Matematica, Cultura e Società

Rivista dell'Unione Matematica Italiana

Francesco Barbieri, Franca Cattelani Degani

Paolo Ruffini (1765-1822)

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **7** (2022), n.3, p. 227–248.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2022_1_7_3_227_0>

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2022.

Matematica, Cultura e Società – Rivista dell'Unione Matematica Italiana
Serie I, Vol. 7, N. 3, dicembre 2022, 227-248

Paolo Ruffini (1765-1822)

Francesco Barbieri
Già docente presso Università di Modena e Reggio Emilia
E-mail: kino.barbieri@gmail.com

Franca Cattelani Degani
Già docente presso Università di Modena e Reggio Emilia
E-mail: franca.cattelani@gmail.com

Sommario: *Paolo Ruffini, internazionalmente famoso per i suoi risultati in campo matematico, in particolare per il teorema sulla insolubilità per radicali delle equazioni algebriche di grado maggiore di 4, fu anche medico ed epistemologo. Ebbe una lunga carriera come docente di matematica all'Università di Modena, in cui, dal 1814, divenne rettore ed incaricato pure di insegnamenti medici. Fu socio di diverse Accademie, tra le quali l'Istituto Nazionale napoleonico e la Società Italiana delle Scienze, di cui fu eletto presidente.*
Valentano (Viterbo), suo paese natale, e la città di Modena, in cui trascorse tutta la sua vita – eccezion fatta per i primi anni – lo ricordano in modo adeguato ed il 10 maggio 2022, in occasione del bicentenario della morte, le Poste Italiane hanno emesso un francobollo celebrativo.

Abstract: *Paolo Ruffini, internationally famous for his results in mathematics, in particular for the theorem on the insolubility by radicals of algebraic equations of degree greater than 4, was also a physician and epistemologist. He had a long career as an academic professor of mathematics at the University of Modena, where, from 1814, he became rector and also in charge of medical teachings. He was a member of several Academies, as the National Napoleonic Institute and the Italian Society of Sciences, of which he was elected president.*
Valentano (Viterbo), his birthplace, and the town of Modena, where he spent all his life – except for the first few years – remember him adequately and on May 10, 2022, on the occasion of the bicentenary of his death, Poste Italiane (the Italian postal service) has issued a celebrative stamp.

Introduzione

In occasione del bicentenario della morte di Paolo Ruffini, avvenuta a Modena il 10 maggio 1822, le Poste Italiane hanno emesso il francobollo riprodotto in Fig. 1, con lo specifico intento di rendere onore ad uno dei più illustri scienziati vissuti tra Settecento e Ottocento.

Figura 1 – Francobollo commemorativo di Paolo Ruffini (2022).

Dietro al ritratto, s'intravedono formule che rimandano alla matematica, la disciplina prediletta da Ruffini, mentre in primo piano, in bianco, è riprodotto lo schema del suo simbolo distintivo, che ha portato tutti i ragazzi di scuola superiore a conoscere il suo nome: una divisione eseguita secondo il suo metodo, ovvero la "regola di Ruffini". Comunque, i suoi risultati nel campo delle equazioni algebriche hanno un'importanza notevolmente maggiore e, nonostante sia stato anche medico e filosofo, sono questi che l'hanno reso internazionalmente famoso.

Nel 1799 fu edita la sua prima pubblicazione, ma anche la più importante, in cui egli diede la prima dimostrazione (seppur con qualche carenza non sostanziale) della non esistenza, per equazioni algebriche di grado maggiore di quattro, di formule risolutive per radicali, ovvero esprimibili solo con le quattro operazioni algebriche e le estrazioni di radici.

Accettato: il 30 novembre 2022.

Come si evince dal suo carteggio [4], all'epoca Ruffini non aveva avuto rapporti con altri studiosi, se non i suoi docenti universitari. Si potrebbe allora interpretare il suo risultato come il frutto del lavoro di un ricercatore d'ingegno ed isolato, lavoro sbocciato come un fiore nel deserto o un fulmine a ciel sereno, ma non è del tutto vero. Grande merito va attribuito alla formazione fisico – matematica ricevuta all'università frequentando il biennio propedeutico e alcuni corsi della classe filosofica, in particolare dal suo principale maestro Paolo Cassiani (1743-1806), ma anche agli stimoli provenienti da tutto l'ambiente culturale estense.

