Matematica, Cultura e Società

Rivista dell'Unione Matematica Italiana

Alessandro Verra

Matematici e Grand Tour. Jakob Steiner e la superficie romana

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **9** (2024), n.1, p. 39–52.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2024_1_9_1_39_0>

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2024.

Matematici e Grand Tour. Jakob Steiner e la superficie romana

ALESSANDRO VERRA
Università di Roma Tre
E-mail: verra@mat.uniroma3.it

Sommario: *Il Grand Tour o viaggio in Italia, che tra Settecento e Ottocento svolse un ruolo speciale nell'esperienza di tante grandi figure della società e della cultura europea, attraversa anche le biografie degli scienziati e dei matematici. L'articolo mostra come un episodio storico di particolare rilievo sia inserito in questa più ampia prospettiva. L'episodio è la scoperta, da parte del grande geometra proiettivo Jakob Steiner, di quella che poi si chiamò superficie romana di Steiner. La scoperta avvenne durante un soggiorno di Steiner a Roma e, come osserva questo articolo, si inserisce in un più ampio viaggio, con le caratteristiche di un Grand Tour. Insieme a Steiner esso portò in Italia, da Berlino e con il supporto di Alexander von Humboldt, alcuni matematici di primissimo piano. Verranno presentati diversi spunti di informazione e descrizione di questo viaggio, al fine di metterne a fuoco i diversi aspetti storici, geometrici e culturali, nella speranza di favorire ulteriori sviluppi.*

Abstract: *The Grand Tour, or journey to Italy, which between the eighteenth and nineteenth centuries played a special role in the experience of many great figures of European society and culture, also crosses the biographies of scientists and mathematicians. The article shows how a particularly important historical episode is inserted into this broader perspective. The episode is the discovery, by the great projective geometer Jakob Steiner, of what was later called Steiner's Roman surface. The discovery occurred during Steiner's stay in Rome and, as this article observes, it is an episode in a broader story, with the characteristics of a Grand Tour. Together with Steiner, it brought to Italy, from Berlin and with the support of Alexander von Humboldt, some other mathematicians of exceptional relevance. About this journey, several aspects and views are presented, in order to focus on the different historical, geometric and cultural aspects, hoping to encourage further developments.*

1. – Introduzione

1.1 – *Il Grand Tour di artisti, letterati, scienziati* (1)

L'espressione Grand Tour indica il viaggio, principalmente in Italia, che i membri delle élites europee svolgevano, specie nel XVIII e XIX secolo, con diverse e varie finalità di formazione personale e culturale. Il lungo episodio storico del Grand Tour si manifesta con una grande varietà di aspetti e include ovviamente artisti, letterati, scienziati. In realtà tale periodo si estende ben oltre la sua fase culminante. In dimensioni ridotte, esso risale infatti nel tempo con una certa continuità e con caratteristiche piuttosto simili. Le note dettate da Montaigne nel suo giornale di viaggio (2) sono spesso citate come esempio di un diario cinquecentesco di Grand Tour. Altrettanto si potrebbe dire per gli anni che seguono la fase culminante, nel XIX secolo fino alla cesura del 1914.

Lo svolgimento del Grand Tour si accompagnava spesso a una grande molteplicità di ragioni e di motivazioni, come avremo modo di vedere nel caso di nostro interesse. Pertanto le sue modalità variavano con il variare delle curiosità, delle sensibilità e delle

Accettato: l'8 aprile 2024.

(1) Lavoro eseguito nell'ambito del gruppo GNSAGA dell'Istituto Nazionale d'Alta Matematica.

(2) *Journal du Voyage de Michel de Montaigne en Italie, par la Suisse et l'Allemagne en 1580 et 1581* pubblicato nel 1774 in pieno periodo di Grand Tour.

esigenze dei protagonisti. Non sempre si trattava del classico viaggio, individuale e giovanile, di formazione e, in ogni caso, non soltanto di questo si trattava.

Spesso gruppi di persone accomunate da un medesimo interesse, artistico o culturale, si incontravano in uno dei luoghi classici del Grand Tour per soggiornarvi. Molto spesso, poi, il soggiorno si svolgeva in contatto e con il favore delle élites locali più illuminate, ben disposte ad accogliere in società i visitatori. Le buone poste dell'epoca contribuivano efficacemente allo scambio di lettere e di informazioni.

Non vanno dimenticate, per quanto ci riguarda, le motivazioni di natura terapeutica, ben presenti nei viaggiatori del Grand Tour. Un prolungato soggiorno nel mite clima italiano era suggerito o prescritto dai medici, a viaggiatori residenti per lo più in paesi freddi, come una vera e propria terapia contro diverse malattie, anche gravi.

Innumerevoli sono i riscontri sul Grand Tour, sia nei suoi luoghi, come Roma e dintorni, sia nella grande letteratura, sia attraverso i tanti trattati scientifici ([3]).

1.2 – *Un Grand Tour di matematici*

Proseguiremo ora sul tema specifico che intendiamo sviluppare, ponendoci sul campo della storia delle scienze matematiche e dei matematici. Vedremo tale materia come inserita nel quadro più generale della storia artistica, culturale e scientifica.

Venendo ancora allo spirito del Grand Tour e alla sua fase di massimo splendore, che include l'età dei lumi e il periodo romantico, ci si può chiedere quali siano state le interferenze e gli effetti di un fenomeno di tale rilievo culturale nella storia e nella vita matematica.

Si potrebbe rispondere che la matematica, come ogni disciplina *forte*, procede in prevalenza per dinamiche interne. Tuttavia, si potrebbe altrettanto affermare, con David Mumford, che: *But maybe we should accept that we are merely pawns, while the realplayer is the zeitgeist!* [13]

La Matematica non sfugge allo spirito dei tempi, osservava Mumford in un'affascinante lezione su Matematica e Arte, specialmente sulla Pittura, tenuta al Festival della Matematica di Roma del 2008.

Comunque sia, mettendo da parte ogni discussione accademica, questo articolo si propone semplicemente di ricostruire, almeno in parte, un episodio storico di Grand Tour, di cui furono protagonisti, nel 1843/44, alcuni matematici di primissimo piano.

Al centro di tale episodio, ovvero nel punto iniziale dell'indagine qui svolta, vi è tuttavia un altro episodio: la scoperta, da parte del grande geometra proiettivo Jakob Steiner, di una superficie algebrica particolarmente famosa che da lui prende il nome.

Si tratta della superficie romana di Steiner. Quando si incontra tale superficie, in qualche testo geometrico, è naturale chiedersi, almeno la prima volta, il perchè dell'aggettivo romana. La risposta alla domanda è scontata: fu scoperta da Steiner durante un soggiorno a Roma.

Meno scontato è riconoscere in questo episodio, con una certa fortuna e grazie a indicazioni biografiche preziose, le tracce di un più vasto viaggio in Italia di cinque matematici: un Grand Tour da Berlino, si può dire, promosso e sostenuto da Alexander von Humboldt.

Quattro, incluso Steiner, provenivano dall'Università che, oggi, da Alexander e Wilhelm von Humboldt, prende il nome di Humboldt Universitaet. Il quinto, dell'Università di Berna, era un altro grande geometra, reclutato anche per le sue eccezionali doti di poliglotta.

Lo spirito di questa nota è di descrivere l'episodio, per quanto ciò sia oggi possibile, in una forma narrativa e ricreativa, piuttosto che con una vera e propria trattazione storico-scientifica.

I paragrafi successivi sono pertanto disposti, come parti di un puzzle che poi si ricompone, secondo l'ordine delle domande che l'autore via via si è posto. Come è naturale, vari paragrafi non riguardano in modo diretto tale episodio: a partire dalla superficie romana essi spaziano su temi e momenti storici collegati ma diversi, anche di molto successivi.

