
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ALESSANDRA CELLETTI

Dalle leggi di Keplero alla materia oscura attraverso la storia di donne scienziate

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 8
(2023), n.1, p. 5–16.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2023_1_8_1_5_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2023_1_8_1_5_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Dalle leggi di Keplero alla materia oscura attraverso la storia di donne scienziate

ALESSANDRA CELLETTI

Università di Roma Tor Vergata

E-mail: celletti@mat.uniroma2.it

Sommario: *L'universo è composto da materia ordinaria (ad esempio, stelle, pianeti, noi stessi), da materia oscura ed energia oscura. La percentuale stimata di materia oscura è di circa il 27% dell'intero universo, mentre il 5% è la materia ordinaria e la parte rimanente è l'energia oscura. Questo articolo introduce gli ingredienti fondamentali che hanno portato ad ipotizzare l'esistenza della materia oscura e a studiarne le possibili proprietà. A tale risultato hanno contribuito, direttamente o indirettamente, numerose matematiche e astronome, che ricordiamo per dare loro il giusto credito.*

Abstract: *The universe is composed of ordinary matter (for example, stars, planets, ourselves), dark matter and dark energy. The estimated percentage of dark matter is about 27% of the entire universe, while 5% is ordinary matter and the remaining part is dark energy. This article introduces the fundamental ingredients that led to conjecture the existence of dark matter and to study its properties. To this result have contributed, directly or indirectly, numerous female mathematicians and astronomers, who we quote to give them the right credit.*

*La scienza progredisce meglio
quando le osservazioni ci costringono
a cambiare i nostri preconcetti.*

Vera Rubin

*Dedicato alle donne di questo pianeta,
in particolare afgane e iraniane,
a cui è negata l'istruzione e quindi la libertà.*

1. – Introduzione

Da bambina mi capitò di sfogliare la rivista “Le Scienze” (n. 43, marzo 1972), che conteneva un articolo intitolato “Multistabilità della percezione” ad opera di Fred Attneave, esperto di percezione visiva. L'articolo conteneva immagini che possono essere interpretate in maniera diversa a seconda di come il lettore le percepisce. Un esempio è mostrato nella Figura 1, che riporta un'immagine creata

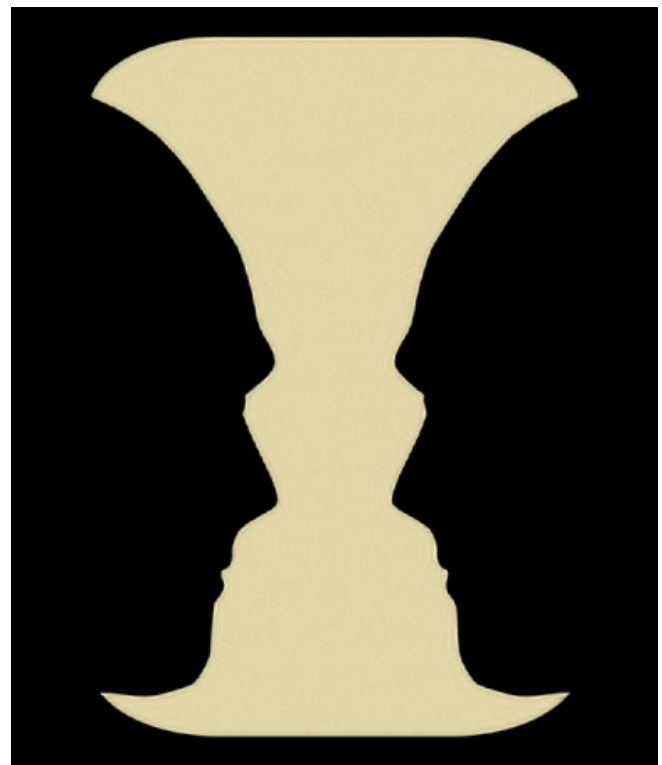


FIGURA 1 – Un vaso bianco e due profili contrapposti di volti in nero (immagine creata da Edgar Rubin, fonte Wikipedia)

Accettato: il 4 aprile 2023.

intorno al 1915 dallo psicologo danese Edgar Rubin⁽¹⁾. L'effetto visivo presenta al lettore due differenti interpretazioni, a seconda della percezione che stimola: un vaso bianco al centro o due profili di volti in nero contrapposti. Ognuna delle due percezioni è consistente con l'immagine retinica a seconda del modo in cui viene attribuito il contorno, ovvero come delimitazione di una delle due forme, mentre l'altra viene percepita come sfondo. Ma si tratta appunto di una percezione, perché l'immagine è unica e non c'è confine tra le due interpretazioni.

Allo stesso modo il contenuto di questo articolo potrà essere interpretato in maniera diversa a seconda della percezione del lettore: da una parte illustrerò la storia di alcune donne scienziate che hanno fornito contributi importanti alla matematica e all'astronomia; dall'altra cercherò di spiegare gli ingredienti scientifici che hanno portato ad ipotizzare l'esistenza della materia oscura, che costituisce una parte considerevole dell'universo, circa il 27%. Il lettore potrà dunque percepire questo lavoro come un'esposizione su questioni di genere o piuttosto come un articolo su un argomento scientifico per spiegare le motivazioni alla base della materia oscura. Il mio obiettivo sarà piuttosto di cercare di far percepire l'articolo come un'unica storia, senza confine tra scienza e scienziati, tra donne e uomini, tra matematica e astronomia, perché di fatto la storia è una sola, al di là della percezione individuale.

Spiegare il percorso che ha portato alla congettura dell'esistenza della materia oscura richiede diversi ingredienti scientifici. Il primo è costituito dalle leggi di Keplero (Sezione 2) che descrivono molto spesso una buona approssimazione delle traiettorie dei corpi celesti. Tali leggi valgono in un modello in cui si considerano solo due corpi, ad esempio il Sole e la Terra; in tale modello approssimato si può dimostrare che le traiettorie sono delle coniche: ellissi (se il sistema ha energia negativa), parabole (se il sistema ha energia nulla), iperboli (se il sistema ha energia positiva). Se si considera un altro corpo celeste, ad esempio Giove, si passa al problema dei tre corpi, nell'esempio precedente si dovrebbe considerare la terna Sole-Terra-Giove;

tale modello diventa assai più complesso del problema dei due corpi: le relative traiettorie possono essere regolari o piuttosto possono esibire caratteristiche della dinamica del caos (Sezione 3). Il sistema solare nella sua interezza è composto da moltissimi oggetti ed è quindi un sistema di incredibile complessità. Le galassie sono sistemi ancor più dinamicamente complessi, in quanto sono formate da miliardi di stelle. Comprendere la classificazione di stelle e galassie è di grande importanza per i nostri scopi (Sezione 4). Per studiarne la dinamica è fondamentale l'uso di computer potenti (Sezione 5), attraverso cui si ottengono simulazioni sulla composizione dell'universo, inclusa la materia oscura (Sezione 6). Allo sviluppo di tutti questi ingredienti hanno contribuito⁽²⁾ molt* scienziat*, tra cui numerose scienziate di grande spessore scientifico.