Nella sua lunga reggenza del Ducato di Modena e Reggio (1737-1780), Francesco III d'Este aveva promosso significative innovazioni socio-culturali, tra le quali soprattutto la riapertura e statalizzazione dell'Università nel 1772.

Nei novant'anni precedenti (1682-1772), l'istruzione superiore era stata prerogativa dello Studio Pubblico di San Carlo, un'istituzione di carattere universitario coordinata dalla Congregazione dei sacerdoti di San Carlo, pur sotto gli auspici e con privilegi sanciti dal Duca. Dal 1772 l'intero apparato scolastico del Ducato, di ogni ordine e grado, passò sotto la giurisdizione del Duca e l'Università di Modena divenne l'unica dello Stato. E ciò a discapito di quella di Reggio, attiva dal 1752, che fu soppressa nonostante avessero qui insegnato figure di primissimo piano, come Bonaventura Corti (1729-1813) (naturalista e meteorologo), Lazzaro Spallanzani (1729-1799) (naturalista e biologo) e Giambattista Venturi (1746-1822) (fisico).

In base alla riforma, l'Università fu strutturata in «quattro classi» (teologica, giuridica, medica, filosofica) con l'accesso preceduto da un «biennio propedeutico» comune. Nel complesso, si ebbe un notevole incremento di corsi di carattere fisico-matematico, impartiti nel «biennio propedeutico» e nella «classe filosofica» e affidati a docenti di valore.

In particolare, per la prima volta veniva insegnata a Modena l'Analisi matematica ed il relativo insegnamento, Calcolo Sublime, fu affidato a Paolo Cassiani, un avvocato che, a partire dal 1765, presso lo Studio pubblico di San Carlo aveva ricoperto le cattedre di diritto canonico e poi criminale. [14]

1. – Cenni biografici ([1])

FIGURA 2 – Ritratto ad olio di Paolo Ruffini, opera di Biagio Magnanini (1780-1841). Rettorato dell'Università di Modena e Reggio Emilia.

Paolo Ruffini, o, più precisamente, Paolo Giovanni Pacifico Giacinto Bonaventura Ruffini, quinto di otto fratelli, nacque a Valentano, nel Viterbese, il 22 settembre 1765. Il padre Basilio stava là svolgendo temporaneamente la sua professione medica. La madre, Maria Francesca Ippoliti, proveniva da Poggio Mirteto, nel Lazio. Nel 1771 i Ruffini ritornarono a Reggio Emilia, la loro città natale, città che pochi anni dopo Paolo lasciò per trasferirsi definitivamente nella capitale del Ducato Estense. Qui trascorse il resto dei suoi giorni, ragion per cui è usualmente considerato modenese.

Nel 1783 si iscrisse all'Università e nel biennio propedeutico studiò le discipline fisico-matematiche.

([1]) Per una esauriente biografia si veda [3]; in [24] si ha la prima biografia. Per un quadro completo della figura di Ruffini si vedano [5] e [32].

Furono suoi maestri: Luigi Fantini per "Geometria piana e solida", Paolo Cassiani per "Instituzioni analitiche" (ovvero "Calcolo sublime") ([2]), Giambattista Venturi per "Elementi di matematica", Giovan Battista Vandelli per "Elementi di statica e dinamica", Mariano Moreni per "Fisica pratica e sperimentale". Completato il biennio, seguendo le orme paterne, Ruffini intraprese gli studi di medicina.

Nel 1787, in seguito alla nomina a Ministro del Supremo Consiglio di Economia e Sovrintendente alle acque e strade, Cassiani fu costretto a lasciare la cattedra ed egli stesso indicò come sostituto

> *un giovine fornito di molta penetrazione ... dotato di quel carattere d'ingegno acuto, riflessivo e combinatore, che si richiede per le Scienze Matematiche* ([3])

ovvero il suo allievo Paolo Ruffini; e questi, il 24 dicembre dello stesso anno, così scrisse al fratello Giuseppe:

> *Non so se per Reggio siasi divulgata la ciancia che io sia per diventare professore di analisi. Questa, quantunque debba dirsi in realtà una vera ciancia, non è però mancante di qualche fondamento. Il Sig. Cons.e Cassiani ... richiesto ... se mai avesse alcuno scolaro che potesse rimpiazzare il suo posto, graziosamente rispose che v'era io, e così a voce mi propose in qualche modo per nuovo professore d'analisi (che povera matematica!).* ([4])

E al Nostro, anche se non era ancora laureato, nel 1787-88 fu affidato l'insegnamento di "Instituzioni analitiche". Il 9 giugno 1788 conseguì la laurea in "Phylosophia et Medicina" ([5]), già il giorno successivo fu iscritto nella Matricola dei Chirurghi e il 15 ottobre dello stesso anno l'incarico di professore di "Instituzioni Analitiche" fu confermato ed istituzionalizzato.

Nel gennaio del 1791 ottenne il libero esercizio all'arte medica, professione che esercitò con molto zelo fino ai suoi ultimi giorni accanto a quella di docente accademico, anche se questa subì più cambiamenti, soprattutto a causa degli avvicendamenti di vari governi:

- gli Estensi col Duca Ercole III, l'ultimo della famiglia (fino all'ottobre 1796);
- il dominio francese con la Repubblica Cispadana poi Cisalpina, la Repubblica Italiana e il Regno d'Italia (fino al 1814);
- l'intermezzo austro-russo (dal giugno 1799 al giugno 1800);
- la restaurazione col duca austro-estense Francesco IV (entrato in Modena il 15 luglio 1814).

Nonostante il suo spirito conservatore, Ruffini accettò il succedersi degli eventi mantenendo un certo distacco dall'impegno politico e facendosi valere per le capacità scientifiche, per il rigore morale e per la difesa incondizionata della religione cattolica. Ricordiamo, in proposito, l'atteggiamento tenuto in tre diverse situazioni.

Certamente per riconoscenza nei suoi confronti, nel 1797 fu nominato rappresentante del Dipartimento del Panaro nel Consiglio degli Juniori del Corpo legislativo, ma egli accolse la nomina con disappunto e si recò a Milano solo per presentare la sua rinuncia:

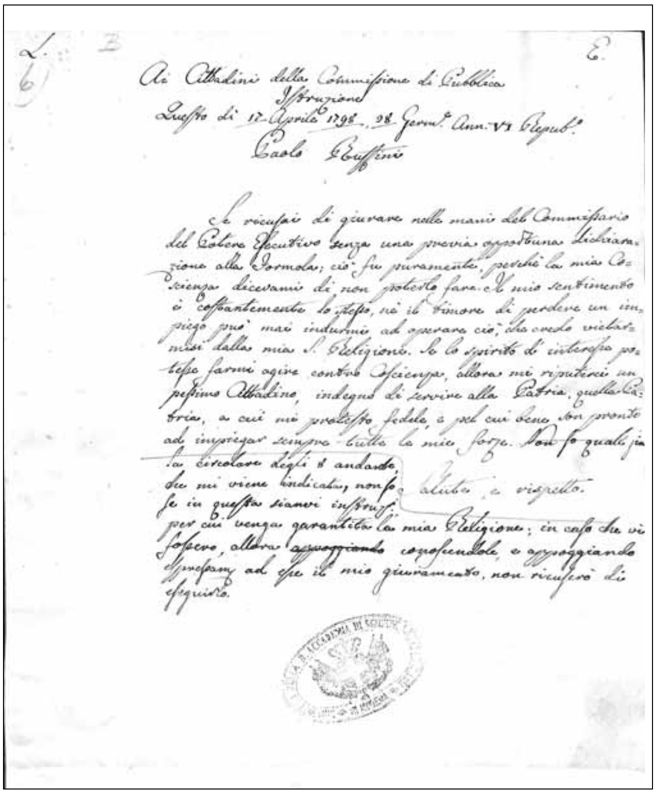
> *Ora poi ché la legge dei 28 Annebioso mi obbliga di venire personalmente a deporre al Corpo Legislativo questa mia rinunzia: a Voi la consegno, o cittadini, e vi protesto con piena verità essersi tutti i miei studi versati nella medicina e nelle matematiche pure. Tali scienze, vaste di troppo, avendomi occupato intieramente, come potrei entrare tutto d'improvviso a discutere delle leggi, come potrei formarne, senzacchè ciò mi recasse fatica immensa, a cui la mia gracilità non resisterebbe, o senzacchè tradissi la causa della Patria, col non occuparmi quanto è necessario? D'altronde un anno e più d'ozio nelle medicina, qual nocumento non mi recarebbe? ... l'esercizio è quello che abile rende l'artiere e lo scienziato ... Non è dunque man-*