Infine, dopo un minimo di dovuta suspence, questa introduzione si chiude con i nomi degli illustri

([3]) A titolo di esempio: *Il viaggio in Italia. Storia di una grande tradizione culturale* di Attilio Brilli, Il Mulino 2008, *L'Italia nello specchio del Grand Tour* di Cesare De Seta, Rizzoli 2014.

matematici che condivisero, del tutto o in parte, questo viaggio a Roma e in altre parti d'Italia:

- *Carl W. Borchardt, Berlino*
- *Johann P. G. Lejeune Dirichlet, Berlino*
- *Carl G. J. Jacobi, Berlino*
- *Ludwig Schlaefli, Berna*
- *Jakob Steiner, Berlino.*

2. – La superficie romana

2.1 – *Cento anni dopo: Roma 1943, Alta Matematica*

Chi iniziasse ad indagare sul viaggio romano di Steiner, cercando notizie al di fuori del campo matematico, incontrerebbe facilmente sulle pagine web la figura di un grande scrittore, amante della matematica e dei nuovi mondi delle tecnologie e delle macchine. Si tratta di Leonardo Sinisgalli, (1908-1981), che si impegnò a lungo sui rapporti tra questi mondi e quello della poesia e della scrittura, in particolare dalla direzione della rivista *Civiltà delle macchine* ([4]) A Roma Sinisgalli era stato studente di Fisica e Matematica alla Sapienza e si era poi laureato in Ingegneria nel 1931. Nei primi anni Quaranta viveva a Roma, richiamato come ufficiale a causa della guerra.

Sinisgalli amava la matematica con passione e con conflittualità, potremmo dire con furore, pensando al suo *Furor Mathematicus* che sarebbe stato pubblicato per la prima volta nel 1944, in seicento copie, dopo la Liberazione di Roma, ([5]). In quegli anni Sinisgalli aveva definito ormai da tempo un proprio approdo personale: essere scrittore e uomo di lettere, la cosiddetta *riva fiorita*, piuttosto che essere matematico e scienziato, la cosiddetta *sponda impervia*.

D'altra parte Sinisgalli conosceva l'ambiente scientifico romano e ne seguiva le iniziative culturali. Alcune sue pagine dipingono professori e ambienti matematici della Sapienza e dell'INdAM, l'Istituto Nazionale d'Alta Matematica, nato pochi anni prima nel 1939 ([6]).

Sinisgalli amava anche Roma, un po' come un altro scrittore che in questa città si sarebbe trasferito, Pier Paolo Pasolini. Come quasi tutti coloro che vengono a Roma, Sinisgalli amava le lunghe passeggiate per la città, i grandi parchi e anche le periferie.

2.2 – *Leonardo Sinisgalli e la superficie romana*

In alcune pagine magistrali di *Furor Mathematicus*, qui di seguito riportate, Sinisgalli ci conduce a Villa Borghese, a Steiner e alla superficie romana:

> *... Ma proprio l'altro ieri, in una visita al professor Fantappiè* ([7]), *titolare di Analisi al Seminario di Alta Matematica, ho fatto la conoscenza con un simulacro molto più complesso della forma dei lupini, la superficie romana di Steiner. Il matematico tedesco Steiner la trovò al Pincio meditando, una mattina del 1836* ([8]), *al Pincio, proprio seduto su una di quelle panchine ...*
> *Il Prof. Conforti* ([9]), *il Prof. Severi* ([10]), *il Prof. Fantappiè, tre luminari,-Severi alto e ricciuto, Fantappiè tondo e piccolo, Conforti magro e mezzano-che erano vicini a me, a guardare quella forma, sembravano commossi, commossi tanto quanto Linneo allor che seppe della Lacerta faraglionensis, la lucertola azzurra che vive soltanto sui Faraglioni di Capri, nel minimo habitat che si conosca sulla terra.*
> *"Questa superficie" io dicevo "è un frutto romano come il carciofo." Ma Severi, Conforti e Fantappiè ne enumeravano invece tutte le mirifiche proprietà:*

([4]) Rivista fondata nel 1953 e diretta dallo stesso Sinisgalli per i primi cinque anni. Chiusa nel 1979 la rivista ha riaperto la propria ottività dal 2019, con il sostegno della Fondazione Leonardo. Sullo stesso Sinisgalli si veda inoltre il volume curato da G.I. Bischi e P. Nastasi *Un Leonardo del Novecento. Leonardo Sinisgalli,* Centro Pristem Eleusi, 2009.

([5]) Urbinati, Roma 1944. Per ulteriori informazioni, sul libro e sull'autore, si veda l'edizione ampliata del 2019, Oscar Mondadori.

([6]) L'INdAM era simile ad altri istituti matematici diffusi a livello internazionale, ma nasceva in un contesto pessimo: le leggi razziali stavano rovinando la vita delle persone di cosiddetta *razza giudaica.* Ciò avrebbe comportato danni gravissimi anche per la matematica italiana.

([7]) Sinisgalli qui accenna ad una visita al Professor Fantappiè nella sede dell'INdAM. Luigi Fantappiè, (1901-1954) si era trasferito all'INdAM nel 1940 sulla cattedra di Alta Analisi. Rientrava, dopo sette anni, da San Paolo del Brasile, dove ebbe il compito di organizzare il Dipartimento di Fisica e Matematica dell'Universidade de Sao Paulo, fondata nel 1930.

([8]) In realtà era il 1844. L'errore, 1836 o 1838, sembra originare da una nota del Weierstrass.

([9]) Con ogni probabilità l'autore intendeva riferirsi a Fabio Conforto (1909-1954) che all'INdAM svolse in quegli anni diversi corsi sulla teoria delle funzioni abeliane.

([10]) Francesco Severi (1879-1961), fu il primo Presidente dell'Istituto d'Alta Matematica.

quattro cerchi generatori, tre Poli tripli, un'area calcolabile per integrali razionali, e poi non so che altre diavolerie. ...
Ma la superficie romana di Steiner più che dall'humus del Testaccio e degli orti gianicolensi, più che dal fertile ferro del suburbio sembrava lavorata dall'aria e dalla luce di Roma, come un bel ciottolo di travertino ...
... una 'borrominata', ecco tutto.

2.3 – *La superficie romana: abc*

Vediamo infine una descrizione in termini matematici della superficie romana. La sua costruzione è oggi ben consolidata ed è accessibile, in diversi modi, con strumenti semplici ed elementari della geometria algebrica.

Come Steiner a Roma, possiamo costruire tale superficie nello spazio euclideo $\mathbf{R}^3$. Non sarà poi difficile discutere le eventuali estensioni di tale costruzione al caso dello spazio affine $\mathbf{k}^3$, dove $\mathbf{k}$ è un campo.

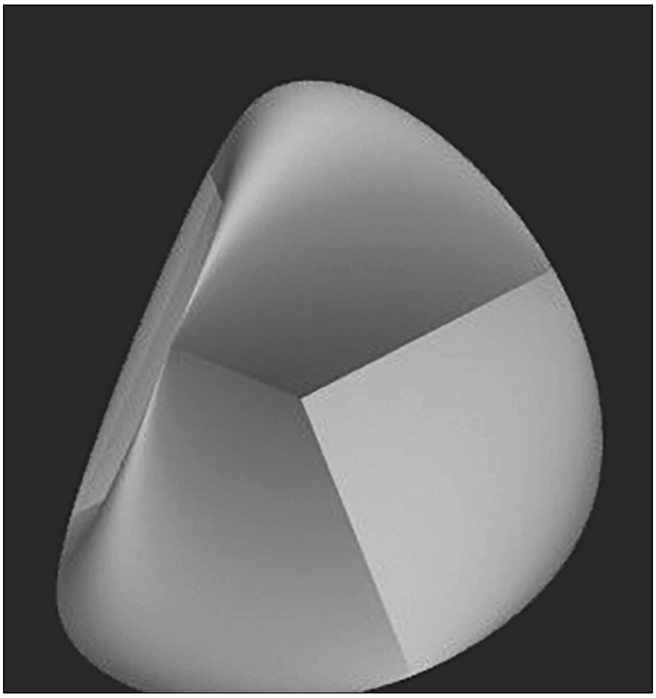
La costruzione, grazie alla ricchezza delle proprietà intrinseche della superficie, non necessita di coordinate e potrebbe essere svolta con metodi sintetici: alla Steiner, che le coordinate non amava. Fissiamo tuttavia coordinate cartesiane (x, y, z) su $\mathbf{R}^3$ e consideriamo la superficie di equazione

$$(yz)^2 + (xz)^2 + (xy)^2 - xyz = 0.$$

L'equazione non rende immediatamente la ricchezza geometrica della superficie da essa definita, che indicheremo con S ed è la superficie di Steiner. Nel seguito approfondiremo qualche aspetto del suo valore geometrico e storico. Qui ci limitiamo in breve all'abc delle sue proprietà.