2. – Keplero e le leggi di Keplero

La dinamica della Terra, dei pianeti e di tutti gli oggetti del sistema solare è di grande complessità, perché coinvolge la reciproca interazione gravitazionale di un grandissimo numero di corpi celesti. Per affrontare il problema del calcolo delle traiettorie celesti, è necessario partire da un'approssimazione in cui si considerano solamente due oggetti, ad esempio il Sole e la Terra, e si trascurano tutti gli altri corpi che compongono il sistema solare. Questa approssimazione viene chiamata problema dei due corpi o problema di Keplero. La sua soluzione venne infatti elaborata da Johannes Kepler, italianizzato in Keplero, nella forma di tre leggi che ci accingiamo a descrivere brevemente ([6]). Nell'enunciare tali leggi, prenderemo come esempio la Terra e il Sole, ma ovviamente esse si applicano ad una qualsiasi coppia di oggetti che si attraggono secondo la legge di Newton (ad esempio, il Sole e un asteroide, oppure un pianeta e un suo satellite).

In linea di principio, le soluzioni del problema dei due corpi soggetti alla reciproca attrazione gravitazionale sono ellissi, parabole e iperboli, a seconda del

⁽¹⁾ Non sono al corrente di una relazione di parentela tra Edgar Rubin e Vera Rubin.

⁽²⁾ Per chiarire l'uso dell'asterisco qui e nel seguito, molt* scienziat* è da leggersi come: molte scienziate e molti scienziati.

valore dell'energia del sistema; tuttavia, noi considereremo solo orbite ellittiche, come quelle dei pianeti intorno al Sole.

- (i) La prima legge stabilisce che la Terra si muove attorno al Sole lungo un'ellisse di cui il Sole occupa uno dei due fuochi e l'altro fuoco è vuoto.
- (ii) La seconda legge afferma che la congiungente Sole-Terra spazza aree uguali in tempi uguali; come conseguenza si ha che la Terra è più veloce al perielio (punto di massima vicinanza al Sole lungo l'ellisse), che all'afelio (punto di massima lontananza dal Sole).
- (iii) La terza legge stabilisce una relazione tra il periodo di tempo impiegato a descrivere l'ellisse e il corrispondente semiasse maggiore.

La terza legge di Keplero sarà di fondamentale importanza per comprendere come si è arrivati alla materia oscura. Prima di illustrare gli ingredienti scientifici che ci serviranno nel resto di questo lavoro, descriviamo un particolare aspetto del contesto in cui viveva Keplero e la sua famiglia.

La terza legge di Keplero è contenuta nel trattato "Harmonices Mundi"; scritto nel 1619, il trattato contiene una discussione delle analogie tra l'armonia della musica e il moto dei pianeti. Alcuni anni più tardi Keplero revisionò l'"Harmonices Mundi", ma allo stesso tempo si impegnò in una causa completamente trasversale rispetto ai suoi interessi scientifici: scrisse una memoria per difendere la madre Katharina, che era stata accusata di stregoneria. Sposata con un soldato mercenario che presto abbandonò la famiglia, Katharina ebbe quattro figli; visse in una cittadina, Leonberg in Germania, in cui il governatore locale, Lutherus Einhorn, accusò 15 donne di stregoneria e giustiziò 8 di loro.

Erano periodi terribili; nell'arco di due secoli, tra il 1500 e il 1700, vennero giustiziate circa 50 000 persone di cui il 75% erano donne. L'accusa a Katharina venne formulata da una vicina di casa, Ursula Reinbold: Katharina era responsabile di averle dato una pozione di erbe che le procurò problemi di salute. Probabilmente Katharina non aveva alcuna intenzione malvagia, ma era solamente una donna anziana, colpevole di curiosità e fantasia che la portarono ad inventare bevande mediche a base di erbe. Il 7 Agosto 1620 venne arrestata all'età di 73

anni; oltre alle accuse della Reinbold, il giudice le contestò di comportarsi in maniera anomala per i seguenti due motivi: durante il processo non guardò mai i testimoni e non versò neanche una lacrima. Il figlio Johannes tentò di giustificare il comportamento della madre, sostenendo che non aveva mai avuto particolari espressioni del viso e che probabilmente è un fatto naturale che le lacrime si seccano in alcune persone anziane. Durante il processo che durò circa un anno, Katharina venne imprigionata e incatenata. Johannes all'epoca aveva 44 anni e rivestiva la carica di matematico imperiale di Rodolfo II; per amore filiale, decise di assumere l'incarico di difensore della madre.

Con lo stesso rigore con cui aveva individuato le leggi basilari della Meccanica Celeste, Johannes smontò tutte le accuse contro la madre; richiese alla corte la trascrizione di tutti gli atti ([5]) e preparò una difesa di 128 pagine eccezionalmente efficace, in cui identificò tre cause principali per la persecuzione di sua madre: la sua debole situazione sociale in quanto vedova, il timore della gente comune verso le donne anziane, l'eccessiva reazione del governatore contro le donne. Attaccò anche l'affidabilità dei testimoni, sia perchè erano troppo giovani o semplicemente perchè erano donne (solo gli uomini erano affidabili, mentre le donne erano tipicamente ingenui e superstiziose). L'ordalia finale consistette nel sottomettere Katharina ad una tortura verbale. Un giustiziere le mostrò gli strumenti di tortura e se lei avesse confessato, sarebbe stata giustiziata. Tuttavia, Katharina pronunciò le seguenti parole: "Anche se mi trattate in qualsiasi modo, e strappate una vena dopo l'altra dal mio corpo, non saprei cosa dovrei ammettere". Nell'ottobre 1621 venne prosciolta dall'accusa di stregoneria e liberata, ma tanta era stata la sofferenza durante i mesi di prigionia che morì nell'aprile del 1622.

Ciò accadde proprio nel periodo in cui Keplero revisionò l'"Harmonices Mundi" e rielaborò la terza legge dei moti planetari. Fedele sostenitore della teoria copernicana, Keplero ebbe la fortuna di lavorare insieme ad un astronomo danese, Tycho Brahe (1546-1601), che era eccezionalmente bravo nel costruire degli strumenti che consentivano di compiere osservazioni estremamente precise di stelle e pianeti. Sulla base dei dati acquisiti assieme a Brahe, Keplero scoprì le tre leggi (i) – (ii) – (iii) che go-

vernano la dinamica di due corpi celesti soggetti alla mutua attrazione gravitazionale. È interessante sottolineare che le tre leggi vennero elaborate da Keplero senza conoscere la legge di gravitazione di Isaac Newton (che nacque 13 anni dopo la morte di Keplero), ma solamente sulla base dei dati sperimentali. La terza legge stabilisce che il periodo del moto cresce con la distanza dal Sole e collega il periodo T del moto al semiasse maggiore a dell'orbita ellittica secondo la formula (in opportune unità di misura):

$$T^2 = a^3.$$

Come conseguenza della terza legge di Keplero, la velocità orbitale diminuisce con la distanza dal Sole; in particolare Mercurio orbita con una velocità di circa 47.9 km/s, la Terra circa 29.8 km/s, Saturno circa 9.6 km/s, Nettuno circa 5.4 km/s. La formula che descrive tale conseguenza si ottiene uguagliando la forza centripeta e la forza gravitazionale:

$$(2.1) \quad v_P(R) = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}},$$

dove $v_P(R)$ è la velocità del pianeta alla distanza R , G la costante di gravitazione universale, $M(R)$ la massa contenuta entro la distanza R (nel sistema solare $M(R)$ è ben approssimata dalla massa del Sole). La Tabella 1 fornisce i risultati che si ottengono applicando la formula (2.1), confrontati con i valori forniti dalla NASA ([11]) relativi alla velocità media dei pianeti lungo la loro orbita attorno al Sole.