([2]) Nel biennio filosofico Paolo Cassiani non insegnò solo matematica. Si alternò con Giambattista Venturi per l'insegnamento di "Logica e Metafisica" e poi di "Metafisica e Fisica generale".

([3]) Archivio Ruffini, Filza 1/2 (A).

([4]) Archivio Ruffini, Filza 9/5(C)

([5]) Per tradizione ai medici veniva attribuito anche il titolo di dottore in filosofia [26, p. 107]. È priva di fondamento la notizia che il Ruffini avesse conseguito anche la laurea in matematica.



Ai Cittadini della Commissione di Pubblica Istruzione
Questo dì 17 Aprile 1798. 28 Germ.le Ann. VI Repub.°
Paolo Ruffini

Se ricusai di giurare nelle mani del Commissario del Potere Esecutivo senza una previa opportuna dichiarazione alla Formola; ciò fu puramente, perchè la mia Coscienza dicevami di non poterlo fare. Il mio sentimento è costantemente lo stesso, nè il timore di perdere un impiego può mai indurmi ad operare ciò, che credo vietarmisi dalla mia S. Religione. Se lo spirito d'interesse potesse farmi agire contro Coscienza, allora mi riputerei un pessimo Cittadino, indegno di servire alla Patria, quella Patria, a cui mi protesto fedele, e pel cui bene son pronto ad impiegar sempre tutte le mie forze. Non so quali sia la circolare degli 8 andante, che mi viene indicata, non so se in questa sianvi instruzioni per cui venga garantita la mia Religione; in caso che vi fossero, allora ~~appoggiando~~ conoscendole, e appoggiando espressam.e ad esse il mio giuramento, non ricuserò di eseguirlo.

Salute e rispetto.

FIGURA 3 – Lettera di Ruffini del 17 aprile 1798 alla Commissione di Pubblica Istruzione.

canza di amor per la Patria quella che m'induce alla rinunzia ... ([6])

La legge del 27 frimale anno VI (17-12-1797), modificata il 26 ventoso (16-3-1798), prescriveva che i pubblici funzionari e gli impiegati della Repubblica prestassero giuramento, ma in una sua lettera dell'aprile 1798 ([7]) Ruffini racconta:

> *Venuto il mio turno, io mi presentai, e credei secondo la mia Coscienza, e la mia Religione di dover incominciare: « ... che in questo giuramento intendevasi rispettata e salvata la Religione etc.», ma il commissario m'interruppe, e mi disse che non ammetteva dichiarazione; ... risposi allora, che quando non ammetteva la dichiarazione, io non poteva giurare.*

([6]) Lettera ai Rappresentanti del Corpo Legislativo – [Milano], [~ 1797, novembre]. (Minuta in Archivio Ruffini, Filza 8/33. Cat. N. 51).

([7]) Lettera ad N.N., [~ 1798, aprile] (Archivio Ruffini, Filza 10/36(A) Cat. N. 58).

Inoltre, nella sua lettera del 17 aprile 1798 alla Commissione di Pubblica Istruzione ([8]) ribadisce:

> *Se ricusai di giurare, ... fu puramente perché la mia coscienza dicevami di non poterlo fare ... né il timore di perdere un impiego può mai indurmi ad operare ciò, che credo vietarmi dalla mia S. Religione. Se lo spirito di interesse potesse farmi agire contro coscienza, allora mi riputerei un pessimo cittadino, indegno di servire alla Patria, quella Patria a cui mi protesto fedele, e pel cui bene son pronto ad impiegar sempre tutte le mie forze.*

Di conseguenza, Ruffini fu destituito da entrambi gli insegnamenti che ricopriva, ma già nell'anno successivo fu reintegrato in entrambi i ruoli e, cosa del tutto eccezionale, gli furono mantenuti entrambi gli stipendi.