Nel linguaggio geometrico dell'epoca di Steiner S è del quart'ordine e della terza classe. In altre parole l'equazione di S ha grado quattro e quella della sua superficie duale tre, dato un fascio generale di piani, tre sono dunque i punti non singolari di S in cui il piano tangente appartiene al fascio. La superficie duale di S è altrettanto interessante e fu studiata da Arthur Cayley (1821-1895), da cui prende il nome.

Non è difficile vedere che S ha un punto triplo nell'origine e che, per il resto, le sue singolarità sono i tre assi x, y, z delle coordinate. La forma reale della superficie si intuisce dalla sua costruzione per via sintetica, dalla sua equazione e, certamente, anche dal suo modello in gesso, dove sono visibili il punto triplo e le tre rette doppie x, y, z ([11])



Meno intuitivo è il fatto che S sia un modello singolare, *annodato su stesso* lungo gli assi coordinati, di una superficie topologica non orientabile. Non si tratta qui del famoso esempio rappresentato dalla bottiglia di Klein, ma di un'altra superficie non orientabile che si comporta in modo simile: il piano proiettivo reale $\mathbf{P}^2_{\mathbb{R}}$.

Sia infatti $\overline{S}$ la chiusura di S nel completamento proiettivo $\mathbf{P}^3_{\mathbb{R}}$ di $\mathbb{R}^3$. Si può provare, in termini più algebrici, che la normalizzazione della superficie $\overline{S}$ è omeomorfa al piano proiettivo reale.

Tale proprietà risulta più chiara collegando la superficie $\overline{S}$ allo spazio delle coniche e al vasto campo della geometria delle coniche, di cui Steiner era uno dei massimi maestri. Tutto ciò porta a Giuseppe Veronese (1854-1917) e alla sua famosissima superficie, di cui $\overline{S}$ è una proiezione lineare.

([11]) Un modello in gesso, progettato dal geometra algebrico Luigi Campedelli (1903-1978), è visibile al Museo Nazionale della Scienza e della Tecnica di Milano:
https://collezioni-online.museoscienza.org/detail/IT-MUST-NTR001-016862/modello-superficie-detta-romana-steiner

Sia $\mathbf{P}^5_{\mathbb{R}}$ lo spazio proiettivo che parametrizza le coniche del piano $\mathbf{P}^2_{\mathbb{R}}$. Il piano duale di questo è immerso in $\mathbf{P}^5_{\mathbb{R}}$ come luogo V delle coniche che sono rette doppie ed è noto come superficie di Veronese. Grazie alla geometria di tale spazio di coniche, e di V, si può costruire una proiezione lineare

$$p : \mathbf{P}^5_{\mathbb{R}} \to \mathbf{P}^3_{\mathbb{R}},$$

dove $p(V) = \overline{S}$ e $p|V$ è la mappa di normalizzazione di cui sopra. Si noti che la costruzione di V, e della sua proiezione S, vale su $\mathbf{k}^3$, dove $\mathbf{k}$ è un campo. Lasciamo al lettore curioso la raccolta di molte interessanti notizie nel caso di un campo qualsiasi o magari di caratteristica due.

2.4 – *La superficie vista da Steiner*

Quale fu la visione geometrica che portò Steiner alla superficie romana S?

Per comprenderlo è molto utile un articolo di Jean-Pierre Slyder, scritto per il centenario della scomparsa di Steiner. Slyder, studioso di geometria e direttore della biblioteca dell'ETH di Zurigo, descrive i passi grazie ai quali Steiner arrivò a S [14]. L'ipotesi prospettata appare probabile e meritevole di essere sviluppata fino in fondo. Ci limiteremo qui per brevità a una sua telegrafica sintesi.

Il contesto iniziale è quello dello studio delle superfici cubiche, tipico di quegli anni. Qui Steiner applica i propri metodi sintetico-proiettivi e la sua teoria della polarità a una superficie cubica T dello spazio proiettivo $\mathbf{P}^3_{\mathbb{R}}$ (12)

Steiner considera il sistema lineare 3-dimensionale $\mathbb{J}$ delle quadriche polari di una cubica generale T. Poi considera un piano generale $P \subset \mathbf{P}^3_{\mathbb{R}}$ e il sistema lineare $\mathbb{J}_P$ delle coniche tagliate su P dalle quadriche di $\mathbb{J}$.

Nello spazio proiettivo $\mathbb{J}_P$ sia D il luogo dei punti corrispondenti a coniche singolari. è facile provare che D è una superficie cubica, la cui equazione è data dal determinante di una matrice simmetrica di forme lineari. Steiner ritrova in tal modo la cubica di Cayley, con i suoi quattro punti doppi.

(12) Steiner stesso provò che T si costruisce, a partire da un opportuno fascio di quadriche e un opportuno punto $o \in \mathbf{P}^3_{\mathbb{R}}$, come l'unione delle coniche che sono contorno apparente della proiezione da o di una quadrica del fascio.

Steiner osserva che D, oltre ad avere grado tre, ha classe quattro a causa dei suoi punti singolari. Quindi ci si attende che la sua duale D^* nello spazio proiettivo duale $\mathbb{J}^*_P$ sia di grado quattro e classe tre. Steiner scopre in tal modo la superficie romana e la descrive: D^* è proprio tale superficie.

Slyder si chiede poi quali possano essere le ragioni del lento iter di pubblicazione, da parte di Steiner, della sua scoperta. Questa infatti appare in un articolo postumo, di due pagine, nell' edizione delle opere complete di Steiner. Weierstrass, che ne fu il curatore, scrive che la costruzione di tale superficie gli fu comunicata oralmente da Steiner stesso. A riguardo, riportiamo con curiosità le considerazioni di Slyder tradotte in italiano:

> *Ma c'è un'altra caratteristica di questa superficie di cui vorrei parlarvi per concludere. Questa superficie è chiamata superficie romana perché Steiner la scoprì durante il suo soggiorno a Roma nel 1844. Tuttavia, egli non pubblicò nulla al riguardo e non è stato trovato alcun manoscritto che la riguardi. L'unica cosa che sappiamo a riguardo è una citazione di Weierstrass alla fine dei Collected Works di Steiner, in cui riporta un discorso che Steiner gli fece oralmente un anno prima della sua morte. Sembra che Steiner abbia esitato a pubblicare qualcosa, perché non era certo che la superficie fosse davvero di quarto grado; sospettava una parte immaginaria, un Gespenst* [fantasma (13)], *come dice lui stesso. Questo è sorprendente, così come il fatto che Steiner abbia scritto solo una pagina, l'ultima delle sue pubblicazioni nel 1857, sulla superficie duale di terzo grado. Se poi si pensa alla lista delle pubblicazioni di Steiner, molto scarna verso la fine della sua vita, quando diceva di aver pubblicato solo la decima parte delle sue scoperte, il bibliotecario che vi parla non può non provare un certo senso di insoddisfazione. Non riesco a credere che le Opere complete di Steiner siano davvero complete, nonostante le note postume che Geiser vi ha aggiunto.*

Altre considerazioni appaiono in un piacevole articolo di David Rowe, che, rispondendo a un quiz storico da lui stesso posto, ci porta alla superficie romana, ma anche a Kummer e alle sue ricerche sulle superfici quartiche. In un altro lavoro Rowe

(13) In tedesco nel testo

analizza le relazioni tra tali ricerche e la vicenda storica della superficie romana ([14]).

3. – Jakob Steiner

Abbandoniamo infine la superficie romana per ritornare brevemente sulla figura di Steiner. Questi fu senza dubbio, verso la metà del XIX secolo, tra i massimi maestri dei metodi sintetici e proiettivi in Geometria, insieme a Poncelet e Chasles. Quasi iconoclasta verso equazioni e metodi analitici, talvolta organizzava con gli studenti una lezione al buio, al fine di sviluppare la loro intuizione spaziale.

In realtà definirlo iconoclasta è inappropriato. Al contrario era una sua abitudine chiudere gli occhi per vedere, con il pensiero, le figure geometriche che stava studiando e ragionarvi sopra. In vecchiaia, durante un periodo in cui si era ammalato, scriveva all'amico Schlaefli, con disappunto e ironia, che ora non riusciva a vedere la geometria chiudendo gli occhi, perchè si addormentava ([15]).

