
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MARIA MELLONE, ANNUNZIATA DI MARIA, PAOLA LATTARO, ELIANA DELLA VENTURA

La tombola Infernale, un progettodi informal mathematics educational tempo della pandemia

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 7 (2022), n.3, p. 289–305.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2022_1_7_3_289_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

La tombola Infernale, un progetto di *informal mathematics education* al tempo della pandemia

MARIA MELLONE

Università di Napoli

E-mail: maria.mellone@unina.it

ANNUNZIATA DI MARIA

E-mail: nunziadimaria@gmail.com

PAOLA LATTARO

E-mail: paolalattaro1@gmail.com

ELIANA DELLA VENTURA

E-mail: dv.eliana@gmail.com

Sommario: *Quindici adolescenti provenienti da quartieri e istituti differenti, guidati dai docenti dell'associazione Matematici per la città, hanno attraversato Napoli facendo lezione nei parchi, nelle piazze, in spazi inaspettati della città che si è trasformata in una magnifica aula a cielo aperto. Il percorso didattico descritto è stato svolto nel periodo in cui le scuole erano chiuse ed è stato proprio una risposta alla chiusura a oltranza della scuola campana nel periodo pandemico. Nell'articolo vengono raccontate e analizzate le attività svolte, collocate nel campo della Mathematical Informal Education e il progetto viene letto attraverso la lente della linguistica funzionale, anche se diversi sono i quadri teorici che fanno da sfondo a un percorso complesso e ricco come quello della tombola Infernale.*

Abstract: *Fifteen teenagers from different neighborhoods and institutes, led by teachers of the Association "Matematici per città", crossed Naples living classes in the parks, squares, unexpected spaces of the city that has turned into a magnificent open-air classroom. The educational path described was carried out during the time in which the schools were closed and was exactly a response to the indefinite closure of the Campania school in the COVID 19 pandemic time. The article describes and analyzes the activities carried out, placed in the field of Mathematical Informal Education and the project is read through the lens of functional linguistics, even if there are different theoretical frameworks in the background of a complex and rich path such as that of the Infernal tombola.*

Introduzione

La pandemia, come una lente d'ingrandimento su questioni già sicuramente presenti, ha evidenziato ancora più chiaramente, a livello mondiale, le difficoltà della scuola nel raggiungimento degli ambiziosi

e fondamentali obiettivi di inclusione, di attenzione alle difficoltà degli studenti e di valorizzazione delle diversità (Bakker, Cai & Zenger, 2021). La scuola italiana, con tutte le sue fragilità, ha sicuramente una tradizione importante di attenzione alle difficoltà, anche in termini legislativi, ma è evidente come in molte realtà si faticò. D'altra parte, la didattica a distanza, che in alcuni casi ha rappresentato l'unico ponte tra alunni e docenti, ha evidenziato anche

Accettato: il 4 novembre 2022.

alcuni aspetti di criticità contestuali (come, ad esempio, un accesso alla rete e alle risorse informatiche mediamente insufficiente nel Paese) e comunque tutta la sua debolezza proprio relativamente agli obiettivi di inclusione. Si potrebbe discutere molto sui motivi di questa debolezza – limiti strutturali e pedagogici della didattica a distanza o poca formazione a monte su come usare al meglio questi strumenti? Noi un'idea ce l'abbiamo, ma non vogliamo parlare di questo, piuttosto osservare come l'inefficacia percepita della didattica a distanza non abbia portato a pensare di sperimentare nuovi modi di fare scuola.

In questo articolo vogliamo parlare di una meravigliosa eccezione a questo: *La tombola Infernale*, sperimentazione didattica sviluppata in Campania a livello di scuola secondaria (di primo e secondo grado).

Nato per celebrare il settimo centenario della morte di Dante, ideato da *Matematici per la città*, portato avanti dalle docenti di matematica Paola Lattaro e Nunzia Di Maria, *La tombola Infernale* è un modulo di *Bella Presenza*, progetto che vede la partecipazione di una rete molto ampia di realtà educative attive, oltre che in Campania, anche in Toscana e Piemonte, e che ha come capofila a Napoli la cooperativa *Dedalus*. Il percorso dedicato alla prima cantica della *Divina Commedia* ha ricevuto il patrocinio del Dipartimento di Matematica, rappresentato da Maria Mellone, docente di Didattica della matematica, e del Dipartimento di Studi Umanistici, rappresentato dal suo direttore, Andrea Mazzucchi e dal docente Antonio Del Castello.

La tombola Infernale può essere definito un laboratorio di apprendimento interdisciplinare, nel contesto dell'educazione matematica informale, finalizzato allo sviluppo di competenze in ambito matematico, linguistico-letterario e grafico.

Come detto in precedenza, la realizzazione del progetto è coincisa con il periodo pandemico, ponendosi l'obiettivo di coinvolgere i ragazzi in attività laboratoriali in presenza, all'aperto, perseguendo dunque anche un altro obiettivo importante della scuola di base: far conoscere il proprio territorio. I partecipanti hanno avuto la possibilità di scoprire luoghi di Napoli in cui molti di loro non erano mai stati oppure erano stati, ma senza mai soffermarsi.

Informal mathematics education

Il progetto *La tombola Infernale* si colloca nell'emergente campo di ricerca, all'interno della Mathematics Education, dell'*Informal Mathematics Education* (cfr. ad esempio, Nemirovsky, Kelton & Civil, 2017 e Carotenuto, Mellone, Sabena & Lattaro, 2020). Questo ambito di ricerca intende esplorare, analizzare e progettare le potenzialità per l'insegnamento della matematica di spazi di apprendimento differenti dagli spazi scolastici, come ad esempio mostre o attività di problem solving in contesti reali (intersecandosi con quella che è nota come RME – Realistic Mathematics Education). Questo approccio ovviamente comporta anche un cambiamento relativamente alla valutazione, che si basa su un'osservazione continua e che valorizza i diversi contributi portati all'interno di attività lunghe, ovvero che non seguono i rigidi tempi che tipicamente caratterizzano le attività matematiche in classe. Durante questi percorsi non sono previste nemmeno forme tradizionali individuali di valutazione finale: questo permette di ridurre molto il carico emotivo di chi ha difficoltà in matematica e di aumentare la motivazione intrinseca all'obiettivo (e non fare per avere un buon voto). L'apprendimento finale è comunque documentato attraverso prodotti e presentazioni autonomamente sviluppate dagli studenti, anche in collaborazione. D'altra parte, la caratteristica più importante per l'obiettivo inclusivo delle attività in contesti informali è la volontarietà della partecipazione degli studenti alle attività. Le attività proposte in questi contesti si plasmano durante il loro svolgimento, adattandosi agli stimoli e alle curiosità matematiche che emergono durante le attività stesse, seguendo, quindi, gli interessi degli studenti.

Per tutte queste ragioni, i contesti di educazione matematica informale sono generalmente apprezzati per il loro potenziale nel lavorare su contenuti significativi della matematica, coinvolgendo tutti gli allievi, anche quelli in difficoltà, in maniera creativa e motivante.

Essendo attività che richiedono continuamente un'interazione con gli altri, siano essi pari o le persone che gli allievi incontrano durante i laboratori e con le quali devono interagire, lo sviluppo dei processi di comunicazione costituisce un altro obiettivo fondamentale nella progettazione del lavoro da fare

nell'ambito dell'educazione matematica informale. Sono, infatti, continuamente proposte situazioni nelle quali gli studenti debbano confrontarsi e, eventualmente, mettere per iscritto i processi risolutivi dei problemi affrontati. Il confronto e l'interazione sono, quindi, centrali in questo tipo di proposte educative anche per favorire l'inclusione, la partecipazione e valorizzazione di tutti i discenti coinvolti. A questo fine, durante gli incontri è favorita la messa in gioco di diverse modalità di azione e comunicazione, tipicamente sacrificate nelle lezioni tradizionali in aula, in particolare il movimento e coinvolgimento del corpo, attraverso l'uso di artefatti e attività matematiche appositamente progettate.

Per quanto riguarda l'interdisciplinarietà, i contesti di didattica della matematica informale nascono interdisciplinari per loro natura: la grandissima fluidità dei confini tra saperi consente di intrecciare in maniera naturale e quasi inevitabile la matematica con discipline come la letteratura, l'arte, la tecnologia e le altre scienze. Rispetto a questo tema, nel progetto La tombola Infernale, di cui qui parliamo, la *Divina Commedia* – focus del percorso – è di per sé un prodotto culturale immenso, che offre una quantità incredibile di possibili spunti interdisciplinari. In particolare molti autori hanno evidenziato i collegamenti tra Dante e matematica, ad esempio, D'Amore ha definito il sommo poeta come colui che riesce a “parlare di scienza con il linguaggio della poesia senza rinunciare al rigore e neppure compromettere la dimensione estetica” (D'Amore, 2021, p. 70). In effetti nella *Divina Commedia* sono presenti molti riferimenti e richiami scientifici di astronomia, fisica e matematica, e per quest'ultima, in particolare, si fa riferimento a numerose questioni numerologiche, di aritmetica, geometria, logica e probabilità.