La Figura 2 mostra una rappresentazione grafica (non in scala) dei pianeti del sistema solare e le loro velocità orbitali medie secondo la NASA.

Si noti che l'accordo tra i due risultati presentati nella Tabella 1 è alla prima o seconda cifra decimale. Naturalmente le stesse considerazioni valgono se invece di esaminare il Sole e un pianeta si conside-

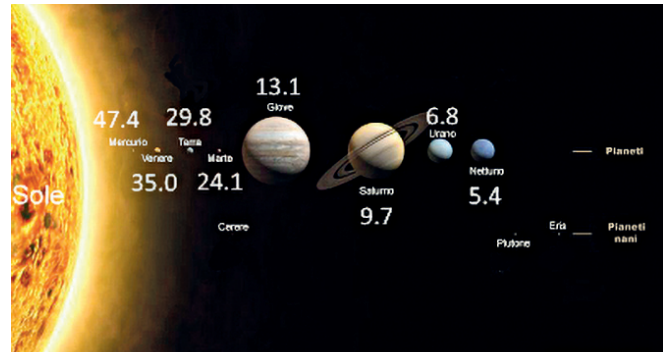


FIGURA 2 – Il sistema solare con l'indicazione delle velocità dei pianeti in km/s (adattata da Wikipedia).

rano un pianeta e un satellite (naturale o artificiale) oppure due oggetti qualsiasi che si attraggono gravitazionalmente. Applicato a due stelle della nostra o di altre galassie, il collegamento tra velocità e distanza sarà di fondamentale importanza per comprendere la motivazione che portò a congetturare l'esistenza della materia oscura.

3. – Alla scoperta del caos

Il problema dei due corpi è solo una prima approssimazione della dinamica del sistema solare che, piuttosto, risulta composto da tantissimi oggetti: otto pianeti, numerosi satelliti, centinaia di migliaia di asteroidi e comete. Si tratta di un sistema di grandissima complessità in cui peraltro ognuno di questi oggetti è dotato di un movimento orbitale attorno al corpo centrale e allo stesso tempo di un moto di rotazione attorno ad un asse interno. Nel problema di Keplero, infatti, abbiamo trascurato il movimento di rotazione, assumendo che i due oggetti siano puntiformi.

TABLE 1. – Velocità v_P dei pianeti usando la formula (2.1) che fornisce la velocità in funzione del semiasse maggiore a e confronto con i valori v_{NASA} della NASA ([11]).

	Mercurio	Venere	Terra	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno
a (10^6 km)	57.9	108.2	149.6	227.9	778.6	1433.5	2872.5	4495.1
v_P (km/s)	47.9	35.0	29.8	24.1	13.0	9.6	6.8	5.4
v_{NASA} (km/s)	47.4	35.0	29.8	24.1	13.1	9.7	6.8	5.4

Molto spesso l'approssimazione del problema a due corpi non è sufficiente a dare una descrizione esauriente della dinamica ed è piuttosto necessario considerare l'attrazione di altri corpi del sistema solare. Procedendo per gradi, dal problema dei due corpi si passa a quello dei tre corpi, come ad esempio il caso della Terra soggetta alla forza gravitazionale di Sole e di Giove. La scelta del pianeta Giove è dettata dal fatto che esso è il corpo celeste più grande dopo il Sole ed esercita un'influenza gravitazionale considerevole sulla Terra.

Il problema dei tre corpi è il modello più studiato della Meccanica Celeste; purtroppo, come ha mostrato Poincaré in [12], tale problema non ammette una soluzione esplicita come invece accade nel problema dei due corpi. Si può tuttavia trovare una soluzione approssimata attraverso l'applicazione della *teoria delle perturbazioni*. Sviluppata già a partire dal XVIII secolo, la teoria delle perturbazioni parte dall'assunzione che si può spesso pensare il problema dei tre corpi come un problema a due corpi, soggetto all'ulteriore perturbazione di un terzo corpo; è questo il caso di Sole-Terra-Giove, in cui il problema a due corpi Sole-Terra è perturbato dall'azione gravitazionale di Giove, molto più debole rispetto all'azione del Sole, poichè la massa di Giove è solo un millesimo di quella del Sole. Ricordando che il problema dei due corpi è integrabile, ovvero è risolubile esattamente (la soluzione è un'ellisse), il problema dei tre corpi si può pensare come una perturbazione di un sistema integrabile.

La teoria delle perturbazioni consente, attraverso elaborati calcoli, di assumere come punto di partenza la soluzione del problema dei due corpi e di trovare un'approssimazione del problema dei tre corpi come una perturbazione dell'ellisse Kepleriana. Il teorema che formalizza la teoria delle perturbazioni è costruttivo e fornisce quindi tutti gli ingredienti per determinare esplicitamente la soluzione approssimata. L'applicazione più famosa della teoria della perturbazioni è senz'altro la scoperta del pianeta Nettuno ad opera di Urbain Leverrier (1811-1877). All'epoca erano state osservate delle discrepanze tra le osservazioni astronomiche di Urano, a quel tempo il pianeta conosciuto più lontano dal Sole, e i calcoli matematici per determinarne la traiettoria. Utilizzando la teoria delle perturbazioni,

Leverrier determinò, entro 5° di precisione, la posizione presunta di un ulteriore pianeta oltre Urano che, con la sua attrazione gravitazionale, poteva giustificare le discrepanze tra teoria ed osservazioni. Leverrier chiese ad un collega astronomo, Johann Galle, di osservare il cielo nella posizione da lui predetta. Grazie ai calcoli basati sulla teoria delle perturbazioni, nel settembre del 1846 si scoprì l'esistenza di Nettuno.

Un altro aspetto molto rilevante del problema dei tre corpi fu la scoperta ad opera di Henri Poincaré (1854-1912) dell'esistenza di moti caotici, ovvero caratterizzati da una dinamica che mostra un'estrema sensibilità alla scelta delle condizioni iniziali. In altre parole, consideriamo un sistema dinamico e prendiamo due condizioni iniziali molto vicine tra di loro. Lasciamo evolvere il sistema secondo le equazioni che descrivono il sistema dinamico a partire dalle due condizioni iniziali. Se la distanza tra le corrispondenti traiettorie si mantiene limitata nel tempo, allora il moto si definisce regolare; se, invece, si osserva una divergenza nel tempo delle traiettorie, allora siamo in presenza di un moto caotico. Dai tempi di Poincaré, la teoria del caos tornò agli onori della ribalta nel 1963, quando il meteorologo Edward Lorenz scoprì un sistema di tre equazioni differenziali del primo ordine che mostrava estrema sensibilità alla scelta delle condizioni iniziali ([9]). Attraverso simulazioni al computer, Lorenz trovò che una variazione infinitesima delle condizioni iniziali conduceva a due diverse soluzioni del sistema di equazioni differenziali, l'una corrispondente a tempo sereno, l'altra ad una tempesta. Una soluzione del sistema di Lorenz è mostrata nel pannello di sinistra della Figura 3; vista la somiglianza grafica di tale soluzione con le ali di una farfalla, nel 1972 Lorenz intitolò una sua conferenza⁽³⁾ "Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?". Nasce così l'iconico "effetto butterfly" come sinonimo di caos.