D'altra parte Steiner era ben consapevole della varietà di strumenti che si rendono necessari in geometria, compresi quelli analitici. ([16]). Tale consapevolezza, empirica e concreta, sembra essere ampiamente diffusa tra i maggiori protagonisti nel campo della geometria di quegli anni, anche se, a prima vista, la frattura che lo attraversa, contrapponendo metodi sintetici e metodi analitici, appare netta [11].

Su Steiner, le testimonianze e le biografie frequentemente riferiscono di una incisiva personalità e di un carattere notoriamente difficile, a cui la vita non risparmiò diverse asprezze.

Era nato in Svizzera nel 1796, da una famiglia povera di Utzendorf, un villaggio non distante dalla città di Berna. Sin da piccolo rivelava un talento eccezionale nel far di conto ma, a causa delle condizioni economiche, non era andato a scuola fino all'età di 14 anni. Si era poi recato, contro la volontà della sua famiglia, nella scuola di Yverdon del famoso pedagogista e filosofo Heinrich Pestalozzi (1746-1827), dove era stato accolto gratuitamente.

Nel 1818, munito di una lusinghiera lettera di presentazione scritta da Pestalozzi, iniziò i suoi studi presso l'Università di Heidelberg. Le sue eccezionali doti matematiche furono subito evidenti.

Dopo Heidelberg Steiner si recò a Berlino, che sarebbe stata la sua residenza per tutto il resto della sua vita. Nonostante alcune difficoltà, si può dire che Steiner fu accolto ottimamente ed ebbe la possibilità di entrare in contatto con i principali esponenti del milieu matematico e istituzionale della città.

La sua grande stagione scientifica si stava dispiegando in quegli anni, ricca di risultati che lo rendevano famoso. In breve tempo Steiner divenne uno dei maggiori geometri della scena europea della prima metà del secolo XIX. Il valore del suo contributo, in geometria e più in generale in matematica, non può essere reso qui adeguatamente.

Le relazioni scientifiche e i numerosissimi contatti che mantenne, fino alla sua scomparsa nel 1863, sono ampiamente documentate. I suoi anni trascorsi a Berlino riemergono, specialmente dal punto di vista biografico, in un interessante epistolario, curato e commentato da Ernst Julius Lange (1846-1903), già allievo di Felix Klein, nel 1899 [10]. Il volume mette in evidenza il carattere, non solo scientifico, di Steiner.

Tra i contatti di Steiner segnaliamo, sia per l'importanza sia rispetto al tema di questo articolo, gli intensi rapporti scientifici e l'amicizia con Carl Gustav Jacobi (1804-1851), inizialmente professore nell'Università di Koenigsberg. Entrambi divennero poi professori nell'Università di Berlino, dove Alexander e Wilhelm von Humboldt tessevano le fila di una intelligente politica culturale e accademica ([17]).

([14]) Si veda: D. Rowe *Who Linked Hegel's Philosophy to History of Mathematics? Hint: He also gave to Steiner's Surface his Name.* The Mathematical Intelligencer p. 52-55 (2013) e inoltre D. Rowe *Klein, Lie and Their Early Work on Quartic Surfaces* in *Serva di due padroni, Saggi di Storia della Matematica in onore di Umberto Bottazzini,* a cura di A. Cogliati, EGEA Milano, 2019.

([15]) Cfr. Slyder, op.cit. p. 242.

([16]) Scriveva Carl Jacobi a suo riguardo: *Non solo ha promosso la sintesi, ma ha anche messo in opera un modello di metodo e realizzazione, adatto per tutti i rami della Matematica.* Cfr. J.J. Burckhardt *Jakob Steiner* in Dictionary of Scientific Biography v. 12 (1976) 12-22.

([17]) Per Steiner, nonostante i grandi meriti scientifici, non ci fu però il passaggio all'ordinariato come professore. Si veda Ernst J. Lange op. cit. par. 35 pp. 61-62.

Steiner era tormentato dall'artrite e per questa ragione ebbe poi a trascorrere lunghi periodi di cura nelle stazioni termali ([18]). In parte, il viaggio in Italia di cui qui si narra origina da tale infermità e da una malattia molto grave a cui andrà incontro Jacobi.

4. – Prodromi di un viaggio in Italia

4.1 – *Berlino prima di Marzo*

Comunque sia la figura di Steiner a Berlino si impone. Leo Koenigsberger, (1837-1921), matematico e studente di Weierstrass a Berlino, così ricorda il suo primo incontro con Steiner, in occasione di una sua conferenza sulle coniche [9]:

> *Quando entrò, il grande geometra, già dall'aspetto impressionante, ci guardò, ci chiese se volevamo davvero ascoltarlo seriamente e, quando rispondemmo affermativamente, tirò fuori il suo grande fazzoletto rosso con grande cura, parlò a lungo, ma alla fine dichiarò che sarebbe stato meglio se avessimo imparato l'argomento dai libri e sparì.*

La Berlino degli anni che qui maggiormente ci interessano non era lontana da quella del *Vormaerz*, termine con il quale gli storici tedeschi indicano il periodo *prima di Marzo*. Il Marzo è quello del 1848, mese in cui si infiammarono, anche in Germania, i moti per libertà, democrazia e costituzione che stavano dilagando in Europa.

Gli anni che ci interessano sono di poco precedenti e appartengono alla prima metà degli anni Quaranta. Essi oscillavano, anche a Berlino, tra l'ordine della Restaurazione e le spinte rivoluzionarie. Berlino appariva in quegli anni come una capitale in vivacissima crescita, da moltissimi punti di vista: scientifici, artistici, culturali. Per la Matematica ciò avveniva da tempo, basti pensare, ad esempio, alla nascita, nel 1826, del giornale di August Leopold Crelle (1780-1855). Gli sviluppi successivi sarebbero stati almeno dello stesso rilievo, con il radicamento alla Humboldt, (allora Friedrich Wilhelm Universitaet), di Leopold Kronecker (1823-1891), Ernst Eduard Kummer, (1810-1893), Karl Weierstrass (1815-1897).

4.2 – *Berlino 1843: i viaggiatori di un Grand Tour*

Il Grand Tour di cui si narra nasce a Berlino, tra matematici dell'Università o della Accademia delle Scienze. Non soltanto Steiner vi sarà coinvolto, ma anche altri tre famosi matematici: Carl Borchardt (1817-1880), Johannes Lejeune Dirichlet (1805-1859) e Carl Gustav Jacobi (1804-1852), di cui si è parlato.

Da Berna si aggiungerà Ludwig Schlaefli (1814-1895), figura di primo piano nella geometria degli anni successivi e anche molto noto per le sue doti di poliglotta. Schlaefli, più giovane di Steiner e svizzero come lui, ammirava il suo valore matematico e gli aveva scritto per trascorrere un lungo periodo di studi a Berlino in visita scientifica.

Questo progetto era in cantiere e i due ne parlarono a Berna, dove a volte Steiner si recava. Il progetto di Grand Tour avrebbe poi portato Steiner ad invitare Schlaefli non a recarsi a Berlino ma ... in Italia per viaggiare con un gruppo di matematici berlinesi...

Quest'ultimo accettò e dal viaggio nacque un rapporto di stima e amicizia, testimoniato dalle lettere scambiate nel corso di lunghi anni. Va anche detto, però, che così scriveva Steiner ai suoi futuri compagni di viaggio berlinesi, per sostenere la partecipazione di Schlaefli:

> *... un matematico di campagna, vicino a Berna, un asino per il mondo, ma impara le lingue come un gioco da ragazzi ... .*

Il quadro appare senz'altro più mosso rispetto a quello che abbiamo riportato dalle pagine di Leonardo Sinisgalli, dove Steiner medita da solo, seduto su una panchina del Pincio. Il viaggio origina, come molto spesso accadeva, da un sodalizio di persone

---

([18]) Sulla sua salute, fisica e psicologica, Lange, in op. cit. p. 61, scrive: *Steiner non fu mai del tutto in salute come professore universitario; quasi ogni anno doveva curarsi durante i mesi estivi e Karlsbad, Kissingen, Rippolsdau, Vichy, Ems, Gastein, Pyrmont, Tarasp donavano a turno i loro poteri curativi per rinfrancare il corpo debole e renderlo nuovamente idoneo al lavoro. Forse la sua salute soffriva dell'economia poco pratica dello scapolo, che non sapeva come utilizzare nel modo giusto per sé i beni esterni faticosamente acquisiti - lasciò 60000 franchi ai suoi eredi -, quel che è certo è che il suo umore era amareggiato dal senso di debolezza e depressione che non lo abbandonava da vent'anni a causa della mancata promozione a professore ordinario.*

che appartengono a uno stesso mondo e condividono, ovviamente fino ad una certa misura, interessi, grandi curiosità e passioni.