Ad esempio, nelle terzine riportate sotto emergono degli interessanti riferimenti all'aritmetica.

*“Tu credi che a me tuo pensier mei
Da quel ch'è primo, così come raia
Dall'un, se si conosce, il cinque e 'l sei*

*e però chi mi sia e perch'io paia
più gaudioso a te, non mi dimandi
che alcun altro in questa turba gaia.*

Tu credi il vero;”

(*Paradiso*, XV, vv. 55-61)

In questi versi a parlare è Cacciaguada, che afferma che, come Dio è l'ente primo, al principio di ogni cosa, così, partendo dall'unità si ottengono il 5 e il 6. Per Trombetti e Zollo, questo riferimento fatto da Dante potrebbe essere addirittura un'anticipazione, o meglio “*un'intuizione poetica*”, degli assiomi sui numeri naturali che, però, verranno formalizzati da Peano solo agli inizi del '900 (Trombetti e Zollo, 2021, p. 57). Nella loro lettura, infatti, sembra che Dante, stia affermando che da un punto di vista matematico è possibile generare a partire dall'unità il 5 e il 6, che possono essere visti come due generici numeri consecutivi n e $n + 1$, e quindi si sta affermando che dall'unità è possibile ottenere tutti i numeri naturali. Ovviamente, come affermano Trombetti e Zollo, “*Dante non è un Peano ante litteram, né un veggente. È solo un poeta che fantastica sull'immagine dei numeri naturali che corrono verso l'infinito. D'altra parte anche Peano avrà pur fantasticato sulla successione infinita dei numeri naturali prima di scrivere i suoi assiomi. La differenza sta tutta lì. Dopo la fantasia Peano ha fatto matematica, Dante ha fatto poesia.*” (Trombetti e Zollo, 2021, p. 98). Sono tante, quindi, le suggestioni che ognuno può trovare nella lettura della *Divina Commedia* e tra i passaggi più emblematici legati alla matematica troviamo sicuramente il seguente:

*“Qual è il geometra che tutto s'affige
per misurar lo cerchio, e non ritrova
pensando, quel principio ond'elli indige,*

*tal ero io a quella vista nova:
veder volea come si convenne
l'imgo al cerchio e come vi s'indova.”*

(*Paradiso*, XXXIII, vv. 133-138)

Dante è giunto al cospetto di Dio e vuole raccontare ciò che vede sottolineando la grandezza del creatore; per fare ciò ricorre alla geometria, in particolare al famoso problema della quadratura del cerchio. Dante si paragona allo studioso che deve risolvere il problema: così come il geometra non sa risolvere il problema della quadratura del cerchio, il sommo poeta non sa risolvere il mistero dell'umanità e della divinità di Dio. Il problema della quadratura del cerchio è un classico della geometria greca e riguar-

da la possibilità di costruire con l'uso esclusivo di riga e compasso un quadrato con area uguale a quella di un dato cerchio. Questo celebre problema tenne occupati i matematici per secoli e fu risolto solo nel 1882 da Lindemann che, dimostrando la trascendenza di π dimostrò anche l'impossibilità di tale costruzione.

Nel progetto "La tombola Infernale" i partecipanti hanno svolto attività di matematica esplorando la *Divina Commedia* e la classica tombola napoletana, il tutto attraversando la città. Linguaggi di letteratura, matematica e grafica si sono incontrati per consentire la costruzione del gioco, proprio nell'anno in cui, come già osservato, è ricorso il settecentenario della morte del poeta fiorentino. Quindi, in questa esperienza, la matematica è stata non solo un elemento da rintracciare nella ricchezza della *Divina Commedia*, ma soprattutto uno degli strumenti che ha consentito la creazione della tombola Infernale e che ha fatto incontrare in maniera inaspettata la prima Cantica della *Divina Commedia* e il famoso gioco partenopeo.

La tombola Infernale

La tombola Infernale, come detto in apertura dell'articolo, è un modulo del progetto più ampio *Bella Presenza*, ed è stato ideato dall'associazione *Matematici per la Città*, e finanziato da *Percorsi con i Bambini*, un fondo per il contrasto alla povertà educativa minorile. Il Dipartimento di Studi Umanistici e quello di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" dell'Università di Napoli Federico II, oltre a concedere il patrocinio al percorso, hanno offerto le loro competenze specifiche nella costruzione di questo progetto interdisciplinare che ha inteso creare virtuose sinergie tra apprendimento della matematica e della lingua.

Il progetto è durato un anno – dal primo incontro, tenuto il 21 dicembre 2020, al viaggio finale, agli inizi di dicembre 2021, per presentare ad alcune scuole di Firenze e Torino il gioco prodotto – e ha coinvolto un gruppo di 15 studenti e studentesse dell'ultimo anno della scuola secondaria di primo grado e del primo biennio della secondaria di secondo grado.

Il percorso è stato svolto in presenza, in orario extracurricolare, durante la prolungata chiusura delle scuole in risposta all'emergenza (chiusura più lunga nella regione Campania che in altre zone di Italia). La situazione contestuale rendeva dunque impossibile lavorare all'interno di una classe e anche coinvolgere un gruppo troppo numeroso di studenti. I 15 partecipanti al progetto sono stati individuati tra le scuole della rete di Bella Presenza, lasciando ai dirigenti la scelta dei soggetti da loro ritenuti più idonei al percorso. Il compito iniziale posto era quello di creare una tombola (completa di tabellone, cartelle, contenitore dei numeri e scatola) interamente dedicata all'*Inferno* dantesco, aggiungendo altri elementi per permettere una nuova declinazione del gioco, in modo da renderlo un vero e proprio strumento didattico e, in particolare, per l'apprendimento matematico. Nella tombola Infernale i 90 numeri sono stati associati, usando l'aritmetica modulare, ad altrettanti personaggi della prima cantica della *Divina Commedia*. Le schede che fanno parte del gioco, realizzate durante il progetto dagli studenti, oltre a riportare alcune proprietà aritmetiche dei numeri, forniscono una rappresentazione grafica e una sintesi storica e letteraria dei 90 personaggi scelti e sono una sorta di porta per accedere all'*Inferno* di Dante in modo originale.

La tombola Infernale ha avuto inizio in un periodo in cui le scuole a Napoli erano chiuse; gli incontri, soprattutto per la prima parte, sono stati svolti in piena emergenza sanitaria, ma nonostante questo lo scopo del progetto è stato anche quello di coinvolgere i partecipanti in un'esperienza di didattica in presenza, quando possibile all'aperto, sempre in contesti di sicurezza, in vari luoghi della città. Gli studenti, infatti, provenienti da scuole, quartieri e realtà differenti, attraverso questo percorso hanno potuto conoscersi, confrontarsi e ampliare insieme orizzonti e competenze. Si è trattato, dunque, di una meravigliosa eccezione alla didattica a distanza, sperimentando un modo di fare scuola innovativo e sfidando la situazione di inerzia e preoccupante passività degli studenti dovuta al prolungato periodo di permanenza dietro un monitor. È stato, insomma, un modo per uscire dagli schermi.

Il percorso

Durante i primi incontri gli studenti sono partiti dall'osservazione delle cartelle di una tombola classica e hanno dedotto così i criteri alla base della creazione di una cartella e di una serie di cartelle. Ogni cartella è composta da 3 righe e 9 colonne, ogni serie, invece, da 6 cartelle con il vincolo che la serie completa deve contenere tutti i numeri da 1 a 90, senza ripetizioni. Pertanto in ogni cartella sono presenti 15 numeri e solo 5 caselle per ogni riga possono essere riempite. Per quanto riguarda, invece, le colonne, durante la fase di osservazione iniziale delle cartelle della tombola tradizionale, gli studenti hanno avuto a disposizione cartelle di tombole diverse. Questo li ha portati a notare che per alcune edizioni del gioco in ogni colonna della singola cartella sono presenti da un minimo di un numero a un massimo di due numeri, mentre in altre edizioni da un minimo di un numero a un massimo di tre. Loro hanno deciso di seguire questo secondo criterio. Hanno poi osservato che tra le 9 colonne c'è un'asimmetria, nel senso che nella prima, per quanto riguarda i numeri da inserire, si hanno nove possibilità di scelta (cioè, i numeri da 1 a 9), dalla seconda all'ottava, invece, le possibilità sono dieci (i numeri da 10 a 19 per la seconda, quelli da 20 a 29 per la terza e così via) e, infine, nella nona le possibilità sono undici (i numeri da 80 a 90). Questa differenza risulta particolarmente evidente disponendo le cartelle di una serie completa una sotto l'altra. Sulla base delle regole appena descritte, gli studenti, divisi in gruppi di 2-3 partecipanti, hanno creato le loro serie nel modo che più preferivano, ma rispettando i criteri individuati.