È interessante osservare che ai tempi di Poincaré la teoria del caos permeava l'ambiente culturale, anche a livello di concetto letterario. L'aneddoto

⁽³⁾ "Prevedibilità: il battito di ali di una farfalla in Brasile può scatenare un tornado in Texas?"

che segue coinvolge la matematica Sofia Vasilevna Kovalevskaya (1850-1891), talvolta chiamata con il diminutivo Sonya Kovalevskaya. Allo stesso tempo in cui Poincaré si dedicava al problema dei tre corpi, Sofia Kovalevskaya studiava la rotazione di un corpo solido attorno a un punto fisso e dimostrava che, solo in casi speciali, tale problema è integrabile ovvero risolubile esattamente ([7]). Per questo risultato nel 1888 vinse il Premio Bordin dell'Accademia Francese delle Scienze. Tali soluzioni integrabili sono casi assai rari, in coerenza con il fatto che il problema dei tre corpi non è integrabile. Sofia Kovalevskaya non si occupò della teoria matematica del caos, ma si avvicinò al caos in maniera piuttosto singolare. Infatti, la Kovalevskaya coltivava anche una passione per la letteratura; scrisse diverse commedie, romanzi, poemi, tra cui la commedia “La lotta per la felicità: come è stato e come sarebbe potuto essere”, scritta con Anna Carlotta Leffler. La commedia, disponibile in svedese, si compone di due atti che si svolgono parallelamente nel tempo: entrambi gli atti partono dallo stesso inizio e con gli stessi protagonisti, ma le storie hanno destini diversi nei due atti. La trama della commedia coinvolge due coppie di giovani. Nel primo atto, “Come è stato”, Alisa, di nobili origini, rifiuta il povero spasimante Karl e, per un senso del dovere, sposa il cugino Hjalmar, il quale rinuncia all'amata Paula, sorella di Karl, per sposare la ricca Alisa. Tutti sono infelici, Karl sposa un'altra donna e Hjalmar si suicida. Nel secondo atto, “Come sarebbe potuto essere”, si parte dalla stessa trama con il matrimonio tra Alisa e Hjalmar. I protagonisti trovano però il coraggio di cambiare le loro vite: Alisa e Hjalmar divorziano, Karl e Alisa si sposano, Hjalmar si dichiara a Paula. La commedia termina con Karl e Alisa che creano una cooperativa nella loro fabbrica, e decidono di dividere gli introiti con gli impiegati. Con un po' di fantasia, possiamo interpretare la commedia come una trasposizione letteraria della teoria del caos.

E a proposito di letteratura, visto che le poche fotografie disponibili non ritraggono mai la Kovalevskaya ampiamente sorridente, vale la pena di concludere con la frase che a lei viene attribuita in un racconto del premio Nobel per la letteratura Alice Munro ([10]): “Sembro piuttosto seria nelle fotografie perché la gente non avrebbe fiducia in me se sorridessi”.

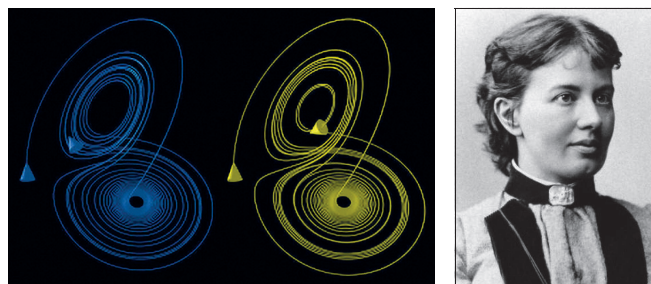


FIGURA 3 – Sinistra: la teoria del caos, due orbite del sistema di Lorenz con condizioni iniziali vicine $(0, 0, 1)$, $(0, 0, 1.00001)$ e traiettorie divergenti (fonte Wikipedia). Destra: Sofia Kovalevskaya (1850-1891) (fonte Wikipedia).

4. – La classificazione delle stelle

Per arrivare alla materia oscura abbiamo bisogno di altri ingredienti e, in particolare, abbiamo bisogno di approfondire la conoscenza di stelle e galassie. Andiamo all'inizio del '900 e cominciamo dal racconto della storia di Williamina Paton Stevens (1857-1911). Nata in Scozia, lavorò come insegnante per alcuni anni e nel 1877 sposò James Orr Fleming; entrambi si trasferirono negli Stati Uniti, ma poco dopo il loro arrivo in America, il marito abbandonò la moglie, proprio mentre aspettava un bambino. La Fleming aveva necessità di lavorare per mantenere il figlio e se stessa. Non avendo alcuna preparazione specialistica, e in particolare scientifica, accettò un lavoro come governante presso la famiglia di Edward Charles Pickering (1846-1919), un famoso astronomo di Harvard. Pickering rivestì la carica di direttore dell'Osservatorio Astronomico di Harvard nel periodo 1877-1919. I progetti scientifici di Pickering consistevano in studi ottici e fotografici delle stelle, e nell'analisi spettroscopica per poter fotografare, misurare e classificare gli spettri stellari. Per raggiungere i suoi obiettivi scientifici, aveva necessità di assumere numerosi assistenti, più economici possibile, per compiere lavori di routine come calcolare e copiare. L'obiettivo principale era di completare il catalogo dell'astronomo Henry Draper (1837-1882), pioniere dell'astrofotografia. Tra i numerosi risultati scientifici di rilievo, ricordiamo che Draper ottenne la prima immagine dello spettro di una stella, la prima fotografia della nebulosa di Orione, iniziò un catalogo stellare comprendente dati astrometrici e spettroscopici, che raggiunse la cifra di 359 000 stelle, anche debolmente luminose.

Nel 1879 Pickering offrì alla Fleming un lavoro part-time all'Osservatorio, perché si rese conto che la Fleming riusciva a lavorare meglio di molti assistenti di genere maschile. Tra il 1885 e il 1890 assunse oltre 40 donne, che divise in “calcolatori” e “registratori” a seconda della mansione ad esse assegnata; le assistenti venivano pagate 25 centesimi all'ora, meno di una segretaria. Tra le donne che lavorarono in quello che scherzosamente veniva chiamato l'*harem di Pickering* troviamo scienziate di grande valore ([16]) che hanno scritto la storia dell'astronomia, tra cui le quattro scienziate di cui diamo qui sotto un breve cenno biografico.