Ci sono poi ragioni più personali per un viaggio: nel nostro caso Steiner vuole luoghi caldi dove curare l'artrite. Jacobi è debilitato sia dall'intenso lavoro matematico svolto che dal diabete, diagnosticato di recente ([19]). I medici gli avevano suggerito di prendersi un periodo di quiete per ristabilirsi, ad esempio un viaggio in Italia con finalità anche terapeutiche. Dirichlet si era molto speso, presso istituzioni e personalità del Regno di Prussia, per rendere possibile tale progetto.

Dirichlet avrebbe poi accompagnato Jacobi, suo antico maestro e grande amico, in Italia, portando con sè la propria famiglia ([20]) Lo stesso Borchardt ben figurava nel gruppo, quasi di famiglia, di viaggiatori, perchè aveva studiato con Dirichlet, essendo forse il suo più antico allievo, e coltivava con passione le questioni aritmetiche.

Il Grand Tour dei nostri viaggiatori nasce su queste diverse basi e, tipicamente, ha caratteristiche piuttosto libere e variabili. Nel caso specifico essi si riuniranno, dopo essere arrivati in Italia con più percorsi, in un unico luogo dove risiederanno per un periodo di alcuni mesi. Si tratta della città di Roma.

Qui svilupperanno attività comuni e iniziative diverse. Saranno partecipi della vita artistica e culturale della buona società cittadina, da cui sapevano di essere attesi. Durante questo soggiorno alcuni di loro visiteranno altre parti e città d'Italia, molto spesso su invito di società scientifiche, accademie o singoli studiosi.

La realizzazione del progetto fu possibile anche grazie all'appoggio e ai finanziamenti concreti che esso ricevette a Berlino, dalle istituzioni governative e accademiche. Vista la levatura scientifica dei viaggiatori ed i loro motivi, il progetto aveva buone chances di ricevere sostegno.

Ad esso venne incontro una figura di notevole rilievo per le Scienze e per la Storia della Germania: Alexander von Humboldt, nel suo tradizionale ruolo a sostegno delle Scienze e della Cultura. Vedremo ora in dettaglio un aspetto significativo di questo episodio.

4.3 – *Una lettera di Alexander von Humboldt*

Alexander von Humboldt, (1769-1859), era figlio del secolo diciottesimo e dell'Illuminismo. Fu un grande geografo e viaggiatore ed una delle maggiori figure, culturali e politiche, del Regno di Prussia. Era un punto di riferimento, sia nel Regno che a corte, per il suo equilibrio e per le sue posizioni riformatrici e liberali.

Un po' come avrebbe fatto in seguito Darwin, aveva svolto spedizioni scientifiche in tutte le parti del mondo. Aveva allora più di settant'anni ed era ben presente nella vita e nella storia della sua epoca. Non molti anni dopo, nel corso dei moti del Marzo 1848, avrebbe ancora svolto un ruolo importante di moderazione. Non erano mancati i rapporti di amicizia tra i matematici di cui si parla e i fratelli Alexander e Wilhelm von Humboldt.

Steiner era stato precettore presso la famiglia di Wilhelm von Humboldt (1767-1835). Alexander era membro dell'Accademia delle Scienze berlinese ed era in contatto con molti matematici. In particolare si conserva la sua corrispondenza con Jacobi sulla scoperta di Nettuno [3]. Verso il 1843 stava lavorando all'edizione della sua famosa opera *Kosmos*, ([21]). così scrive, rivolgendosi al Ministro della Cultura, a favore del viaggio in Italia di Steiner e altri ([22]):

A Johann Albrecht Friedrich Eichhorn ([23])

Sanssouci, 23 giugno 1843

Vostra Eccellenza ha avuto la benevolenza di consentirmi di poter reiterare per iscritto la mia richiesta di sostegno per il mio amico, il professore e accademico Dr. Steiner. Non serve che le parli dell'annosa, profi-

([19]) In quegli anni Jacobi aveva sviluppato una parte fondamentale della sua teoria delle funzioni theta. Cfr. la voce carl-gustav-jacobi in Encyclopedia.com di Christoph J. Scriba.

([20]) Aveva sposato Rebecca, sorella del compositore Felix Mendelssohn Bartholdy, nel 1832.

([21]) Monumentale descrizione in cinque volumi della struttura geofisica del pianeta Terra, sulla base del suo lavoro scientifico e delle conoscenze dell'epoca. Anni prima, aveva tratto dall'opera in preparazione un leggendario ciclo di lezioni: le *Kosmos Lesungen* tenute presso l'Accademia di Canto di Berlino nel 1826-27. L'opera finale, in cinque volumi, è *Kosmos, Entwurf einer physischen Weltbeschreibung.*

([22]) Traduzione dal tedesco del Prof. Claudio Salone.

([23]) Eichhorn (1779-1856) era allora Kultusminister. Fu politico e uomo di stato nel Regno di Prussia.

cua attività di questo ottimo matematico, capace di aprire nuove strade, della sua straordinaria influenza sugli studi matematici nei nostri ginnasi e nelle nostre scuole superiori, della fama che si è procurato fuori dai confini anche con il suo lungo soggiorno a Parigi negli anni passati.

Mi limito a ricordare queste circostanze semplicemente nel momento in cui le sue forze fisiche si sono affievolite a causa dei dolori provocati da calcoli renali, per cui, nella penosa situazione in cui si trova, si vede costretto a indirizzare all'Eccellenza Vostra una rispettosissima richiesta. Affinchè possa ristabilirsi in salute gli sono stati prescritti un viaggio a Carlsbad e in seguito un soggiorno in Italia.

So bene che, pur con tutta la migliore buona volontà di venir incontro ai più distinti uomini di cultura, i vostri fondi personali possono offrire solo una parte del sostegno richiesto. La mia rispettosissima richiesta per un sostegno straordinario al Professor Steiner, membro dell'Accademia delle Scienze, è di 400 talleri. Se Vostra Eccellenza potrà assicurarne la metà, ho speranza che i restanti 200 possano giungere dalla grande generosità di Sua Maestà.

La speranza si basa sul lieto ricordo che a uno dei più cari amici di Steiner, al grande matematico Professor Jacobi a Koenigsberg, per regale benevolenza è stata concessa una remunerazione straordinaria di 2000 talleri. ([24])

Voglia l'Eccellenza Vostra sentirsi sollecitato a perorare presso il sovrano la mia devotissima richiesta.

A. von Humboldt

5. – Paesaggi italiani

5.1 – *In viaggio verso l'Italia*

Infine, sotto i migliori auspici del re di Prussia e con le premesse che abbiamo descritto, i protagonisti del nostro Grand Tour si mossero verso l'Italia e verso Roma.

Qui avrebbero poi soggiornato, contemporaneamente, per alcuni mesi del 1843 e del 1844. La durata della loro permanenza in Italia fu invece varia, come le vie e i tempi con cui raggiunsero il nostro paese o se ne allontanarono.

Jacobi ricorderà con piacere le brillanti conversazioni matematiche con il suo compagno di viaggio Borchardt, studente di Dirichlet e fresco di dottorato. Era il luglio del 1843. I Dirichlet viaggiavano con loro [8], mentre Steiner e Schlaefli si sarebbero visti in Svizzera per scendere in Italia.

Risparmiando diversi dettagli per una più ampia narrazione, è ora il caso di continuare con una serie di *inquadrature*, utili per delineare gli aspetti storici e geografici di questo Grand Tour e quelli più matematici.

Questi ultimi trovano riscontro in alcuni lavori, *scritti in italiano* da alcuni dei viaggiatori e *pubblicati a Roma.* Di essi ci limiteremo a dar conto, nella speranza di suscitare necessari ed ulteriori approfondimenti sul quadro di relazioni scientifiche in cui il viaggio si inserisce.

5.2 – *Tra Restaurazione e Risorgimento*

Nella prima metà di luglio Borchardt e Jacobi erano partiti da Berlino. A metà settembre, dopo avere visitato vari luoghi dell'Italia settentrionale, si recarono a Lucca. Qui parteciparono ad un convegno scientifico che, da qualche tempo, si svolgeva periodicamente in Italia.