Come terza situazione, ricordiamo che per il biennio 1803-05 Ruffini fece parte del Consiglio Comunale di Modena: nel primo anno presenziò solo saltuariamente e per il secondo il suo nome appare nei verbali, ma sempre registrato tra gli assenti.

2. – L'attività didattica

Ritorniamo alla lunga carriera accademica di Ruffini, che va dall'anno precedente la laurea fin quasi ai suoi ultimi giorni (col solo vuoto del 1798-99 per il mancato giuramento), nel corso della quale ricoprì cattedre di tutte le discipline allora previste per una completa formazione matematica [7]:

- dal 1787 al 1796 "Istituzioni analitiche" ("Introduzione al calcolo sublime" e "Calcolo sublime"), il suo primo insegnamento, in cui aveva sostituito il suo maestro Paolo Cassiani;
- dal 1791 anche "Elementi di matematica", in sostituzione di Luigi Fantini, ritiratosi perché anziano e cieco;
- dal 1797 al 1802 "Geometria ed analisi" presso l'Università che con l'occupazione francese aveva subito sostanziali trasformazioni (con l'interruzione nell'anno 1798-99);

([8]) Archivio Ruffini, Minuta in Filza 5/14. Cat. N. 55.

- dal 1803 al 1806 “Matematica sublime” presso il Liceo Dipartimentale in cui i francesi avevano declassato l’Università (nel 1802 a Ruffini fu offerto di trasferirsi sulla cattedra di “Calcolo sublime” nella prestigiosa Università di Pavia (9), ma rifiutò (10), adducendo ragioni di scarsa salute, ma soprattutto per non allontanarsi dai suoi pazienti);
- dal 1807 al 1822 “Matematica applicata” (ossia “Idrodinamica”) prima presso la Scuola di Artiglieria e Genio (ancora una volta in sostituzione di Paolo Cassiani, deceduto nel 1806) e poi presso l’Università riaperta da Francesco IV nel 1814.

La Scuola di Artiglieria e Genio (1798-99; 1801-1814) fu istituita a Modena per volere dello stesso Napoleone e collo specifico scopo di formare artiglieri ed ingegneri, sull’esempio delle Grandes Écoles di Parigi. La Scuola di Modena fu il primo istituto italiano in cui veniva insegnata la “Geometria descrittiva” messa a punto in quegli anni da Gaspard Monge (1746-1818). Fu visitata da Napoleone in persona, che la lodò.

Vi prestarono la loro opera di docenti di discipline matematiche:

- Antonio Cagnoli (1743-1816), allora Presidente della Società Italiana delle Scienze, per la cattedra di “Calcolo sublime” e – al suo decesso – sostituito da Gianfrancesco Cremona (1775-1834);
- Paolo Cassiani per “Geometria descrittiva”, affidata – alla sua morte – a Giuseppe Tramontini (1768-1852);
- Paolo Ruffini, che entrò nel 1807 in seguito alla morte di Cassiani, ma sulla cattedra di “Matematica applicata” (Idrodinamica).

L’accesso alla Scuola Militare era molto ambito e per essere ammessi si doveva sostenere un esame su tre discipline: matematica, disegno e lingua italiana. Come aiuto per la preparazione alla prova di matematica fu pubblicato il corposo *Corso di matematiche ad uso degli aspiranti alla Scuola d’Artiglieria e Genio di Modena* (1805-08) in 5 volumi così suddivisi:

I) *Aritmetica* di Paolino Chelucci (1681-1754) e col saggio di P. Cassiani: *Breve trattato delle misure e principalmente di quelle del Regno d’Italia*;
II) *Geometria* di Anton Maria Grandi (1760-1822) e col saggio di P. Cassiani: *Sul metodo dei limiti,* (pubblicato postumo);
III) *Algebra* di Paolo Ruffini (1807);
IV) *Trigonometria* di Antonio Cagnoli;
V) *Appendice all’algebra* (1808) di Paolo Ruffini, con un opuscolo *Sul metodo delle tre coordinate* di Giuseppe Tramontini (1768-1852) ed *Elementi di geografia sferica* di Carlo Benferreri.