- 1) Williamina Fleming (1857-1911) contribuì alla classificazione del catalogo Henry Draper, scoprendo 59 nebulose, 310 stelle variabili, 10 novae, 94 stelle Wolf-Rayet. Fu nominata Direttore del laboratorio di fotografia, membro della Royal Astronomical Society di Londra e dell'Astronomical Society del Messico;
- 2) Annie Jump Cannon (1863-1941) entrò nel Wellesley College nel 1880, dove si laureò nel 1884. Da giovane contrasse la scarlattina e diventò quasi non udente. Nel 1896 divenne assistente di Edward Pickering; accurata e veloce, nella sua vita riuscì a classificare circa 350 000 stelle, fino a 300 all'ora. Sviluppò un'importante classificazione stellare, dividendo le stelle in classi spettrali contrassegnate con le lettere O, B, A, F, G, K, M; in alcuni libri di testo (anche relativamente recenti) si suggeriva di ricordare tali lettere come le iniziali della seguente frase: “Oh Be A Fine Girl, Kiss Me”. Ottenne il dottorato honoris causa ad Oxford nel 1925, la medaglia Henri Draper nel 1931, il premio Ellen Richards nel 1932. Fu la prima donna a diventare dirigente dell'American Astronomical Society;
- 3) Henrietta Leavitt (1868-1921) si laureò al Radcliffe College e dal 1902 lavorò come assistente di Pickering. Interruppe il lavoro per diversi anni a causa di una malattia, che la rese quasi sorda. Collegò i periodi di alcune stelle (le variabili Cefeidi) alla loro luminosità intrinseca. La relazione di Leavitt tra periodo e luminosità consentì di calcolare la distanza delle stelle e con tale relazione l'astronomo Shapley determinò la grandezza della Via Lattea. La misura delle distanze

consentì di trovare stelle Cefeidi in altre galassie, ponendo fine al grande dibattito tra gli astronomi Shapley e Curtis, riguardante la questione dell'appartenenza di alcune nebulose alla Via Lattea o piuttosto ad altre galassie, separate dalla nostra galassia. Quattro anni dopo la morte della Leavitt, il matematico Gösta Mittag-Leffler la propose per il premio Nobel, ma non poté comunque esserle assegnato postumo;

- 4) Antonia C. Maury (1866-1952), nipote di Henri Draper, studiò al Vassar College come allieva di Maria Mitchell, la prima donna astronoma professionista americana. Maury si laureò nel 1887 e due anni dopo cominciò a lavorare come *computer* per la classificazione di spettri stellari nell'emisfero Nord. Rielaborò lo schema della Fleming e raffinò la classificazione stellare introducendo un proprio sistema di classificazione. Dallo spettro stellare ottenne la magnitudine assoluta (una quantità collegata alla luminosità delle stelle) e misurando la magnitudine apparente⁽⁴⁾ determinò la distanza delle stelle. Secondo l'astronomo Ejnar Hertzsprung, il lavoro della Maury “fu uno dei progressi più importanti nella classificazione stellare”.

Ad ognuna di loro è dedicato un cratere lunare. Grazie al loro lavoro conosciamo molte interessanti proprietà di stelle e galassie. La Figura 4 mostra Edward Pickering nella stanza in cui lavoravano alcune sue collaboratrici.

5. – La programmazione dei computer

Dalle leggi di Keplero siamo passati al problema dei tre corpi, che ci ha consentito di scoprire il caos; poi siamo arrivati a studiare le caratteristiche delle galassie, che sono sistemi a molti corpi di grande complessità, perché ognuna è costituita da circa 100 miliardi di stelle. Abbiamo quindi bisogno di un altro ingrediente per poter simulare un sistema così complesso: un computer programmabile.

⁽⁴⁾ La magnitudine apparente è un indice di quanto ci appare luminoso un oggetto nel cielo, mentre la magnitudine assoluta è la luminosità di un oggetto alla distanza fissata di 10 parsec, pari a 32.6 anni luce.



FIGURA 4 – Il Direttore dell'Harvard College Observatory Edward Pickering (in piedi a sinistra) e alcune collaboratrici (si ringrazia l'Harvard University Archives).

Ci spostiamo alla metà del XX secolo; durante la seconda guerra mondiale, lo stato americano, carente di uomini impegnati al fronte, assunse donne matematiche allo scopo di elaborare complessi calcoli e precisamente per compilare le tavole balistiche per calcolare le traiettorie dei proiettili, le cosiddette tabelle *bombing and firing* ([2]). Si trattava di calcoli estremamente importanti per le persone in guerra, ma assai complicati perchè necessitavano di risolvere a mano delle equazioni differenziali che dipendevano da diversi fattori, quali l'angolo di tiro, la dimensione del proiettile e l'attrito atmosferico. La procedura consisteva nel discretizzare le equazioni differenziali che descrivono il modello del proiettile e nell'usare un passo di integrazione temporale molto piccolo (0.1 secondi). Per calcolare una traiettoria di 30 secondi erano necessarie 20 ore di calcoli a mano. Con l'utilizzo del primo analizzatore differenziale il tempo di calcolo si ridusse a 30 minuti, ancora troppo lento. Il punto di svolta si ebbe con l'introduzione del primo computer moderno chiamato ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer), un progetto della US Army a Philadelphia realizzato dagli ingegneri Presper Eckert e John Mauchly. Essi assunsero 366 matematiche per programmare la macchina; tra di esse le matematiche Fran Bilas, Betty Jean Jennings Bartik, Ruth Lichterman, Kay McNulty, Betty Snyder, Marlyn Wescoff. Nella loro biografia [1] viene detto esplicitamente che non avevano un ufficio, non disponevano di un manuale operativo,

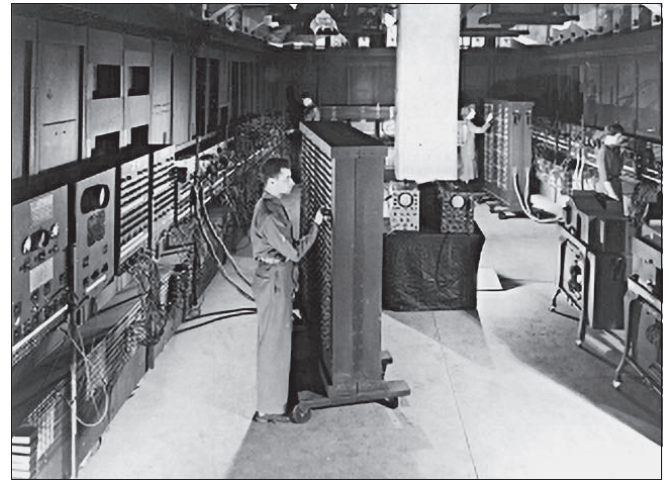


FIGURA 5 – Un'immagine delle matematiche che lavoravano all'ENIAC (fonte "U.S. Army photo, Public domain, via Wikimedia Commons").

nessun istruttore, ma possedevano solo un diagramma a blocchi di questa macchina parallela. In compenso avevano un'illustre predecessore: la matematica Ada Lovelace (1815-1852), figlia di Lord Byron e Anne Isabella Milbanke, che scrisse il primo software di una macchina analitica ideata da Charles Babbage.