In seguito il professore Antonio Del Castello ha tenuto delle lezioni interattive attraverso le quali ha illustrato la struttura dell'*Inferno*, i cerchi, i peccati, le pene; il passaggio successivo è stato proprio scegliere un peccato e, quindi, un cerchio dell'*Inferno* dantesco, da associare ad ognuna delle 9 serie create: una per ciascun cerchio. Per ogni serie è stato poi ideato un logo, un piccolo disegno (interamente realizzato e colorato a mano dal gruppo di studenti e studentesse) che evocasse e sintetizzasse in qualche modo il peccato oppure la pena. Questa è stata la prima fase grafica in cui è nata

anche l'idea di dover trovare un logo-scrittura per il gioco; tutti i partecipanti hanno contribuito con le proprie idee che, messe insieme attraverso la guida dei grafici, hanno portato al logo attualmente utilizzato.



FIGURA 1 – Il logo della tombola creato dai ragazzi con la guida di un gruppo di grafici.

Durante questi incontri è stata decisa e realizzata anche la grafica di cartelle, serie e tabellone.

A partire dal lavoro di ipotesi e deduzioni fatto con le cartelle di una tombola tradizionale, si è passati poi a confrontarsi su questioni di calcolo combinatorio, per provare a rispondere alla seguente domanda:

È possibile creare una serie diversa di cartelle per ogni abitante della Terra? A partire da una configurazione fissata, quante serie possono essere generate?

Prima di passare alla fase operativa, gli studenti e le studentesse hanno provato a dare una risposta "a caldo" alla prima domanda: c'era chi lo riteneva possibile e chi no, ma l'unico modo per arrivare alla risposta era procedere da un punto di vista matematico. Il gruppo di partecipanti non aveva, però, gli strumenti disciplinari per poter affrontare il quesito, e sono state, quindi, loro proposte attività che hanno fatto emergere in maniera naturale i concetti di permutazione e fattoriale. L'incontro di partenza di questa fase è avvenuto al parco della Villa Floridiana (sito di interesse storico, artistico e paesaggistico di Napoli); ai ragazzi, sempre divisi in piccoli gruppi di lavoro, sono stati consegnati 3 numeri della tombola ed è stato chiesto loro di contare tutte le terne possibili ottenibili cambiando l'ordine dei numeri. Una volta trovato il risultato di questa operazione, è stato consegnato ad ogni gruppetto un altro numero e poi un altro ancora chiedendo di rispondere sempre alla stessa

Si è quindi proposto ai partecipanti di lavorare su una singola cartella avente una configurazione fissata (fig. 3), cioè una cartella del gioco per la quale siano fissate le caselle da riempire con i numeri della tombola.

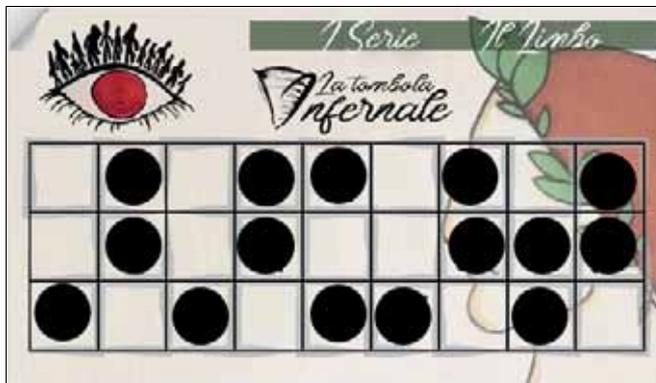


FIGURA 3 – Una cartella appartenente alla prima serie (“Il Limbo”) a configurazione fissata utilizzata per la risoluzione del problema matematico.

In questo caso, data la configurazione della cartella, si ha, per ogni colonna, un numero di posti da riempire che è sicuramente minore rispetto al numero di elementi che si hanno a disposizione. Ad esempio la prima colonna della cartella in fig. 3, ha una sola casella da riempire e i numeri che possono essere collocati sono quelli da 1 a 9; la seconda colonna ha due caselle da riempire e i numeri che possono essere collocati sono i numeri da 10 a 19. Quindi questa volta non è possibile utilizzare le permutazioni, ma è necessario ricorrere alle disposizioni, anche perché sono da considerarsi diverse le cartelle in cui, pur avendo gli stessi numeri, sono disposti in ordine diverso nella singola colonna. Guidati dai docenti, i ragazzi e le ragazze hanno scoperto la formula delle disposizioni e sono arrivati alla conclusione che, a partire da questa configurazione, è possibile riempire:

- la prima colonna in 9 modi diversi, ossia le disposizioni di 9 elementi su 1 posto;
- la seconda, la quarta, la quinta, la settima e l’ottava colonna in 90 modi diversi, ossia le disposizioni di 10 elementi su 2 posti;
- la terza e la sesta colonna in 10 modi diversi, ossia le disposizioni di 10 elementi su un posto;
- l’ultima colonna in 110 modi diversi, ossia le disposizioni di 11 elementi su due posti.

Di conseguenza è possibile generare, per la configurazione della cartella in fig. 3,

$$9 \cdot (90)^5 \cdot (10)^2 \cdot 110 = 5,85 \cdot 10^{14} \text{ cartelle diverse.}$$

Per poter parlare delle combinazioni, invece, è stato chiesto ai partecipanti di contare quanti sono i possibili ambi, terni, quaterne e cinquine per ogni cartella. Queste attività sono iniziate al Parco Viviani (parco naturalistico di Napoli) e terminate durante l’incontro tenutosi a Scampia (quartiere dell’area nord della città). Anche in questo caso, guidato dai docenti, il gruppo di studenti e studentesse è arrivato a costruire la formula delle combinazioni. In particolare è stato osservato che si passa dal ragionare sulle colonne al ragionare sulle righe, e il numero di caselle piene a disposizione è maggiore o uguale rispetto al numero di elementi da considerare per fare ambo, terno, quaterna o cinquina. Sono stati contati i possibili premi inizialmente per la singola riga, quindi, per conoscere il numero di ambi, terni, quaterne e cinquine per ogni cartella è stato necessario moltiplicare per 3 (numero di righe di ogni cartella) tutti i risultati ottenuti. Di conseguenza è stato trovato che in ogni cartella, i possibili ambi sono 30, così come i possibili terni, mentre le possibili quaterne sono 15 e le cinquine 3.

Dopo aver affrontato queste questioni legate al calcolo combinatorio, si è passati ad un altro aspetto importante della tombola Infernale: associare i numeri ai 90 personaggi dell’*Inferno* dantesco che sono stati scelti grazie al supporto del professor Antonio Del Castello. Questa associazione è stata fatta preliminarmente dalle progettiste del percorso utilizzando l’aritmetica modulare e agli studenti è stato consegnato uno schema contenente sia i personaggi scelti per ogni canto che i numeri ad essi associati ed è stato chiesto di capire il criterio. Dopo vari momenti di confronto si è arrivati alla scoperta: il criterio utilizzato è basato sull’aritmetica modulare, in particolare si tratta dell’aritmetica modulo 34, in quanto 34 sono i canti della prima cantica della *Divina Commedia*. Il criterio utilizzato permette di scoprire in quale canto viene citato per la prima volta il personaggio in questione. In particolare, per coerenza con la scelta del criterio e avendo a disposizione 90 numeri, per i canti dal I al XXII sono stati selezionati tre personaggi e per i canti dal XXIII al

XXXIV ne sono stati scelti due. Per meglio comprendere il criterio si considerino i seguenti esempi:



FIGURA 4 – L'immagine di Beatrice realizzata dagli studenti durante il percorso.

Il personaggio di Beatrice nella tombola Infernale è il numero 2; $2 \equiv_{34} 2$ e questo ci dice che Beatrice appare nel II canto;



FIGURA 5 – L'immagine associata ad Euclide realizzata dagli studenti durante il percorso.

Il personaggio Euclide è associato al numero 38; $38 \equiv_{34} 4$, dunque Euclide appare nel IV canto dell'*Inferno*.