Le due opere *Algebra* ed *Appendice all’algebra* [[11]] furono le uniche pubblicate da Ruffini con finalità didattiche. (11)

Con la caduta di Napoleone, la Scuola Militare fu soppressa, ma con la Restaurazione del 1814 fu riaperta l’Università. Come abbiamo già detto, qui Ruffini continuò coll’insegnamento di “Matematica applicata” e non solo: il Duca Francesco IV lo nominò docente di “Medicina pratica”, l’anno successivo anche di “Clinica medica” ed inoltre gli assegnò la carica di Rettore dell’Università.

Aggiungiamo che nel 1816 divenne Presidente della Società Italiana delle Scienze, il sodalizio fondato nel 1782 da Anton Maria Lorgna (1735-1796) e che radunava sotto il vessillo delle scienze i 40 più illustri studiosi dei tanti stati e staterelli in cui era divisa l’Italia geografica.

In conclusione, dal 1814 alla sua morte, avvenuta il 10 maggio 1822, Ruffini, che continuava ad esercitare anche la professione medica (era pure il medico di corte), fu sì gravato da numerosi incombenze, ma gli furono tributati anche i massimi onori.

(9) Lettera da Milano di Villa, [Luigi] a Ruffini, 30 novembre 1802. (Archivio Ruffini, Filza 10/24(A) Cat. N. 170).

(10) Lettera di Ruffini a Villa, [Luigi], 7 dicembre 1802. (Archivio Ruffini, Filza 10/24(A) Cat. N. 174).

(11) Per approfondimenti sugli insegnamenti impartiti presso la Scuola Militare di Modena rimandiamo a [28].

3. – Ruffini scienziato matematico: il teorema sull'insolubilità delle equazioni

Nel 1799 Ruffini diede alle stampe la *Teoria generale delle Equazioni, in cui si dimostra impossibile la soluzione algebraica delle equazioni generali di grado superiore al quarto.* [[1]]

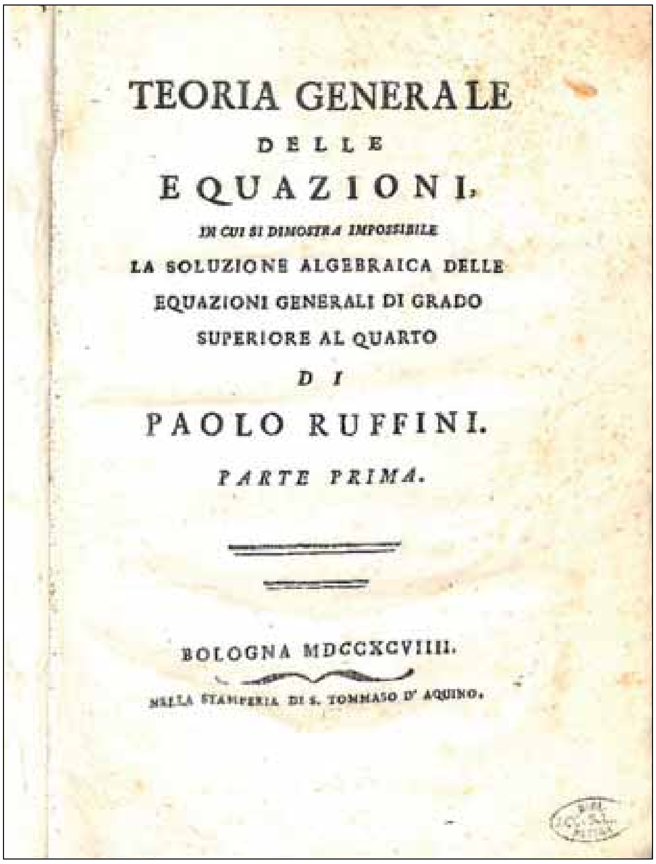


FIGURA 4 – Frontespizio della prima pubblicazione scientifica di Paolo Ruffini.