La presentazione dell'ENIAC avvenne il 15 Febbraio 1946. La notte prima della presentazione il computer ancora non funzionava perfettamente, perchè il calcolo non si fermava quando la traiettoria del proiettile toccava terra. Fortunatamente durante la notte precedente la presentazione Betty Snyder realizzò che era necessario cambiare una delle dieci posizioni degli oltre 3 000 interruttori: con quest'ultimo ritocco, l'ENIAC calcolò la traiettoria senza errori e più velocemente del viaggio del proiettile.

La dimostrazione dell'ENIAC fu un vero successo; dopo la presentazione tutti gli uomini si recarono ad una cena di celebrazione alla Houston Hall del campus. Nella biografia scritta dalla Bartik ([1]) si sottolinea che le donne vennero lasciate negli uffici, senza una parola di congratulazioni e non vennero incluse nei festeggiamenti; tuttavia, la Bartik concluse la descrizione di questa esperienza con la frase "at least all of us women could feel a quiet satisfaction in being able to say *I was there*"⁽⁵⁾.

⁽⁵⁾ "almeno, tutte noi donne potemmo provare soddisfazione nel poter dire "io ero lì" ".

Il loro lavoro continuò ad essere dimenticato fino agli anni '80, quando una studentessa di Harvard, Kathy Kleiman, trovò una fotografia che ritraeva ingegneri e progettisti insieme a due collaboratrici donne (si veda ad esempio la Figura 5). Kleiman chiese chi fossero le due donne ad uno storico dell'informatica, professore ad Harvard, il quale le rispose di non conoscerle e che probabilmente erano solamente delle "Refrigerator Ladies", ovvero donne che erano in posa vicino alle macchine per renderle più attraenti, così come si fa nel marketing per vendere, ad esempio, più frigoriferi ([2], si veda anche [3]).

Da allora, nonostante l'oblio delle prime programmatrici dell'umanità, i computer hanno avuto un inarrestabile progresso e sono diventati uno strumento fondamentale per esplorare l'universo e la materia oscura.

6. – La materia oscura

Oltre alle leggi di Keplero, al caos e alle galassie, abbiamo ora un computer che ci consentirà di arrivare finalmente alla materia oscura di cui la protagonista femminile sarà l'astronoma Vera Rubin (1928-2016).

Nata a Philadelphia, Vera Cooper Rubin si diplomò al Vassar College; successivamente provò ad entrare all'Università di Princeton, ma non ricevette nemmeno il catalogo dei corsi offerti, perché alle donne non era consentito studiare astronomia a Princeton. Studiò quindi alla Cornell University e conseguì il dottorato di ricerca alla Georgetown University. Successivamente venne invitata dall'astronomo Allan Sandage a presentare la richiesta di utilizzo dei telescopi installati presso gli osservatori più importanti dell'epoca, situati a Monte Wilson e Monte Palomar. Nella sua autobiografia [13], si legge che sul modulo era stampato che a causa di limitate infrastrutture non era possibile accettare le domande presentate da donne; le infrastrutture mancanti erano le *toilette* per signore. Tuttavia, qualche persona particolarmente lungimirante aggiunse sul modulo di Vera Rubin che "di solito" non erano accettate domande presentate da donne, lasciandole così la possibilità di inviare la richiesta. Vera Rubin presentò la domanda, che venne accolta

positivamente. In questo modo le venne concesso di compiere osservazioni astronomiche assieme al collega Ken Ford, che aveva elaborato uno spettrografo di altissima precisione.

Insieme studiarono le stelle di circa 60 galassie a spirale e misurarono la loro velocità orbitale. Come abbiamo illustrato nella Sezione 2, secondo la terza legge di Keplero la velocità delle stelle in una galassia dovrebbe diminuire come l'inverso della radice quadrata della distanza delle stelle dal centro della rispettiva galassia. Al contrario, Rubin e il suo collaboratore osservarono che le velocità orbitali delle stelle nelle galassie, invece di decrescere, rimangono costanti con la distanza dal nucleo galattico. Una simile conclusione era già stata formulata dall'astronomo svizzero Fritz Zwicky nel 1933, che studiò le velocità delle galassie (e non delle singole stelle) nell'ammasso della Chioma e nell'ammasso della Vergine (senza però considerare il contributo del gas intergalattico formato da materia ordinaria). La conclusione di Zwicky era basata sulla determinazione della massa attraverso il teorema del viriale. In un sistema autogravitante ad energia negativa (che corrisponde a considerare orbite ellittiche nel problema dei due corpi, piuttosto che paraboliche o iperboliche), l'energia totale è somma dell'energia cinetica $\mathcal{T}$ e dell'energia potenziale V ; il teorema del viriale afferma che $\mathcal{T}$ e V soddisfano la relazione

$$2\langle\mathcal{T}\rangle_t = -\langle V\rangle_t,$$

dove $\langle\cdot\rangle_t$ denota la media temporale su un tempo t sufficientemente lungo. I termini $\mathcal{T}$ e V dipendono dalla massa, che è l'incognita dell'equazione, dalle velocità, misurabili sfruttando l'effetto Doppler, e dalle distanze relative che, per galassie di cui è nota la distanza, si ottengono misurando le separazioni angolari. Assumendo che le galassie di uno stesso ammasso abbiano masse comparabili, il teorema del viriale fornisce il valore della massa gravitazionale dell'ammasso. L'eccesso di massa trovato da Zwicky utilizzando il teorema del viriale venne attribuito alla presenza di materia non luminosa, a complemento della materia ordinaria di cui sono costituiti stelle e pianeti.

Studiando le stelle in una galassia (invece delle galassie in un ammasso, come fece Zwicky), Rubin e Ford ([14]) notarono che le velocità orbitali non decrescevano con la distanza secondo quanto previ-

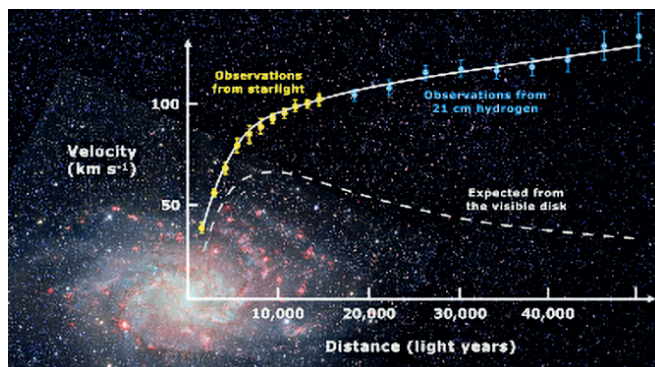


FIGURA 6 – Curva di rotazione della galassia Messier 33 ottenuta interpolando i punti gialli e azzurri (con relative barre di errore) ottenuti attraverso osservazioni sperimentali; la previsione in base alla materia visibile è mostrata dalla linea tratteggiata ([8]). La discrepanza tra le due curve può essere giustificata dall'esistenza di un alone di materia oscura che circonda la galassia (fonte Wikipedia).

sto teoricamente come mostrato nella Figura 6; essendo la velocità costante, Rubin congetturò che la diminuzione della massa brillante dal centro della galassia doveva essere compensata dall'aumento di materia non brillante, appunto la materia oscura o “dark matter”. In particolare, la materia oscura non emette radiazione elettromagnetica, ma può essere osservata solamente attraverso la sua azione gravitazionale.

