sono complicati, e lo scopo è chiaro. Quindi nessuno ha paura di questi puzzle.
- D’altro canto, quando si prova a risolvere un puzzle, si nota in poco tempo che in realtà il puzzle non è semplice per niente. La difficoltà che si incontra sollecita la riflessione: i visitatori pongono domande, parlano con altri visitatori e notano l’idea giusta per risolvere il puzzle.
- In Mathematikum, ogni puzzle è in un tavolo triangolare. Le tavole insieme formano un paesaggio di giochi. La struttura delle tavole è un equilibrio ideale tra provare a risolvere il puzzle da soli e discutere con altri come si possa risolvere il puzzle.

Il tetraedro nel cubo

Il compito è facile da capire: mettere il tetraedro nel cubo. Ma il farlo diventa difficile. È sempre utile parlare (con sé stessi o con altri) sui fallimenti: ovviamente non ha senso appoggiarsi su un vertice del tetraedro, e neanche su una faccia. Ma dopo le parole “vertice” e “faccia”, viene in mente la parola “lato” del tetraedro. Ed infatti, se ci si poggia su un

lato, sovrapposto a una diagonale del quadrato inferiore del cubo, il tetraedro scivola dentro automaticamente.

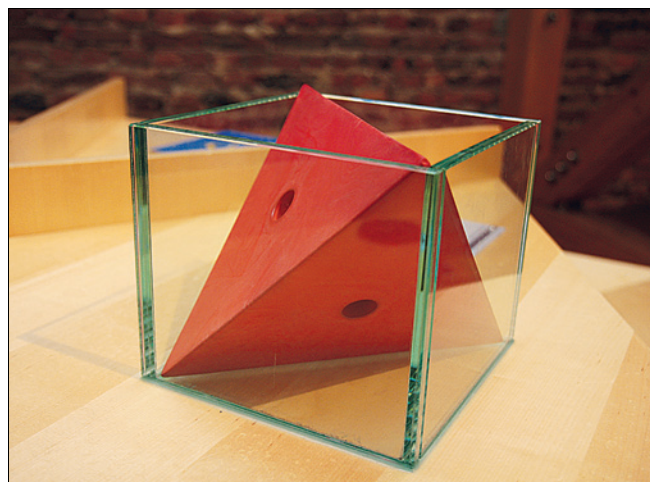


FIGURA 2 – Tetraedro nel cubo.

È chiaro che l’esperimento stimola la percezione spaziale in generale. Ma si possono fare anche scoperte matematiche in senso stretto.

- Il numero dei lati del tetraedro è 6 come il numero delle facce del cubo. Questo non è un fatto casuale, poiché ogni lato del tetraedro corrisponde univocamente ad una faccia del cubo.
- Data la lunghezza a di un lato del cubo, quale è il volume del tetraedro come funzione di a ? Si può calcolare la base del tetraedro e la sua altezza, ma è molto più facile calcolare il volume dei quattro “pezzi vuoti”; essi sono piramidi irregolari con area di base $a^2/2$ ed altezza a . Così viene fuori immediatamente che il volume del tetraedro è un terzo del volume del cubo.

Sezione di laser

Si ha un buco rotondo. Se si mette qualcosa all’orlo del buco, sia questo un cilindro, o un cono, o addirittura la propria mano, si vede il contorno dell’oggetto illuminato, come bordo dell’intersezione tra l’oggetto ed il piano che è la superficie di base del buco. Infatti, il buco è completamente illuminato da alcuni raggi laser.

Questo esperimento è ideale per studiare le coniche (circonferenza, ellisse, parabola, iperbole), che sono nient’altro che la intersezione di un cono con un piano. Un caso particolare è una ellisse; essa può

essere costruita come intersezione di un cilindro ed un piano.



FIGURA 3 – Sono una funzione.

Sono una funzione

In uno schermo si vede il grafico di una funzione. Dopo un po', un'altra linea gialla cresce da sinistra a destra: Il grafico giallo mostra in ogni momento la distanza tra me e lo schermo. Ovviamente lo scopo è di muoversi in avanti e indietro in modo che il grafico del movimento coincida per quanto possibile con la funzione data.

In questo esperimento si possono ottenere molte informazioni su una funzione, ad esempio le seguenti.

- I valori della funzione. Ad esempio: Da dove devo partire?
- L'inclinazione della funzione. Ad esempio: Devo andare in avanti o indietro? Velocemente o lentamente?

- La funzione completa. Ad esempio, ci si può domandare: Che tipo di funzione è? Ha molti estremi? Devo muovermi lentamente oppure velocemente per rappresentarla?

Mini-Mathematikum

Già dalla nascita del Mathematikum abbiamo notato un problema. Precisamente famiglie con bambini piccolissimi oppure gruppi dall'asilo fanno visite al Mathematikum. Ma è pure stato chiaro che il Mathematikum non era adatto ai bisogni dei bambini. Di conseguenza abbiamo dedicato un livello completo ai bambini (ed i loro genitori e nonni): il "Mini-Mathematikum".

L'idea delle esposizioni in Mini-Mathematikum è la stessa come nel resto del Mathematikum: i bambini "giocano", ma allo stesso tempo imparano automaticamente un po' di matematica.

Tra le esposizioni molto popolari si trova la casina degli specchi, la città ombrosa, l'equilibrio ed il ponte di Leonardo.

Esperimenti all'esterno

Fuori del palazzo del Mathematikum, sul marciapiede ci sono esposizioni per il pubblico comune. I passanti possono giocare con le esposizioni; così le esposizioni contribuiscono alla qualità della città.