Questa serie di convegni fu molto importante per il Risorgimento italiano e contribì alla nascita delle grandi scuole scientifiche nazionali. Uno degli scopi era quello di costruire un quadro di riferimento unitario per le non poche forze scientifiche disperse nella penisola. D'altra parte si trattava di vere e proprie riunioni scientifiche, con le loro sezioni e comunicazioni.

A Lucca era in programma il quinto episodio ([25]):

Quinta unione degli scienziati italiani
convocati in Lucca nella seconda metà di settembre 1843.

Il Diario della Quinta unione elenca l'insieme dei partecipanti: si trattava di 496 *sapienti* (sic) e tra

([24]) A favore di Jacobi, malato e in difficoltà economiche, era intervenuto re Federico Guglielmo IV: *Con grande dispiacere mi sono accorto di non essere al corrente della sua cattiva salute, ma mi rassicura la notizia che un suo completo ristabilimento potrà essere ottenuto grazie a un soggiorno in un clima più mite.* L. Koenigsberger, *Gedaechtisrede auf C.G.J. Jacobi* Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongressen, Heidelberg 1904 p. 57-85.

([25]) Cfr. *Diario della Quinta unione degli scienziati italiani, convocati in Lucca nella seconda metà di Settembre 1843*, Tipografia Ducale di Felice Bertini, Lucca 1843. Per ulteriori approfondimenti cfr. *I congressi degli scienziati italiani nell'età del positivismo*, a cura di G. Pancaldi, CLUEB, 1983.

questi era compresa gran parte della migliore Scienza Italiana dell'epoca. Borchardt e Jacobi figurano tra i partecipanti. e tennero entrambi una comunicazione al Congresso, rispettivamente il 28 e il 22 settembre. Gli altri nostri viaggiatori non figurano tra i partecipanti ed erano a Roma o in viaggio per Roma. Le comunicazioni della sezione di Fisica e Matematica si tenevano in tarda mattinata, gli abstracts delle comunicazioni sono chiari e simili a quelli odierni. Vediamoli:

> Adunanza del 22 settembre (Jacobi): *Dopo di che recasi il Prof. Jacobi di Koenisberg a dare la dimostrazione di un suo teorema generale di meccanica razionale, di cui ha pubblicato l'enunciato nel Comptes-Rendus dell'Accademia delle Scienze di Parigi (in Agosto 1842) la quale si ricava interamente dal Lemma seguente che traduciamo da una nota in francese di sua dettatura. ...*
>
> Adunanza del 28 settembre (Borchardt): *Dopo di che passava il Signor Borchardt ad esporre le sue ricerche su alcuni sistemi di equazioni differenziali non lineari, le di cui* [soluzioni, n.d.a.] *integrali da esse ottenute si compongono di integrali ellittici, e che lo conducono a formole di trasformazioni utili nella teoria di integrali ellittici.*

Jacobi era uno dei matematici più famosi dell'epoca e nel pieno della sua forza scientifica, mentre il giovane Borchardt, come si è scritto, era agli esordi. è possibile che la sua comunicazione a Lucca sia stata il primo atto ufficiale, dopo il dottorato, di una brillante carriera. Jacobi fu accolto con molto calore dal Congresso e al suo intervento seguì un'ovazione. Con calma i due matematici tedeschi raggiungevano Roma qualche tempo dopo.

5.3 – *La Roma di Gregorio XVI*

Nei mesi autunnali del 1843 i nostri viaggiatori erano agli inizi del loro lungo soggiorno romano. La Roma di quegli anni era quella di papa Gregorio XVI e poi di Pio IX ed anche di un poeta della lingua romanesca come Gioacchino Belli (1791-1863).

Roma era una città il cui grandissimo interesse andava ben oltre la sua unicità artistica e archeologica. A maggior ragione, ciò valeva per persone con l'educazione, scientifica e non, dei nostri viaggiatori. Si può immaginare che essi abbiano incontrato in Roma interlocutori adeguati. L'Italia, con il suo tessuto di città grandi e piccole, era d'altra parte, anche allora, non solo espressione di arretratezza, ma piuttosto di grande civiltà e cultura.

Vedremo ora un esempio speciale dell'accoglienza da loro ricevuta: una loro giornata particolare. Ci riferiamo qui all'udienza speciale nel corso della quale papa Gregorio XVI ricevette Jacobi e Dirichlet.

5.4 – *La sacra pantofola*

Riportiamo, tradotte in italiano, la descrizione dell'episodio e altre notizie su Jacobi a Roma, tratte dalla commemorazione di Jacobi, tenuta da Leo Koenigsberger nel 1904 al Congresso Internazionale dei Matematici, [8]:

> [...] *Nelle lettere alla moglie abbiamo le descrizioni più dettagliate del soggiorno di Jacobi a Roma e a Napoli, della forte impressione che gli fecero le opere d'arte in Italia, dei mesi trascorsi insieme a Dirichlet, Steiner e Borchardt, e della sua visita all'incontro dei naturalisti a Lucca, dove ricevette le più onorevoli ovazioni. Molto interessante è il resoconto che* [Jacobi, n.d.a.] *fa a Bessel dell'udienza concessa a lui e a Dirichlet da Papa Gregorio XVI:*
>
> *"Poichè avete un debole per le teste coronate-come dice giustamente il signor Goethe nel suo carme: "Al giono d'oggi lo strapotere non può essere bandito dal mondo. Mi piace avere a che fare con birbanti, con tiranni" –*(26) *condividerete certamente la nostra ammirazione quando sentirete che non solo* [Gregorio XVI, n.d.a.] *parlava di Newton, Keplero, Copernico e Laplace con grande entusiasmo, ma sapeva anche indicare con precisione che i quadrati dei periodi orbitali si comportano come i cubi delle distanze medie.* [...] *in breve, approverete il fatto che io abbia baciato le mani di un uomo così perspicace* (27) *con tanta riverenza, mentre Dirichlet, in quanto cattolico, fece tentativi così maldestri di baciargli i piedi che il Papa non permise che ciò avvenisse".* (28)

---

(26) La citazione da parte di Jacobi corrisponde, solo parzialmente, ai seguenti versi di Goethe, tratti dalla raccolta di suoi poemi lirici *Divano occidentale-orientale: Übermacht, ihr könnt es spüren, / Ist nicht aus der Welt zu bannen; / Mir gefällt, zu konversieren / Mit Gescheiten, mit Tyrannen.*

(27) Papa Gregorio XVI, Bartolomeo Alberto Cappellari (1765-1846), era una persona molto colta, oltre ad essere rigidamente conservatore in campo dottrinale e in politica. Era un frate conventuale, dell'ordine dei camaldolesi, e nel suo convento insegnava filosofia e scienze.

(28) *Il bacio alla sacra pantofola* era in certe occasioni previsto dal protocollo della corte papale.

Con il sollievo determinato dal miglioramento delle sue condizioni fisiche in Italia, si ravvivò immediatamente il suo desiderio di lavoro scientifico. Durante i 5 mesi del suo soggiorno in Italia pubblicò alcuni piccoli saggi in una rivista italiana, scrisse la prima parte del vasto e importante trattato, destinato al Crelle Journal, sulla teoria del moltiplicatore delle equazioni differenziali totali e, nel tempo libero, intraprese una comparazione dei manoscritti di Diofanto conservati in Vaticano. Alla fine di giugno del 1844 Jacobi tornò a Berlino, [...]

5.5 – *Giornali, tipografie, accademie*

In questa sezione sono descritti vari aspetti scientifici del coté romano di questo Grand Tour. Molto si conosce a riguardo e altre informazioni appaiono accessibili.

Cercando indizi su Google, parole come Steiner, Rom e Schlaefli portano, non senza sorpresa, a un testo in italiano. Si tratta di un estratto dal

Giornale Arcadico di Scienze, Lettere ed Arti,

stampato nella Tipografia delle Belle Arti in Roma nel 1844. Ecco il titolo:

Del baricentro di curvatura delle curve piane Trattato del sig. cav. J. Steiner, professore nell'Università e membro della Accademia di Berlino, tradotto dal tedesco dal sig. professore Luigi Schlaefli.