In un successivo articolo scritto da Rubin, Ford e Thonnard ([15]), gli autori concludono che le loro osservazioni degli spettri e delle curve di rotazione delle galassie pongono dei vincoli sui modelli di formazione ed evoluzione delle galassie. In particolare, il profilo delle curve di rotazione sembra evidenziare che la massa non è concentrata al centro, ma che una massa significativa si trova diffusa a grandi distanze dal nucleo galattico; inoltre, la massa non converge ad un limite al confine dell'immagine ottica e questa osservazione porta inevitabilmente a concludere che esista un alone di materia non luminosa che si estende ben oltre la galassia ottica⁽⁶⁾. Con queste conclusioni, l'esistenza della materia oscura ha ormai un solido fondamento scientifico.

La stima della percentuale di materia oscura che compone l'intero universo è di circa il 27%, mentre il

⁽⁶⁾ “The conclusion is inescapable that non-luminous matter exists beyond the optical galaxy”, [15].

5% rappresenta la materia ordinaria e la parte rimanente è l'energia oscura (si veda la Figura 7). Il termine energia “oscura” indica nuovamente che di tale energia si hanno solo prove indirette, e precisamente l'espansione con accelerazione dell'universo.

Non è noto di cosa sia composta la materia oscura, è più semplice dire che non è composta da materia visibile. Possibili spiegazioni sono al vaglio degli scienziati. Materia oscura “ordinaria” potrebbe provenire da pianeti con una massa non sufficiente a diventare stelle, e pertanto destinati a non produrre energia, e quindi a non essere luminosi. Più in generale, oltre ai pianeti, anche stelle nane brune e buchi neri costituiscono la classe dei MACHO, “MAssive Compact Halo Objects”, e potrebbero contribuire alla massa complessiva delle galassie, anche se i dati del progetto EROS negli anni '90 suggeriscono che tali oggetti non sono sufficientemente numerosi da giustificare la massa mancante.

I neutrini potrebbero contribuire alla materia oscura, ma dovrebbero avere una massa sufficiente per giustificare l'abbondanza di materia non visibile. I fisici provano a cercare particelle esotiche come i *neutralini* predetti dalla teoria SUSY, SUper SYmmetry, oppure cercano particelle ad interazione debole, che vengono genericamente indicate con il nome WIMP, acronimo di “Weakly Interacting Massive Particles” ([4]).

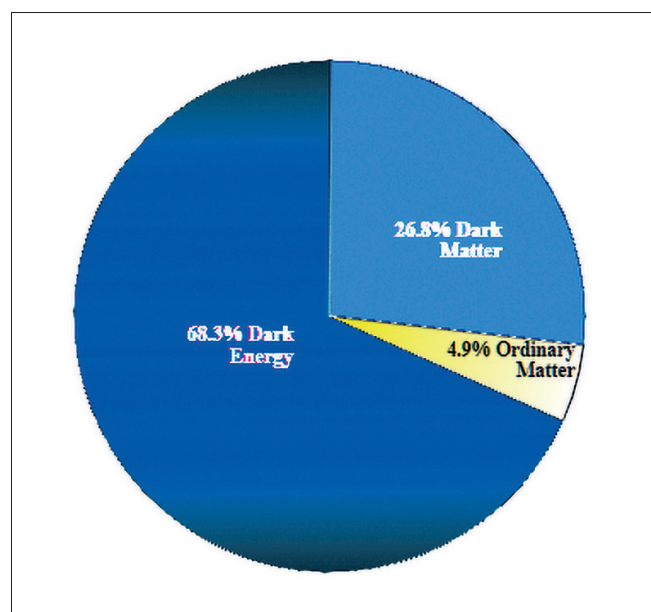


FIGURA 7 – Composizione dell'universo in materia ordinaria, materia oscura ed energia oscura (fonte Wikipedia).

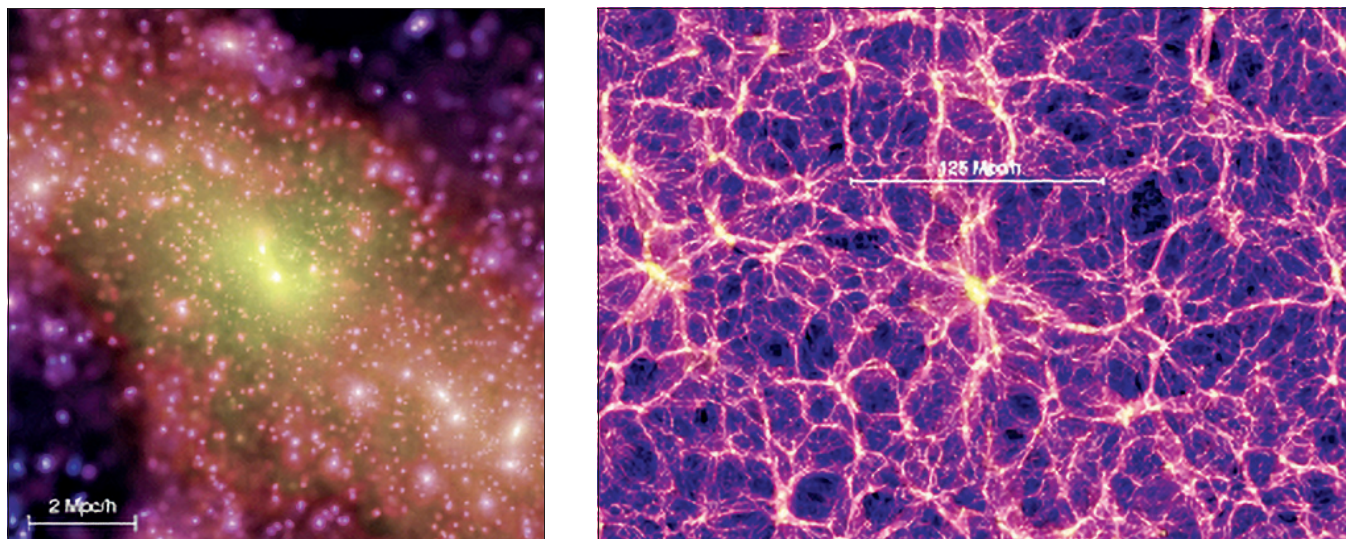


FIGURA 8 – Sinistra: distribuzione della materia oscura nella galassia. Destra: distribuzione della materia oscura in un ammasso di galassie (fonte Springel et al., Virgo Consortium, Max-Planck-Institute for Astrophysics).

Esiste un'alternativa alla materia oscura per giustificare la discrepanza tra teoria e osservazioni? Una possibilità è rappresentata dalla teoria MOND, M^Odified Newtonian Dynamics, sviluppata dal fisico israeliano Mordehai Milgrom nel 1983; tuttavia, tale teoria richiederebbe una modifica sostanziale della forza di gravitazione, che a grandi distanze si dovrebbe comportare come l'inverso della distanza, invece dell'inverso del quadrato della distanza in accordo alla legge di gravitazione di Newton.