Abbiamo messo fuori del Mathematikum alcune illusioni ottiche, tubi per sentire (un lungo tubo produce un tono basso, mentre con un tubo corto si sente un tono alto). Una esposizione particolare è un orologio solare "analematico": una persona si mette in un certo punto e la sua ombra mostra l'ora giusta.

Infine, descriviamo uno delle poche esposizioni che usano un computer. La esposizione si chiama "*Il mio compleanno in π* ". Infatti, un visitatore può digitare la data del suo compleanno (oppure un qualsiasi numero con 6 cifre) ed il computer dice immediatamente la posizione dove questa sequenza di cifre appare in π per la prima volta. La esposizione è basata sulla congettura che il numero π sia "normale". Un numero reale a è detto normale, se tutte le n -uple di cifre appaiono nel sviluppo di a in base 10 con la stessa frequenza (per ogni numero naturale n). Quindi, se il π fosse normale ogni sequenza di cifre apparirebbe in π . Ma la congettura della normalità di π è ancora aperta.

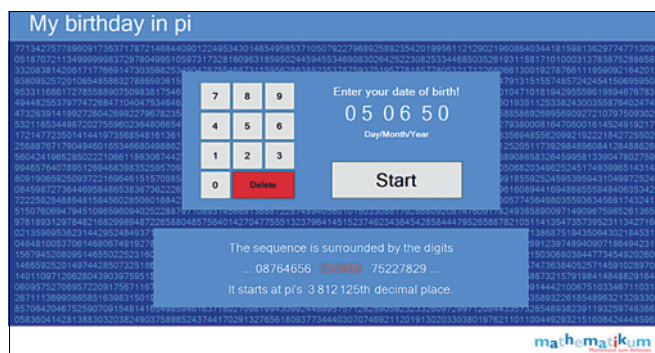


FIGURA 4 – Il mio compleanno in π .

5. – La filosofia del Mathematikum

L'idea del Mathematikum è “matematica per tutti”: per giovani e per adolescenti, per ragazze e per ragazzi, per quelli che odiano la matematica e per quelli che amano la matematica. Se si prende questo come scopo, si devono porre alcune condizioni necessarie.

Non usiamo il linguaggio matematico per niente.

È chiaro che il linguaggio matematico è una delle più spettacolari conquiste culturali dell'umanità. D'altro canto, lo stesso linguaggio impedisce alla maggior parte degli uomini di mettersi in contatto con la matematica.

Nonostante il linguaggio matematico non giochi un ruolo esplicito, il ragionamento matematico è senz'altro presente. Non si può risolvere un esperimento per tentativi ed errori, ma ci serve una idea. Così i visitatori sentono il potere del pensare.

Prendiamo i visitatori sul serio

I visitatori sono autonomi e scelgono loro stessi sia gli esperimenti da fare, sia il tempo che vogliono dedicare, sia il livello di comprensione da raggiungere.

Il Mathematikum offre la possibilità di concentrarsi. Quasi tutte le esposizioni sono costruite in modo che si possa collaborare in un gruppo, mentre nessuna esposizione stimola una competizione tra i visitatori.

Prendiamo la matematica sul serio

Il Mathematikum è basato sulla convinzione che la matematica stessa sia molto attraente già di per sé. Non c'è bisogno di usare nebbia, strani colori, computer games. Al contrario: questi mezzi distraggono i visitatori. Le esposizioni sono fatti in modo che i visitatori incontrino il fenomeno matematico corrispondente il più presto possibile.

Una delle ragioni fondamentali per la scelta di una esposizione è la sua capacità di mostrare una matematica “interessante” ed “importante”. L'importanza può essere basata su un ruolo storico (ad esempio l'abaco), sulla presenza nella matematica di oggi (sia il teorema di Pitagora, sia il problema del commesso viaggiatore), oppure una importanza applicativa (ad esempio il teorema dei ponti di Königsberg).

In altre parole, il Mathematikum offre un primo passo ideale nella matematica. Questa affermazione ha due significati.

- Le esposizioni interattive offrono un passo nella matematica. Poiché ogni esposizione è un problema da risolvere, e per una soluzione serve un ragionamento preciso. Non ci si arriva solo per caso, ma si deve pensare e usare nozioni della matematica. Cioè i visitatori fanno matematica – nella maggior parte senza rendersi conto.
- Risolvere un problema di una esposizione è solo un passo, il primo passo nella matematica. Per molti visitatori questo primo passo basta e il Mathematikum non prevede nessun obbligo di procedere oltre. D'altro canto, è chiaro che per i visitatori che vogliono sapere di più c'è una varietà di possibilità: nel museo ci sono studenti che sono pronti ad aiutare, ci sono workshop e conferenze che trattano alcuni aspetti delle esposizioni, c'è pure un catalogo con spiegazioni. Fuori del museo ci sono libri (ed internet), c'è pure la scuola e l'università...

Uno sviluppo molto interessante in questa direzione è il fatto che il Mathematikum gioca un ruolo notevole nella formazione dei insegnanti futuri di matematica. Loro vengono regolarmente e durante la loro visita imparano come si può imparare la matematica mediante esposizioni interattive.



Albrecht
Beutelspacher

Albrecht Beutelspacher è stato professore di matematica all'Università di Giessen dal 1988 fino a 2018. È fondatore e direttore del Mathematikum, il primo museo interattivo per la matematica. A parte il Mathematikum ha svolto molte attività per la divulgazione della matematica, dalle conferenze a parecchie trasmissioni in radio e TV. Ha poi scritto molti lavori e libri. Per le sue attività ha ricevuto alcuni premi, ad esempio il primo premio per la comunicazione della scienza della German Research Council.