Veniamo così a scoprire l'esistenza di articoli scientifici in italiano, collegati a questo Grand Tour e ai suoi protagonisti. Constatiamo inoltre la disponibilità e le doti di poliglotta del grande geometra e matematico Ludwig Schlaefli, che partecipava al viaggio, come si è osservato.

Il giornale appartiene alla storica *Accademia dell'Arcadia*, fondata a Roma nel 1690 e tuttora esistente. L'accademia aveva una sede importante, una villa situata sulle pendici del Gianicolo, ribattezzata il *Bosco Parrasio* [1]. Nel 1849 sarà al centro dei combattimenti tra truppe francesi e i garibaldini della Repubblica Romana.

La tipografia, a Palazzo Poli presso fontana di Trevi, stampava le guide di Roma e dintorni del famoso archeologo Antonio Nibby (1792-1839), apprezzatissime in quel periodo dai tanti che viaggiavano in Italia.

A Roma fiorivano le tipografie, a cui spesso si appoggiavano giornali e pubblicazioni di indirizzo riformatore. A Roma come a Berlino si stava avvicinando la *Primavera dei popoli*, il 1848 a cui si è già accennato.

5.6 – *Sacerdoti e Matematici*

Volendo procedere verso altre informazioni è d'obbligo considerare due matematici di particolare rilievo che operarono per lunghi anni a Roma e furono interlocutori dei matematici in visita.

Si tratta di due sacerdoti: Domenico Chelini (1802-1878) e Barnaba Tortolini (1808-1874). Ben conosciuti sulla scena internazionale, essi erano ricordati con grande rispetto, per il valore scientifico e la dirittura intellettuale, dai matematici della generazione successiva, quella che contribuì alla costruzione vera e propria della Scuola Italiana ([29]).

Per quel che ci riguarda, Eugenio Beltrami e Luigi Cremona erano editori, nel 1881, di un pregevole volume in memoria di Chelini, a cui contribuirono notevolmente i maggiori matematici europei. I due editori ricordano, nella Introduzione, quella lontana e fortunata visita a Roma, da cui nacque un lungo rapporto di stima e amicizia tra Chelini e i suoi visitatori.

Altrettanto vale per Tortolini, ma ci limitiamo a ricordare un altro fronte internazionale in cui fu impegnato, quello editoriale con gli *Annali di scienze matematiche e fisiche*, conosciuti anche come *Annali di Tortolini.* ([30])

([29]) Per entrambi il passaggio risorgimentale non fu privo di complessità: dal 1864 Chelini perderà il suo posto all'Università di Bologna (e dal 1870 a quella di Roma) essendosi rifiutato di giurare come richiesto ai dipendenti dello stato, a causa della proibizione papale e del suo voto di obbedienza. Cfr. L. Russo, E. Santoni *Ingegni minuti. Una storia della Scienza in Italia* UE Feltrinelli 2019. Nel 1858 gli Annali di Tortolini furono riorganizzati, con la sua fattiva partecipazione, da un Comitato Scientifico di cui fecero parte Luigi Cremona, Francesco Brioschi, Angelo Genocchi. Nasceranno gli *Annali di Matematica Pura e Applicata*, destinati ad essere, per un lungo periodo, una delle maggiori riviste matematiche internazionali. Cfr. M.G. Lugaresi *Tortolini Barnaba*, EnciclopediaTreccani, Dizionario biografico degli Italiani, vol. 96 (2019).

([30]) Il titolo richiama il *Journal fuer die rheine und angewandte mathematik,* fondato da August Leopold Crelle nel 1826, spesso abbreviato in Crelle's Journal.

5.7 – *Ricordi di Dirichlet e Jacobi in Roma*

Tale rivista e il Crelle's Journal pubblicano i necrologi di Dirichlet e di Jacobi, rispettivamente scritti da Tortolini e da Chelini. Riportiamo una parte del loro contenuto, relativa al viaggio a Roma e ai suoi aspetti scientifici.

Jacobi in Roma [5]

> [... ...] *Ei ci sta tuttora presente (oh! dolce rimembranza) con quella sua maestosa persona dalla fronte omerica e dall'occhio vivace e penetrante; ancora ci par di vedere la gioja che gli brillò sul volto quando, nel visitare la preziosa biblioteca matematica del ch. prof. Tortolini, vi scorse un esemplare della sua grand'opera Fundamenta, ed il giornale del sig. Crelle ove ha depositato tante ammirabili produzioni dell'alta sua mente! Ancora ci suonano all'orecchio le parole onde egli esternava la sua ammirazione ed il suo affetto per la nostra Roma, che volentieri avrebbe scelta a sua patria seconda; e le parole onde commendava la nostra bellissima lingua nella quale si volle provare di scrivere. E scrisse egli tedesco in italiano, e, chi lo crederebbe? scrisse non senza grazia, proprietà ed eleganza, come ne fanno testimonio tre sue importanti Memorie, e le libere traduzioni di una Memoria del sig. Kummer, e di un'altra del s"g. Steiner, inserite nei giornaie arcadico (tomi 98 e 99)* (*).
> *Ecco un breve cenno dell'uomo che tanto speravamo di rivedere.*
> *A nome degli amici di Jacobi in Roma, D. Chelini*

(*) L'asterisco al termine della citazione rimanda a una nota, nello stesso testo, che riportiamo integralmente. In essa Chelini elenca cinque lavori in italiano di Jacobi, svolti durante l'anno trascorso a Roma e in Italia. Si tratta di tre memorie originali e di due traduzioni:

- Memorie originali
  (1) *Sopra le funzioni di due angoli proposte da Laplace nelle ricerche sulla figura della terra;*
  (2) *Sulla condizione di eguaglianza di due radici dell'equazione cubica dalla quale dipendono gli assi principali di una superficie di 2^o ordine;*
  (3) *Sul principio dell'ultimo moltiplicatore, e del suo uso come principio generale di meccanica.*
- Traduzioni.
  (1) *Sull'equazione cubica per la quale si determinano gli assi principali delle superficie di 2.o ordine,* per Kummer;
  (2) *Teoremi nuovi sulle coniche inscritte e circoscritte,* per Steiner.

Concludiamo citando in breve Barnaba Tortolini su Dirichlet: [15].

G. Lejeune Dirichlet

> *Dall'Ottobre 1843 fino all'Aprile 1844* [Dirichlet] *si trovò in Roma con l'intera famiglia sua in allora composta dell'amatissima sua sposa, e di due piccoli figli, e son persuaso che un notabile decremento alla salute del Dirichlet sia provenuto dalla perdita della sua consorte negli ultimi mesi dello scorso anno 1858. Jacobi riconosceva il Dirichlet come una maravigliosa e penetrante intelligenza nella ricerca delle più difficili questioni matematiche, specialmente scelte nella teorica dei numeri. Il Jacobi più volte dicea che la mente del Dirichlet per le matematiche era paragonabile alla mente del Lagrange, espressione superiore a qualunque elogio.*

5.8 – *Napoli e la Sicilia*

Concludiamo questa serie di immagini del nostro Grand Tour con un'unica inquadratura, ancora più sfumata delle precedenti, che guarda verso il Mezzogiorno d'Italia: verso Napoli e verso la Sicilia.

Per l'autore di questa nota è indubbio il grande interesse che questi altri rami del viaggio possiedono: sia nei diretti contenuti matematici e storici, sia per comprendere il formarsi del sistema di relazioni, nazionali ed internazionali, della futura ricerca matematica italiana dopo l'Unità.

Sembra tuttavia opportuno riservare uno studio dettagliato di questi, e di altri rami e aspetti del viaggio non ancora considerati, ad un lavoro più ampio e completo, basato su ulteriori sviluppi ed elementi di informazione.

Napoli era allora la capitale del Regno delle due Sicilie, il più grande della penisola per estensione geografica e di evidente importanza. Questo ramo del Grand Tour ha come protagonisti Jacobi e Steiner ed andrebbe molto di più indagato. Napoli poteva essere un luogo particolarmente accogliente per due viaggiatori appartenenti a una élite sociale e culturale come la loro.

Sul piano accademico furono invitati alle due sedute della Reale Accademia delle Scienze che si svolsero il 23 e il 30 aprile 1844. Parteciparono ([31]) e, sicuramente, ebbero conversazioni su questioni matematiche o fisiche con alcuni membri della Accademia.