FIGURA 6 – L'immagine associata a Medusa realizzata dagli studenti durante il percorso.

Il personaggio Medusa è associato al numero 77; $77 \equiv_{34} 9$ e questo ci dice che Medusa appare nel IX canto dell'*Inferno* dantesco.

I disegni riportati sono stati anche questi interamente realizzati dagli studenti, e rappresentano, dunque, i personaggi dell'*Inferno* visti con gli occhi di questo gruppo di adolescenti. Si trovano sulle schede personaggio necessarie per poter giocare la versione "infernale" del gioco.

Sempre a partire dall'osservazione degli elementi di una tombola classica, i ragazzi hanno poi progettato il loro "panariello" (noto termine del dialetto napoletano usato per indicare il contenitore dei numeri) che ha la forma di un tronco di cono e ricorda la struttura dell'inferno rovesciato. Inoltre hanno lavorato anche alle dimensioni dei piccoli cilindri sui quali sono incisi i numeri. Il problema posto è stato questo:

"Trova le dimensioni del tronco di cono "infernale" e dei cilindri necessari per i numeri in modo che essi possano essere contenuti comodamente nel tronco di cono".

Il loro progetto, con le dimensioni individuate sia per il tronco di cono che per i cilindri, è stato consegnato agli studenti del I.S. "A. Casanova" di Napoli, che guidati dal docente Antonio Cirillo dell'indirizzo "industria e artigianato per il made in Italy" hanno realizzato il primo prototipo (fig. 7).



FIGURA 7 – Il "panariello" della tombola Infernale, a forma di tronco di cono con i cerchi infernali: a sinistra l'inferno appare "rovesciato", mentre a destra, quando si gira il contenitore per estrarre i numeri, possiamo vederlo nella versione descritta da Dante.

Infine, il gruppo di studenti e studentesse che hanno partecipato al progetto ha deciso di creare anche un'estensione del gioco: da tombola tradizio-

nale a tombola Infernale. Sono stati ideati quindi i *bussolotti infernali* (fig. 9) che sono stati aggiunti ai 90 numeri del gioco classico e inseriti nel panariello. Va chiarito che durante le attività gli studenti hanno scelto di chiamare l'oggetto cilindrico in fig. 9 con la parola "bussolotto" come omaggio a Virgilio, guida di Dante nell'Inferno. Infatti, Virgilio nacque a Mantova in cui, per un certo periodo, la

moneta corrente era chiamata bussolotto mantovano, da qui bussolotto infernale, che nel gioco viene usato, appunto, come una moneta con due facce distinte.

Nella versione "infernale" della tombola, per aggiudicarsi ogni premio intermedio, il giocatore deve ricevere una domanda su una delle 90 schede personaggio, che sono parte integrante del gioco. Le schede personaggio hanno su una faccia la descrizione del personaggio e il suo disegno, sull'altra i versi dell'Inferno che raccontano di lui e alcune informazioni aritmetiche e curiosità relative al numero ad esso associato (vedi ad esempio fig. 8).

Tutti i contenuti della scheda, le notizie e i versi scelti, così come il disegno e le curiosità matematiche, sono frutto del lavoro di ascolto, ricerca e rielaborazione degli studenti. Mentre gli alunni del Casanova si occupavano della realizzazione di panariello, numeri e bussolotti, il gruppo di partecipanti ha stilato, dopo numerosi brainstorming necessari per arrivare a una versione condivisa di un nuovo gioco, le regole *Infernali*. In questa versione, come già detto, sono previste anche delle domande di matematica o di letteratura relative al numero o al personaggio ad esso associato e per questo sono stati inseriti i *bussolotti Infernali* aventi su una faccia il simbolo π e sull'altra il volto di Dante (fig. 9). Infatti la disciplina oggetto della domanda (matematica o letteratura) è stabilita dal lancio di un bussolotto Infernale. Se per esempio dal lancio esce π e la scheda è quella in fig. 8, una possibile domanda, successiva alla lettura della scheda (vedi regole infernali fig. 10) potrebbe essere: "che cos'è un numero di Harshad?".

Scrivere regole chiare e non ambigue è stato un processo estremamente complesso nel quale lo sviluppo di competenze linguistiche si è naturalmente



FIGURA 8 – Le due facce relative alla scheda personaggio di Filippo Argenti.



FIGURA 9 – I bussolotti Infernali aventi su una faccia il simbolo π e sull'altra il profilo di Dante.

intrecciato allo sviluppo di competenze matematiche. Gli studenti hanno anche analizzato le regole della versione classica della tombola e da qui, con un processo di progressivo affinamento, ottenuto an-

che con delle apposite partite – prova della versione infernale del gioco, sono arrivati alla stesura definitiva delle regole della tombola nella sua declinazione infernale (fig. 10).

Regole infernali

1. Contenuto della scatola
 Confronta punto 1 tombola tradizionale con l'aggiunta di:
 • 6 "bussolotti infernali"
 • 90 "schede infernali", una per ogni numero della Tombola; ogni scheda ha su una faccia il disegno del personaggio associato a quel numero, dei versi relativi al personaggio e alcune proprietà aritmetiche del numero; sull'altra faccia una breve descrizione del personaggio.
 Non sono contenuti: matite e foglietti di carta necessari durante il gioco.

2. Numero di giocatori
 Per il numero dei giocatori cfr. punto 2 tombola tradizionale.

3. Scopo del gioco
 Lo scopo del gioco è quello di fare Tombola (cfr. punto 3 della Tombola Tradizionale), ma questa volta sarà necessario attraversare l'Inferno di Dante con l'aiuto dei personaggi danteschi e della matematica. Nel momento in cui una persona ha sulla cartella tutti i numeri che le consentono di vincere un premio (cfr. punto 4 della Tombola Tradizionale) si procede a una sfida per potersi aggiudicare: la persona seduta alla sinistra del potenziale vincitore, deve porre a quest'ultimo una domanda e solo se la risposta è giusta, si procede all'aggiudicazione del premio. Inoltre, una volta vinta la tombola, si procede per aggiudicare la Tombola Infernale. Cfr. punto 5 per dettagli su come ottenere i diversi premi e su come fare Tombola Infernale.

4. Preparazione del gioco
 Cfr. punto 5 tombola tradizionale.
 a) Il tabellaro deve preparare un foglio "infernale" su cui scrivere i nomi di tutti i giocatori; tale foglio serve per segnare i punteggi della tombola infernale.

CIC/ALUMNI/CL	domanda 1	domanda 2	domanda 3	domanda 4	domanda 5
nome 1	il tabellaro	1	2		
nome 2	1	scartata			
nome 3					

N.B. il numero di domande dipende da quanti bussolotti infernali sono stati domate le cartelle; al massimo saranno cinque.

2

b) È necessario individuare tra i giocatori un lettore (non per forza il tabellaro).
 c) Inserire nel panarello 5 dei 6 bussolotti infernali.

5. Svolgimento del gioco
 Lo svolgimento del gioco segue le regole della tombola tradizionale (cfr. punto 5 tombola tradizionale), con due differenze:
 a) una volta che un giocatore (compreso il tabellaro) ha sulla sua cartella tutti i numeri necessari ad ottenere un premio, non vince automaticamente.
 b) Dopo aver fatto tombola, c'è ancora un premio da vincere: la Tombola Infernale!
 Per sapere come si vincano i premi normalmente presenti nella tombola (a) e come si vince la Tombola Infernale (b), leggi 5.1. Esempi di gioco.