Studi relativamente recenti nell'ambito del "Millennium Simulation Project" hanno mostrato un'interessante simulazione della distribuzione nell'universo della materia oscura. A partire dalla congettura di Vera Rubin e Ken Ford, la simulazione è effettuata dal Max Planck Centre con un super-computer (assai più potente di quello usato dalle "Refrigerator Ladies"), zoomando su un ammasso di galassie (ben studiate dalle scienziate dell'harem di Pickering), ovvero un ammasso composto da 10^{10} oggetti (quindi un problema a N -corpi con $N = 10^{10}$ di grandissima complessità, decisamente più complesso del caotico problema dei tre corpi o del regolare problema di Keplero).

Su scale maggiori di quelle delle singole galassie, la materia oscura potrebbe disporsi in filamenti, senza essere distribuita uniformemente e formando una sorta di gigantesca ragnatela. Per il momento,

se vogliamo averne un'idea guardiamo la simulazione della Figura 8, in attesa che un'altra scienziata o un altro scienziato ci svelino di cosa è composto il 27% dell'universo. Non è poco, considerando che si stima che la parte osservabile dell'universo abbia un raggio di circa 46.5 miliardi di anni luce, ovvero $4.4 \cdot 10^{23}$ km ovvero 10 trilioni di giri della Terra all'equatore. Non è affatto poco.

7. – Conclusioni

Qui di seguito tre diverse possibili versioni per le conclusioni.

Versione n. 1: in questo articolo abbiamo raccontato il contributo, diretto o indiretto, attraverso i secoli di scienziat*, e in particolare di alcune donne (prevalentemente matematiche e astronome), con cui si è arrivati alla congettura dell'esistenza della materia oscura.

Versione n. 2: in questo articolo abbiamo descritto gli ingredienti scientifici principali, dalle leggi di Keplero alle curve di rotazione, che, attraverso i secoli, hanno portato ad ipotizzare l'esistenza della materia oscura.

Versione n. 3: in questo articolo abbiamo descritto gli elementi scientifici con cui si è arrivati alla congettura della materia oscura; a tale risultato hanno contribuito scienziat* di grande valore, senza

distinzione di sesso, perché tutte le idee scientifiche sono uguali ed hanno pari dignità di fronte alla Scienza⁽⁷⁾.

Lascio al lettore la scelta della conclusione preferita, senza dimenticare che ad un risultato così importante (ed affatto trascurabile visto che si stima che la quantità di materia oscura sia oltre un quarto dell'universo) probabilmente non si sarebbe arrivati se nel cammino si fossero interposti... una toilette per signore, un frigorifero, un harem, un sorriso, o una strega, forse, ma comunque una strega senza lacrime.

Ringraziamenti. Prima di scrivere questo articolo, ho presentato il suo contenuto in alcuni eventi che hanno contribuito a consolidare il racconto. Tra questi, la conferenza pubblica per la EWM/EMS a Berlino nell'ambito del 7th ECM il 20 Luglio 2016, l'intervista a RadioTre Scienza condotta magistralmente da Rossella Panarese il 3 Gennaio 2017, la conferenza della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali all'Accademia Nazionale dei Lincei il 9 Marzo 2018.

Un ringraziamento particolare a Francesco Berilli, Menico Rizzi, Enrico Romita, Nicola Vittorio

⁽⁷⁾ L'autrice ha preso ispirazione dalla prima parte dell'Articolo 3 della Costituzione italiana: "Tutti i cittadini hanno pari dignità sociale e sono eguali davanti alla legge, senza distinzione di sesso, di razza, di lingua, di religione, di opinioni politiche, di condizioni personali e sociali". Sarebbe auspicabile che ognuno di noi ricordasse e mettesse in pratica anche la seconda parte dell'Articolo 3, che afferma: "è compito della Repubblica rimuovere gli ostacoli di ordine economico e sociale, che, limitando di fatto la libertà e l'eguaglianza dei cittadini, impediscono il pieno sviluppo della persona umana e l'effettiva partecipazione di tutti i lavoratori all'organizzazione politica, economica e sociale del Paese".



Alessandra Celletti

Alessandra Celletti è Professoressa ordinaria di Fisica Matematica all'Università di Roma Tor Vergata, vice-Presidente e membro del Consiglio Direttivo dell'ANVUR. I suoi interessi scientifici riguardano la meccanica celeste e la teoria dei sistemi dinamici, con particolare riferimento alla teoria KAM, alle traiettorie interplanetarie e allo studio della dinamica dei detriti spaziali. Da sempre si è dedicata all'attività di divulgazione scientifica tramite articoli, libri, conferenze e video. L'asteroide 2005 DJ1, n. 117539 porta il nome Alessandra Celletti. L'American Astronomical Society – Division on Dynamical Astronomy (DDA) ha assegnato ad Alessandra Celletti il Brouwer Career Award 2023.

per l'attenta lettura e i preziosi suggerimenti che hanno contribuito a migliorare il testo.

REFERENCES

- [1] J.J. BARTIK, *Pioneer Programmer*, Truman State University Press (2013)
- [2] S. BENVENUTI, L. PAGLI, *Refrigerator Ladies*, Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, 1, n. 1, 51-64 (2016)
- [3] S. BENVENUTI, L. PAGLI, *Le scienziate dimenticate: Margaret Hamilton, le missioni sulla Luna, matematica e programmazione*, Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, 6, 23-35 (2021)
- [4] G. BERTONE, D. HOOPER, J. SILK, *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*, Physics Reports 405, n. 5-6, 279-390 (2005)
- [5] M. CASPAR, *Kepler*, Abelard-Schuman (1959)
- [6] A. CELLETTI, *Stability and Chaos in Celestial Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin; published in association with Praxis Publishing Ltd. (2010)
- [7] R. COOKE, *The Mathematics of Sonya Kovalevskaya*, Springer New York, NY (2011)
- [8] E. CORBELLI, P. SALUCCI, *The extended rotation curve and the dark matter halo of M33*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 311, n. 2, 441-447 (2000)
- [9] E.N. LORENZ, *Deterministic Nonperiodic Flow*, J. Atmospheric Sciences 20, n. 2, 130-141 (1963)
- [10] A. MUNRO, *Troppa felicità*, Einaudi editore (2011)
- [11] <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>
- [12] H. POINCARÉ, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Gauthier-Villars (1892)
- [13] V.C. RUBIN, *Bright Galaxies, Dark Matters*, American Institute of Physics Melville, NY (1996)
- [14] V.C. RUBIN, W.K. FORD Jr, *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions*, The Astrophysical Journal 159, 379-403 (1970)
- [15] V.C. RUBIN, W.K. FORD Jr, *Rotational properties of 21 Sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 (R = 4 kpc) to UGC 2885 (R = 122 kpc)*, The Astrophysical Journal 238, 471-487 (1980)
- [16] D. SOBEL, *Le stelle dimenticate. Storia delle scienziate che misurarono il cielo*, Rizzoli editore (2017)