Pochi mesi dopo Fortunato Padula (1815 -1881), socio corrispondente della Accademia, nel Rendiconto n. 16 (1844) dell'Accademia stessa pubblica la nota o memoria *Ricerche di analisi applicate alla geometria.* Essa così inizia:

> *Durante il tempo in cui gli illustri geometri signori Jacobi e Steiner si sono trattenuti fra noi, avendo io avuto l'onore di avvicinarli sovente, il signor Steiner a preferenza si è compiaciuto accennarmi varie ricerche* [...].

In breve, come si legge in questo bell'articolo, parte della conversazione con Steiner riguardava la determinazione delle bitangenti e delle tangenti di flesso a una curva algebrica piana, in particolare il loro numero:

> *Finalmente il sig. Steiner ha intrapreso delle ricerche sulle proprietà generali delle curve, che non ha ancora pubblicato, e fra le altre* [...] *qual è il numero* ([32]) *dei punti di flesso : quale può essere al più il numero dei punti doppi se pure ne ha : e quale in fine il numero delle tangenti doppie*

Siamo qui, con anticipo, nel pieno della geometria algebrica classica delle curve, quella ad esempio di Guido Castelnuovo. Nel suo articolo Padula risponde in modo indipendente ed originale, su diversi punti, al fuoco di fila di domande e problemi scaturito dalla conversazione con Steiner. Vediamo come descrive un passaggio successivo di questa conversazione:

> [...] *per le tangenti doppie non mi accennò la formola, quasichè avesse voluto lasciare all'analisi tutto l'onore della ricerca. Intanto volle compiacersi indicarmi che una curva di quarto grado ha ventotto tangenti doppie, una curva di quinto centoventi, una curva di sesto trecento ventiquattro, ed una curva di settimo grado settecento* [...] ([33])

Viene in mente il melodramma e la recita del celebre catalogo nel *Don Giovanni* di Mozart... Fortunato Padula ebbe poi una brillante carriera scientifica e accademica. Svolse importanti ruoli pubblici, fu due volte Rettore della Università di Napoli e in seguito Senatore del Regno d'Italia dal 1860.

A Napoli certo non mancavano all'epoca interlocutori per Steiner e per Jacobi: dagli astronomi dell'Osservatorio di Capodimonte, a studiosi delle funzioni ellittiche come Nicola Trudi (1811-1884) [7], a un geometra come Vincenzo Flauti (1782-1863), di stampo tradizionalista e conservatore [12].

Non risulta che altri tra i viaggiatori fossero a Napoli, insieme a Steiner e Jacobi. Risulta invece che, in quella stessa primavera del 1844, Dirichlet scese in Sicilia con la sua famiglia e in particolare a Messina. I Dirichlet vi furono invitati da Placido Tardy, un nome ben conosciuto nelle vicende, matematiche e risorgimentali, del nostro paese in quegli anni [4], [6]. Forse la visita si estese ad altri luoghi in Sicilia e ad altri matematici?

Per chi fosse interessato ci sono ancora molti aspetti da considerare in questo episodio di Grand Tour e non solo riguardo al viaggio in Sicilia. La nostra narrazione si ferma qui e potrà, eventualmente, proseguire sulla base di nuovi elementi ed investigazioni.

Abbiamo visto in queste pagine l'eccezionale vitalità matematica di cinque matematici eccezionali. Ciò non esclude che avessero altrettanta vitalità e interesse verso persone e luoghi visitati nel viaggio, sia in positivo che in negativo. Possiamo dunque chiederci: quali cieli vedevano i nostri viaggiatori, uscendo di prima mattina, oltre a quello purissimo della matematica?

([31]) 23 Aprile 1844: *Assistono all'Adunanza i signori Jacobi, Professore nell'Università di Koenigsberga, Steiner, Professore nell'Università di Berlino, Auger, Professore nell'Università di Parigi.*

([32]) per una curva piana di assegnato grado m.

([33]) La formula $\frac{1}{2}m(m-2)(m-3)(m+3)$, viene provata da Padula con metodi analitici e l'integrazione. Questi corrispondono a quelli enumerativi della moderna geometria algebrica. La formula vale, come risulta dall'articolo, per curve non singolari di grado m del piano proiettivo complesso. Si veda lo stesso articolo di Padula sopra citato, pubblicato in: Rendiconto delle adunanze e de' lavori dell' Accademia delle Scienze, sezione della Società Reale Borbonica di Napoli, n. 16 tomo III (1844).

Il tema è senza dubbio molto interessante, anche se è rimasto sottotono. In relazione ad esso è forse giusto concludere con un bigliettino, inviato da Dirichlet a Tardy in uno dei giorni in cui era suo ospite:

> *Prego il Sig. Prof. Tardy di non venire domani mercoldi da me, dovendo uscire di buon mattino*
>
> *G. Lejeune Dirichlet* [2]

Ringraziamenti. L'autore ringrazia Aldo Brigaglia, Andrea Del Centina, Livia Giacardi, Paolo Maroscia, Edoardo Sernesi per le utili informazioni sui temi di questo articolo. Un grazie particolare a Claudio Salone per la sua consulenza su alcuni testi in tedesco.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] M. T. Acquaro Graziosi, *L'Arcadia. Trecento anni di storia,* Roma, F.lli Palombi 1991.

[2] BDL Biblioteca Digitale Ligure, Carteggio Placido Tardy, scheda 7/783, https://bibliotecadigitale.regione.liguria.it/opacbdl/opac/bdl/index.jsp

[3] K. Biermann *Der Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und C.G. Jacobi über die Entdeckung des Neptun* NTM Schr. Geschichte Naturwiss. Tech. Medizin 6 (1) (1969), 61-67.

[4] A. Brigaglia *Le scienze matematiche in Sicilia dal riformismo settecentesco all'unità nazionale* in L. Pepe (a cura di), *Europa matematica e Risorgimento italiano* (2012) pp. 307-330.

[5] D. Chelini, *Jacobi in Roma. (Articolo necrologico).* Journal für die reine und angewandte Mathematik, vol. 1851, no. 42, 1851, pp. 93-94.

[6] C. Cerroni, *La Figura umana e scientifica di Placido Tardy* in L. Pepe (a cura di), *Europa matematica e Risorgimento italiano* (2012) pp. 331-348.

[7] G. Ferraro *Excellens in arte non debet mori* Pré-Publication HAL-SHS (2012) p. 9.

[8] L. Koenigsberger, *Gedaechtisrede auf C.G.J. Jacobi* Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongressen, Heidelberg 1904 p. 57-85.

[9] L. Koenigsberger *Mein Leben,* (1919) Reprints from U. of Michigan Library.

[10] E. J. Lange *Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin, 1821-1863*, G. Reimer, Berlin (1899).

[11] J. Lorenat *Die Freude an der Gestalt: Methods, Figures, and Practices in Early Nineteenth Century Geometry* Tesi di Dottorato, U. Paris VI e U. Simon Frazer, Vancouver (2015).

[12] M. Menghini *Flauti Vincenzo*, Enc. Treccani, Dizionario biografico degli Italiani, v. 48 (1997).

[13] D. Mumford *Art, Mathematics and the Zeitgeist: parallels between the two most international disciplines.* https://www.dam.brown.edu/people/mumford/beyond/papers/2008f–ArtMathZeitgeist-talk.pdf

[14] J. P. Slyder *Aperçus sur la vie et l'oeuvre de Jakob Steiner,* L'Enseignement Mathématique v. 11 (1965) p. 240-257.

[15] G. Tortolini *Lejeune Dirichlet* Annali di Scienze Matematiche e Fisiche tomo 1, 1859.

Alessadro Verra

Alessandro Verra, nato a Cuneo nel 1950, è un matematico che lavora nel campo della geometria algebrica. La sua attività ha sullo sfondo un forte interesse per i temi della geometria algebrica classica, che possono ben rappresentare un riferimento generale per il suo lavoro di ricerca ed i risultati ottenuti. Questi riguardano diversi argomenti e, particolarmente, i problemi di razionalità per varietà algebriche, le curve e i loro spazi di moduli, le superfici di tipo K3. Alessandro Verra ha prestato servizio come professore, prima associato e poi ordinario, in diverse sedi universitarie: Torino, Napoli, Genova, La Sapienza, Roma Tre. Nel corso degli anni ha svolto un'intensa attività di organizzazione scientifica e accademica, in Italia e all'estero. Attualmente è professore emerito di Roma Tre e socio nazionale dell'Accademia delle Scienze di Torino.