5.1. Esempi di gioco
 a) Sofia fa ambò; il giocatore alla sua sinistra è Eduardo. Sofia pesca la scheda di Capaneo, numero 14, la passa al lettore e poi lancia (come nel testo o croce con una moneta) il bussolotto infernale che non è stato inserito nel panarello. Ecco il profilo di Dante; il lettore legge la descrizione di Capaneo, mentre Eduardo e Sofia prendono appunti. Eduardo ha un minuto (che il tabellaro cronometra, attraverso uno smartphone) per decidere una domanda da porre a Sofia su quanto letto dal tabellaro. La domanda deve prevedere una risposta chiara, netta e deducibile da quanto ascoltato, per esempio: "Chi sono i genitori di Capaneo?". Eduardo scrive la risposta alla sua domanda su un bigliettino che consegna al tabellaro. Poi la domanda a Sofia, la quale ha un minuto per rispondere, scrivendo a sua volta la risposta su un bigliettino che poi consegna al tabellaro. Alla fine del tempo, il tabellaro legge le

3

risposte. Quella (corretta) scritta da Eduardo è "I genitori di Capaneo sono Ipponeo e Astinone"; quella di Sofia è "I genitori di Capaneo sono Dante e Beatrice". Sofia ha sbagliato, quindi il premio va a Eduardo. In maniera analoga si procede per terzo, quattresimo, cinquesimo e tombola.

b) Viene estratto un bussolotto Infernale. Il tabellaro lo lancia come nel testo o croce: esce pi greco, quindi matematica. Il tabellaro pesca una scheda a caso; Dante, numero 1; legge i contenuti di matematica mentre i giocatori, se vogliono, prendono appunti. Poi elabora una domanda e la formula a tutti i giocatori (Es. "1 è un numero primo?"). Tutti i giocatori hanno un minuto per pensare e scrivere la risposta su un bigliettino che poi conservano. Alla fine del tempo, ogni giocatore, su richiesta del tabellaro, legge la sua risposta ad alta voce. Il tabellaro, mano a mano che i giocatori leggono, segna sul foglio infernale (cfr. punto 4a) un punto per ogni risposta corretta e 0 punti per ogni risposta sbagliata e solo dopo che tutti leggono le risposte che hanno dato, rivela qual è la risposta giusta. Si procede in maniera analoga per gli altri bussolotti infernali che escono durante la partita. Dopo che qualcuno ha fatto tombola, il tabellaro calcola i punteggi di ciascun giocatore. Scopre che Sofia e Eduardo hanno fatto entrambi 3 punti, mentre tutti gli altri 2. Il tabellaro pesca una scheda a caso: 72; Saladino; lancia il bussolotto infernale, esce pi greco. Il tabellaro legge i contenuti di matematica della scheda e poi domanda, a partire da quanto letto: "Il numero 72 può essere espresso come prodotto di chi?". Eduardo alza la mano per primo, il tabellaro gli chiede la risposta, ma lui sbaglia. A questo punto risponde Sofia, la cui risposta è giusta, così la vincitrice della Tombola Infernale è lei.

N.B.
 Anche se nel panarello sono inseriti 5 bussolotti infernali, una volta che saranno usciti 3 bussolotti, se anche dovesse uscire un altro, sarà rimesso nel panarello e non sarà fatta più nessuna domanda. Questo allo scopo di non rallentare troppo il gioco.
 Il tabellaro non può concorrere per la Tombola Infernale, quindi avrà una cartella in omaggio per compensare questo "svantaggio".

4

Nel caso in cui si giochi a scuola, il docente rivisiterà sia il ruolo di tabellaro che di lettore; la situazione ideale sarebbe giocare con il docente di matematica e quello di italiano entrambi presenti durante la partita. Inoltre i banchi devono essere disposti a ferro di cavallo per fare in modo che ogni giocatore abbia un altro giocatore alla sua sinistra.

6. Conclusione del gioco
 Per determinare il vincitore della Tombola Infernale, si può procedere fino all'assegnazione della Tombola Tradizionale oppure stabilire una durata della partita. Una volta finito il tempo della partita, i premi non assegnati saranno aggiunti alla Tombola Infernale e si procederà come descritto nel punto 5 per l'assegnazione della Tombola Infernale.

7. Varianti di gioco
 a) Le domande da fare per vincere i premi possono essere scelte tra domande precedentemente formulate, divise per diversi livelli, che si possono scaricare dal sito della tombola (scansiona il QR Code).
 b) Se dopo 3 bussolotti infernali ne escano altri, non vengono rimessi nel panarello, ma si procede come per i precedenti 3.
 c) Durante un'eventuale partita in classe, il docente ha la possibilità di scegliere la materia delle domande relative ai bussolotti infernali, invece di lasciare la decisione al caso.
 d) Un docente può assegnare agli studenti un determinato numero di schede da studiare a casa; le domande potranno essere fatte esclusivamente a partire da quelle schede.

Buon divertimento!

Scansiona il QR Code per scoprire tutto sulla Tombola Infernale

FIGURA 10 – La versione infernale delle regole del gioco.

Infine, dopo la realizzazione e la messa a punto della tombola Infernale, i ragazzi hanno partecipato a diversi eventi in cui loro stessi hanno presentato il progetto ad altri studenti, insegnanti e ricercatori universitari. Gli eventi si sono svolti presso il Dipartimento di Studi Umanistici e il Dipartimento di Matematica e Applicazioni “R. Caccioppoli” dell’Università di Napoli Federico II, oltre che in diverse scuole del territorio nazionale.

La tombola Infernale è un gioco che è stato realizzato anche con la speranza che possa essere utilizzato successivamente da insegnanti e studenti che non hanno partecipato a questo percorso. Le possibilità e i modi di utilizzare i materiali contenuti nella scatola nella pratica d’aula sono molteplici e ovviamente dipendono dagli obiettivi e dalle sensibilità dei docenti che la utilizzeranno. Si può immaginare di riproporre ai propri alunni l’attività di costruzione di cartelle e serie o i problemi di calcolo combinatorio venuti fuori durante il percorso, così come si può introdurre l’aritmetica modulare come strumento per collegare i numeri ai personaggi, scegliendo magari con il docente d’italiano figure diverse dell’Inferno rispetto a quelle scelte dai ragazzi del progetto o ci si può limitare a giocare una partita sporadicamente. Ancora, si possono scegliere alcune schede su cui far lavorare i ragazzi in maniera più approfondita, sia rispetto ai contenuti legati all’Inferno, sia rispetto ai contenuti matematici e poi giocare usando quelle schede e quegli argomenti specifici delle due discipline. Si può anche immaginare che altre classi, a partire dai materiali della scatola, proponano e scrivano regole diverse, dando vita a una nuova estensione del gioco a partire da quella già esistente. Si può far precedere lo svolgimento di una partita della tombola Infernale dalla lettura di canti della prima Cantica della Divina Commedia, scelti magari in relazione a determinate schede personaggio che i docenti avranno deciso di usare durante il gioco. Insomma, come utilizzare La tombola Infernale, magari anche in maniera condivisa tra docenti di differenti discipline, dipende dagli obiettivi che si vogliono raggiungere e dal tipo di scuola che si vuole provare a portare avanti. Tutti i problemi emersi durante il percorso, così come la descrizione di come si è arrivati alla costruzione dei diversi materiali, si trovano sul sito del gioco e sono a disposizione degli insegnanti.

La linguistica funzionale come possibile lente

Il progetto La tombola Infernale è sicuramente molto complesso e può essere letto e analizzato attraverso diverse lenti; sarebbe necessario fare ricorso a molteplici quadri teorici per avere una visione più ampia su una proposta educativa così innovativa. Tale innovazione riguarda sia il percorso di costruzione della tombola, come si evince dagli aspetti finora analizzati, sia la proposta didattica che può scaturire dall’utilizzo del gioco nelle classi. Il quadro teorico con cui, all’interno di questo articolo, si è scelto di guardare al progetto è quello relativo alla linguistica funzionale.

Le ricerche riguardanti il legame tra l’apprendimento della matematica e la lingua hanno radici lontane, risalenti agli inizi del XX secolo e sempre più ricercatori si sono interessati a questo tema divenuto di particolare interesse, negli ultimi venti anni, anche per i ricercatori italiani. In Italia, inoltre, da qualche anno molte classi si trovano ad avere studenti e studentesse di lingue differenti, e questo ha implicato una maggiore attenzione al legame tra matematica e linguaggio; nel 2020, a causa della didattica a distanza dovuta alla pandemia, sono state evidenziate ancora di più le difficoltà derivanti da problemi di comunicazione. È emersa, dunque, la centralità dei linguaggi nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica, riconoscendo la rilevanza di attività quali spiegazioni, discussioni e argomentazioni: i linguaggi vengono utilizzati non solo per trasmettere informazioni, ma anche per confrontarsi e cooperare tra persone. Va riconosciuta, inoltre, l’importanza del legame che c’è tra le difficoltà in matematica e la lingua, in quanto determinate difficoltà in matematica derivano proprio da problematiche di natura linguistica: la competenza linguistica non è contrapposta a quella matematica, sviluppo dei linguaggi e delle competenze dovrebbero viaggiare di pari passo, senza prediligere competenze procedurali a danno di competenze linguistiche. Sicuramente alcune delle difficoltà riscontrate in matematica derivano anche dal fatto che in questa disciplina c’è una forte lessicalizzazione; spesso vengono attinte parole anche dal linguaggio quotidiano e vengono investite di nuovi significati, specifici della matematica, che

non possono essere ottenuti, per analogia, a partire dal significato della parola stessa nel linguaggio comune. Questo processo risulta particolarmente delicato da gestire per gli studenti e, quindi, richiede del tempo per essere attuato. I testi matematici, inoltre, non si limitano all'utilizzo della sola componente verbale, ma si fa uso anche di quella simbolica e figurale. Gli studenti, quindi, si trovano spesso di fronte a diversi stimoli linguistici che devono interpretare o produrre all'interno dell'attività matematica. Per quanto riguarda le immagini, in matematica, sono presenti un gran numero di inferenze; le immagini che vengono utilizzate nella comunicazione della vita quotidiana non richiedono inferenze o ne richiedono poche (come succede per i segnali stradali), sono basate su un tipo di comunicazione molto cooperativa e sono facilmente comprensibili a tutti. In matematica, invece, spesso la prima interpretazione che viene in mente non è quella corretta. Si immagini, per esempio, di sottoporre a degli studenti la seguente immagine e di chiedere loro quale delle due rette ha coefficiente angolare maggiore.

Molto probabilmente la risposta sarà “la retta di sinistra”. In realtà ad uno sguardo più attento che tiene conto delle unità di misura, ci si accorge che la retta che ha un coefficiente angolare maggiore è quella di destra.

Pier Luigi Ferrari, riferendosi alla linguistica funzionale fornisce un quadro teorico per la didattica della matematica che descrive lo sviluppo di competenze linguistiche in matematica come passaggio da registro colloquiale a registro evoluto (Ferrari,

2021). Secondo questo quadro, il registro colloquiale è utilizzato in ambito informale e fa ricorso ad un lessico non necessariamente specifico, con la possibilità di ritrattare quanto è stato precedentemente affermato. Il registro evoluto, invece, è associato a contesti specialistici, in cui si ricorre all'utilizzo di termini tecnici, con minori possibilità di ritrattazione ed è infatti utilizzato soprattutto in occasioni formali, in quanto consente una comunicazione più oggettiva. Inoltre, il registro evoluto risulta impersonale e distaccato, ed è quello utilizzato ad esempio nei libri di testo di scuola secondaria di secondo grado e dell'università.

Analisi di alcuni estratti del progetto

In questo paragrafo vengono presentati due estratti di analisi in cui si utilizzano gli strumenti del quadro teorico della linguistica funzionale per evidenziare l'emergere della necessità di passare dal registro colloquiale a quello evoluto per alcuni termini matematici specifici. I dati utilizzati per questa analisi consistono nella registrazione e trascrizione delle discussioni matematiche avvenute durante le attività progetto, le rappresentazioni matematiche realizzate dagli studenti e le versioni progressive scritte dagli studenti delle regole del gioco.

Come anticipato, al parco della Villa Floridiana sono iniziate le attività per scoprire l'operazione del fattoriale legata al calcolo del numero di permutazioni. In questa fase gli studenti non conoscevano i nomi “tecnici” delle operazioni che stavano utilizzan-

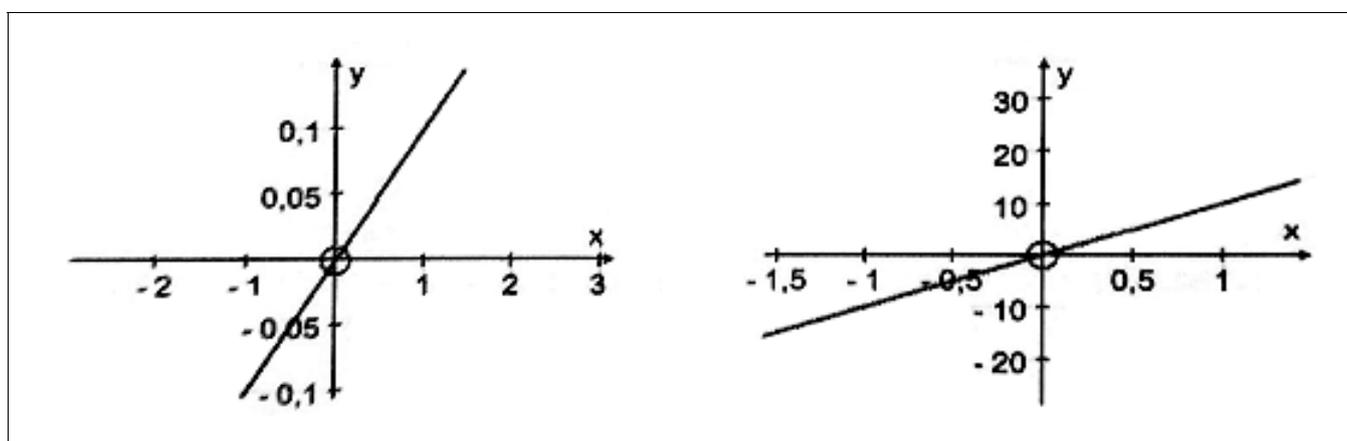


FIGURA 11 – Figura estratta dal libro (Ferrari, 2021, p. 69).

do e di seguito riportiamo alcuni estratti di discussione in cui gli studenti provano a spiegare ciò che stavano scoprendo:

A: “Con 3 numeri abbiamo 6 combinazioni, le abbiamo chiamate così... Mmmm 6 qualcosa. Con 4 numeri possiamo ragionare allo stesso modo dicendo che per ogni numero che abbiamo... mm cioè... per ogni numero con cui inizia la combinazione... abbiamo 4 numeri con cui può iniziare... 1 2 3 4, facciamo che i nostri numeri siano 1 2 3 4. Gli altri 3 numeri saranno 3 numeri che, diciamo, possono essere disposti con 6 combinazioni. Quindi per ogni numero con cui inizia la combinazione avremmo 6 combinazioni.”

[...]

F: “Sì, con due numeri 2, poi 6... Serie... Combinazioni...”

La prima cosa che viene notata in questa occasione è per entrambi gli studenti, appartenenti a due gruppi di lavoro diversi, l'uso improprio della parola “combinazioni”. La parola combinazione è proprio uno di quei termini che appartengono al linguaggio quotidiano, ma che acquisisce un significato specifico in ambito matematico. In questa fase si è preferito evitare di correggere l'utilizzo improprio del termine; si tratta proprio di una situazione informale in cui viene data a tutti la possibilità di esprimersi utilizzando i termini ritenuti più opportuni. In particolare, fino a quel momento gli studenti non erano consapevoli del fatto che la parola combinazione, in realtà, ha un significato matematico specifico appartenente allo stesso ambito di ciò che stanno scoprendo, che però sono *permutazioni*. Fin quando si opera in un contesto informale, la parola combinazione può essere utilizzata per riferirsi a questa nuova operazione, ma dovendo condividere e/o trasmettere informazioni, diventa impropria. Ecco, dunque, che risulta necessario il passaggio al registro evoluto, in cui i vocaboli sono definiti con una certa precisione tecnica che permette di non dover negoziare i significati: ciò corrisponde al processo di lessicalizzazione. È stato osservato, come già noto in letteratura, che la parola combinazione, appartenendo

al linguaggio naturale, è soggetta al processo di lessicalizzazione, e gli studenti hanno bisogno di tempo per far sì che il processo avvenga in maniera consapevole. In particolare, nel nostro caso, i ragazzi hanno parlato di combinazioni, anche se in realtà si trattava di permutazioni e, infatti, questo è stato lo spunto per poter riflettere, grazie all'intervento del professor Antonio Del Castello, sull'etimologia delle parole permutazione, combinazione e disposizione. La particolarità emersa in questa occasione è che la prima volta che la parola *combinazione* appare scritta nella lingua italiana è proprio in un'opera di Dante Alighieri, nel *Convivio*:

“seguendo le quattro combinazioni de le contrarie qualitadi che sono ne la nostra composizione”

(Convivio, Trattato IV, Cap. 13)⁽¹⁾

Venuti a conoscenza del termine corretto, ossia permutazione, alcuni ragazzi, però, hanno continuato ad utilizzare la parola combinazione. Emerge, quindi, la tensione a cui sono sottoposti i linguaggi in quanto ci sono parole che, mentre da un lato devono continuare a svolgere la funzione/significato tipica/o della vita di tutti i giorni, dall'altro devono aggiungere significati specifici della matematica. Solo successivamente, nella fase di presentazione del gioco all'interno di eventi all'università o in altre scuole, è stato notato come l'utilizzo della parola corretta permutazioni si sia stabilizzato nelle espressioni linguistiche dei ragazzi. Come messo in evidenza da Ferrari (2021), sembra quindi che sia anche l'esigenza di esprimersi oralmente, o in forma scritta, in contesti di comunicazione formale che crei la pressione per l'apprendimento e l'utilizzo di termini matematici specifici.

Come anticipato, dopo aver contato le sequenze ottenute ad ogni passaggio, è stato osservato che ogni risultato è dato dal numero di elementi a disposizione in quel passaggio, moltiplicato per il numero di sequenze ottenute al passaggio precedente. I ragazzi hanno quindi provato a scrivere una

⁽¹⁾ Il testo del *Convivio* è quello stabilito da F. Brambilla Agno, *Convivio* (1995) Firenze: Le Lettere.

formula per poter generalizzare, e, guidati dai docenti, sono arrivati a scoprire la formula del fattoriale. Coerentemente con l'approccio dell'Informal Mathematics Education è stato chiesto ai partecipanti, sempre divisi in piccoli gruppi, di proporre/disegnare il simbolo che secondo loro fosse più adatto per rappresentare l'operazione trovata, tenendo conto delle caratteristiche individuate. Ecco le proposte degli studenti:

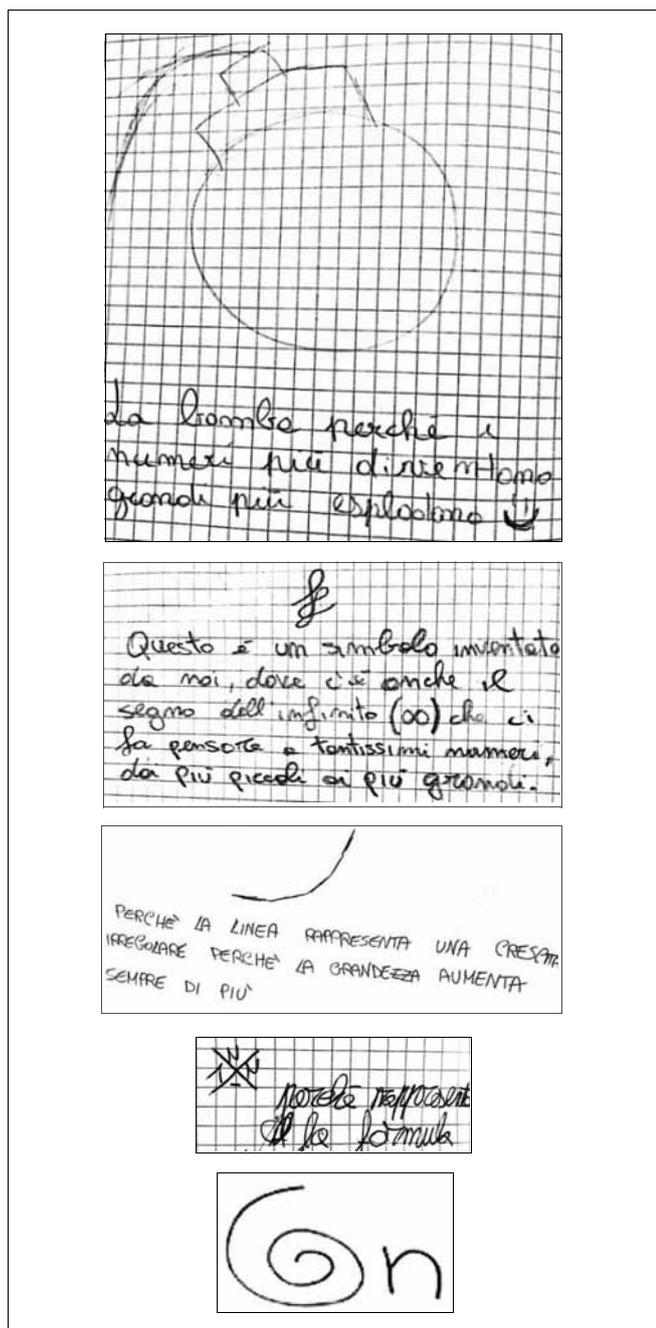


FIGURA 12 – Rappresentazioni proposte dagli studenti per l'operazione del fattoriale.

Dopo aver analizzato tutte le loro proposte è stato poi introdotto il simbolo che viene tutt'ora utilizzato per il fattoriale, ossia il punto esclamativo (!). Questo lavoro sul simbolo è stato poi seguito da una riflessione e una ricerca per capire perché storicamente si fosse scelto il punto esclamativo. Dopo avere appreso che la notazione con il punto esclamativo è stata introdotta nel 1807 da Christian Kramp (cfr. anche Cajoiri, 1993), è stato commentato come questa scelta fosse forse anche connessa alla necessità di scegliere un simbolo tra i caratteri tipografici già esistenti, in un periodo di grande espansione della stampa tipografica. Per i ragazzi però la scelta del punto esclamativo è anche connessa alla volontà di esprimere simbolicamente in un certo senso la reazione di stupore della grandezza dei risultati numerici di questa operazione, proprio come avevano provato a fare loro. Questo tipo di esperienze sono l'occasione per riconoscere e riflettere come la scelta dei simboli, anche matematici, sia un processo storico complesso. Si tratta di riconoscere la matematica come prodotto umano che esprime particolari necessità e sensibilità culturali e, in questo modo, guidare i ragazzi ad affezionarsi e riconoscersi, anche affettivamente, nella matematica e nei suoi linguaggi.

Un altro momento interessante, avvenuto durante gli incontri in cui sono state stilate le regole del gioco della tombola Infernale che è stato analizzato attraverso il quadro di Ferrari (2021), riguarda la stesura della regola di utilizzo dei bussolotti Infernali. Per spiegare la loro struttura, nella prima stesura delle *regole infernali* gli studenti scrivono:

“All'interno del panariello sono presenti 10 bussolotti infernali, ove anziché il numero, è presente su un lato il profilo di Dante (domanda di letteratura) sull'altro il pi greco (domanda di matematica).”

Nell'incontro in cui si era sviluppata l'idea della costruzione si era detto *“mettiamo da un lato il profilo di Dante, dall'altro un simbolo matematico”*. Si trattava di un contesto informale, il registro utilizzato era quello colloquiale, non evoluto, e la prima cosa che è venuta in mente a tutti è stata

quella di riferirsi alle facce dei bussolotti chiamandole lati. Quando si è passati alla fase di scrittura delle regole, gli studenti hanno mantenuto lo stesso registro, continuando ad usare il termine *lato*. In realtà i bussolotti sono di forma cilindrica, si tratta di una figura solida, di conseguenza parlare di *lato* non è matematicamente corretto. Le regole devono essere stampate e diffuse, quindi non può essere utilizzato un termine improprio o che possa creare ambiguità e/o difficoltà. Dunque si è deciso di far presente la cosa al gruppo di studenti e studentesse che hanno risposto con i termini che, a loro avviso, potessero sostituire la parola *lato*:

An.: “Base 1 e base 2, sulla base 1 mettiamo il volto di Dante, sulla base 2 mettiamo il pigreco”

F: “Ma c’è un termine preciso della matematica... Mmmm, faccia”

A: “Faccia”

F: “Basi opposte”

F: “Ma ce ne sta uno (di termine) preciso? Qualcuno l’ha detto?”

A: “E non è né faccia né facciata?!”

Prof.: “Voi avete detto: lato, basi, faccia e facciata”

An: “Facciata allora...”

M: “No, secondo me è faccia”

Tutti iniziano a concordare che effettivamente sia *faccia* il termine corretto. Qui, in realtà, è riportato solo un breve passaggio della discussione riguardante la proposta della parola *base*. Durante questa discussione, inoltre, gli stessi studenti hanno evidenziato come molto spesso, anche a scuola si assiste ad un abuso del termine *base* e che questo comporta la difficoltà per alcuni di riconoscere una figura, sia solida che piana, quando questa è collocata in modo diverso rispetto a quello al quale si è solitamente abituati e probabilmente la proposta della parola *base* è stata fatta proprio rispetto a un’immagine stereotipata che viene veicolata da alcune prassi scolastiche. È emersa, dunque, anche da parte dei ragazzi la consapevolezza della problematica legata all’uso di rappresentazioni figurative stereotipate in classe che spesso creano difficoltà agli studenti.

Conclusioni

Come osservato all’inizio di questo articolo, la pandemia ha evidenziato ancora più chiaramente come un modello scolastico per l’insegnamento della matematica incentrato principalmente sui soli contenuti disciplinari, senza dare l’importanza necessaria alla progettazione di attività e contesti di apprendimento può risultare spesso inadeguato nel coinvolgere i ragazzi nell’apprendimento della matematica.

Nel progetto della tombola Infernale, è stato sperimentato come percorsi interdisciplinari possano rappresentare una delle strade da percorrere per esplorare la fluidità dei confini tra discipline e permettere agli studenti di sviluppare nuova conoscenza matematica affrontando problemi che tengano dentro la complessità del sapere. Gli studenti hanno, infatti, utilizzato vari linguaggi ed attraversato diverse discipline durante tutti gli incontri che li hanno condotti alla costruzione del gioco della tombola Infernale: i disegni che sintetizzano con un logo le differenti pene sulle 9 serie di cartelle o le schede personaggio, che traducono con tratti, colori e parole i personaggi della *Divina Commedia*, sono l’espressione delle suggestioni sviluppate nei ragazzi a partire dal racconto itinerante della prima cantica ascoltato durante il progetto. Parallelamente, una volta selezionati i personaggi per il gioco, l’uso dell’aritmetica modulare ha permesso di assegnare a ognuno di loro un numero della tombola in modo da poter ricavare un’informazione, cioè, come già osservato, il canto dell’*Inferno* in cui appaiono o vengono citati per la prima volta. Inoltre, anche la fase di scrittura delle regole, durante la quale è emersa la necessità di rendere ogni regola chiara e coerente con quella precedente, ha permesso ai discenti di sperimentare la necessità di utilizzare un linguaggio rigoroso e non ambiguo. Infatti, come messo in evidenza da Ferrari (2021), l’apprendimento della matematica è profondamente intrecciato allo sviluppo di competenze linguistiche specifiche. Da questo punto di vista la progettazione didattica della tombola Infernale ha dato la possibilità di far sperimentare ai ragazzi la necessità di apprendere e usare registri evoluti di linguaggio matematico.

Come sottolineato più volte, il percorso è stato portato avanti in piena emergenza pandemica, in un periodo in cui le scuole a Napoli sono state per lo più

chiuse, ma nonostante questo tutti gli incontri sono stati svolti in presenza, in totale rispetto delle normative, sfruttando parchi, strade, giardini, piazze e altri luoghi straordinari della città. La pandemia ha cambiato e sconvolto la vita di tutti, in particolare degli adolescenti, e ha fatto emergere fragilità su vari fronti. Il sistema scolastico ne ha risentito parecchio, ma per superare queste difficoltà è necessario portare reali innovazioni didattiche e pedagogiche nella scuola. In particolare sembra centrale cominciare seriamente a non identificare la scuola con il solo edificio scolastico, ma guardare alle città come a un insieme di aule a cielo aperto e, in questo modo, creare possibilità di fare scuola in presenza anche, per esempio, in situazioni particolari, come l'emergenza sanitaria.

L'esperienza del progetto ha dato modo di riflettere sull'importanza dei contesti di educazione matematica informale sviluppati per includere anche gli studenti che si trovano a vivere in condizioni di svantaggio socio-culturale, evidenziando la centralità del ruolo del docente e della sua formazione. I discenti coinvolti provengono da contesti socio-culturali ed economici molto diversi tra loro: alcuni da quartieri considerati la periferia geografica e sociale della città, altri da quartieri agiati di Napoli. Altri ancora sono stranieri residenti nel capoluogo partenopeo da pochi anni. Eppure tutto questo non è stato un ostacolo, ma piuttosto un punto di forza, grazie al fatto che ognuno ha dato un contributo molto personale e non omologato al progetto. I ragazzi hanno scoperto gli uni la città e il linguaggio degli altri e viceversa, spesso con reciproca sorpresa positiva, superando con l'incontro pregiudizi e stereotipi. Inoltre la matematica e il disegno, due degli strumenti fondamentali usati in questo percorso, si sono confermati linguaggi universali, capaci di raccontare, descrivere e contribuire a sviluppare insieme la padronanza del linguaggio naturale.

È importante sottolineare che, per ragioni legate al momento storico e alle risorse a disposizione, la prima fase di costruzione del gioco iniziata a dicembre 2020, ha visto il coinvolgimento di un numero esiguo di studenti e studentesse. In fasi successive, però, sono stati coinvolti altri insegnanti e ragazzi. Ad esempio, da settembre 2021, gli alunni e le alunne dell'indirizzo Made in Italy,

arredo e forniture d'interni dell'Istituto Casanova di Napoli, si sono occupati, a partire dalle misure date loro dagli studenti del progetto, di costruire numeri, panariello e bussolotti infernali. Da dicembre 2021, invece, i ragazzi protagonisti del percorso hanno partecipato a una serie di eventi di disseminazione e sono partiti per Firenze e Torino per raccontare la loro esperienza in 4 scuole appartenenti alla rete di Bella Presenza e giocare con classi di quelle scuole con la tombola da loro inventata. Da gennaio 2022 in poi, il gioco è stato proposto in numerose classi di scuole di Napoli e provincia e in svariate librerie, coinvolgendo sia studenti che docenti e portando avanti anche momenti di formazione insegnanti.

L'esperienza dell'emergenza sanitaria ci ha permesso di mettere ancora più a fuoco quanto sia importante, infatti, supportare gli insegnanti per far sì che tengano conto dei bisogni degli studenti, consentendo loro di trovare modi straordinari per attuare un insegnamento efficace della matematica anche con una pandemia in corso. Concludiamo dicendo che potrebbe essere, quindi, importante indagare su possibili modalità di formazione insegnanti di matematica per portare in ambito curricolare alcune delle caratteristiche peculiari dei progetti di *Informal Mathematics Education*.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ALIGHIERI, D., *Divina Commedia*, testo stabilito da G. Petrocchi. (1994). *La commedia secondo l'antica vulgata*. Firenze: Le Lettere.
- [2] ALIGHIERI, D., *Convivio*, testo stabilito da F. Brambilla Agno (1995). *Convivio*. Firenze: Le Lettere.
- [3] BAKKER, A., CAI, J., & ZENGER L. (2021). *Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic*. Educational Studies in Mathematics (2021) <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10049-w>.
- [4] CAJORI, F. (1993). *A History of Mathematical Notations* (Vol. 1). Courier Corporation.
- [5] CAROTENUTO, G., MANZONE, D., & SABENA, C. (2019). Educazione matematica informale: un'esperienza nel quartiere di Scampia a Napoli. In E. Luciano, M. Oggero & C. Sabena (Eds.), *Conferenze e seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2018-2019*. Savigliano, Italy: L'Artistica Editrice.

- [6] CAROTENUTO, G., MELLONE, M., SABENA, C., LATTARO, P. (2020). Un progetto di educazione matematica informale per prevenire la dispersione scolastica. In *Matematica, Cultura e Società*, n. 2, 1-16.
- [7] D'AMORE, B. (2021) La cultura matematica di Dante. In *Mateinitaly* (Ed.) *Prisma*, n. 33, 70-81.
- [8] FERRARI, P.L. (2021). *Educazione matematica, lingua, linguaggi*. Novara: De Agostini Scuola SpA.
- [9] NEMIROVSKY, R., KELTON, M. L., & CIVIL, M. (2017). Towards a vibrant and socially significant informal mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, pp. 968-980, Reston, VA, National Council of Theachers of Mathematics.
- [10] TROMBETTI, G., ZOLLO, G. (2021). *Suggerimenti matematiche della Divina Commedia*. Napoli: Rogiosi Editore.



Maria Mellone

Maria Mellone è Professore Associato di Matematiche Complementari presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" dell'Università Federico II di Napoli. Presidente della Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica dell'Unione Matematica Italiana, i suoi interessi di ricerca riguardano l'educazione matematica con particolare attenzione ai fattori culturali, la formazione insegnanti e l'apprendimento in contesti socialmente svantaggiati.



Paola Lattaro

Insegnante di matematica presso l'Istituto Alberghiero Rossini di Bagnoli (Napoli) e socia fondatrice dell'associazione Matematici per la città, che da anni si occupa di promuovere progetti contro la dispersione scolastica, con un approccio non tradizionale all'insegnamento della matematica. Insegnante per il laboratorio "Passeggiate matematiche: guardare la città con occhi nuovi" e cultrice della materia e tutor per il corso di "Fondamenti di matematica di base 2" per il corso di laurea in Scienze della formazione primaria presso l'Università suor Orsola Benincasa a Napoli.



Annunziata Di Maria

Laureata in matematica presso l'Università degli studi di Napoli "Federico II". Docente di matematica presso L'ISIS Casanova di Napoli. Cultrice della materia per il corso di matematica della Facoltà di Informatica dell'Università Parthenope di Napoli. Cultrice della materia per il laboratorio "un viaggio attraverso la geometria: scoprire manipolando" per il corso di Scienze della Formazione Primaria dell'Università degli Studi Suor Orsola Benincasa di Napoli. Legale rappresentate dell'associazione culturale "Matematici per la città".



Eliana Della Ventura

Laureata in matematica presso l'Università degli studi di Napoli "Federico II" Socia dell'associazione "Matematici per la città"