Fu la sua prima pubblicazione scientifica, ma anche la più importante. In essa Ruffini sviluppa una trattazione amplissima di tutto ciò che riguarda le equazioni algebriche con numerosi risultati, tra i quali sottolineiamo:

- un'originale dimostrazione della regola di Cartesio sui segni delle radici;
- la risoluzione del "caso irriducibile" per le equazioni di 3º grado, ovvero che, nel caso delle tre radici reali, per trovarle è necessario passare dal campo dei complessi, questione sulla quale c'era un dibattito accesosi fin dalla scoperta della formula cardanica ('500) e che aveva portato a tanti illusori tentativi proprio per evitare l'uso dei complessi;

ma, per il risultato più importante, "il teorema sulla insolubilità", Ruffini è così ansioso di farlo conoscere che lo esprime già nel lungo titolo:

> *si dimostra impossibile la soluzione algebraica delle equazioni generali di grado superiore al quarto.*

Fin dal '500 erano note le formule per trovare le radici di equazioni di terzo e di quarto grado e da allora gli studiosi erano alla ricerca di quelle per le equazioni di grado superiore. Ciò nonostante, il risultato di Ruffini fu accolto con non poco scetticismo ed apparve inatteso.

Nel '700 si ebbero sulla questione significativi contributi da parte di matematici illustri come E. Waring (1736-1798), A.T. Vandermonde (1735-1796) e G.L. Lagrange (1736-1813).

I più esaustivi furono espressi da quest'ultimo nelle sue *Réflexions* pubblicate nel 1770-71, [22]. Il cercare di comprendere la ragione profonda del perché nelle equazioni algebriche fino al 4º grado si avessero formule risolutive "espresse per radicali" lo aveva portato ad una svolta significativa: ci che conta sono le proprietà di simmetria delle funzioni razionali della radici, funzioni il cui studio è possibile anche a prescindere dalla loro conoscenza esplicita attraverso i legami tra le radici stesse e i coefficienti dell'equazione ("formule di Viète-Girard").

Lagrange era giunto alla conclusione che la risolubilità o irresolubilità per radicali di un'equazione algebrica di grado n dipende dall'esistenza o meno di una funzione razionale intera delle n radici dell'equazione che, al permutarsi di queste, assuma solo m valori distinti, con $m < n$, essendo questi m valori le radici di un'altra equazione (la "risolvente") di grado m. [20]

Per sua stessa ammissione, Ruffini parte da Lagrange, ma poi lo supera; anzi, giunge a dimostrare la non risolubilità per radicali di equazioni di grado maggiore di 4. Certamente Ruffini era stato indirizzato verso quella strada dal suo maestro Paolo Cassiani, colui che più di tutti aveva influito sulla sua formazione matematica.

Per modestia, Cassiani non diede mai alle stampe i suoi studi inerenti la matematica, ma presso l'Accademia di Scienze, Lettere e Arti di Modena è conservato un corposo faldone di suoi manoscritti

("Carte Cassiani") e un gruppo di questi, intitolati *Primi rudimenti dell'Algebra,* raccoglie i testi delle sue lezioni impartite al biennio propedeutico, dove insegnò non solo l'analisi, ma anche le equazioni algebriche e le loro proprietà.[14], [16]. Al paragrafo n. 206 si legge:

> *Passato il quarto grado non si ha metodo alcuno per risolvere generalmente le equazioni determinate. La soluzione generale delle equazioni di quinto grado e dei gradi superiori non è stata per anche trovata, e forse è impossibile a ritrovarsi.*

Cassiani era stato uno dei membri dell'Accademia Rangone, un cenacolo di studiosi modenesi che dal 1784 al 1792 si riunirono con regolarità in casa del Marchese Gherardo Rangone per dibattere e presentare novità scientifiche, con preferenza per quelle diffuse da giornali stranieri.

I biografi di Cassiani riferiscono che, in quell'ambito, egli aveva letto la memoria *Teoria generale delle equazioni,* di cui ci è purtroppo pervenuto solo il titolo, e aggiungono che era andato ben oltre i risultati di Lagrange. Non è difficile pensare che i risultati, a cui si fa riferimento, siano quelli da costui espressi nelle sue *Réflexions,* pubblicate proprio su quelle Memorie dell'Accademia di Berlino, su cui, per statuto, i soci dell'Accademia erano tenuti ad aggiornarsi e a riferire nelle loro adunanze.

Per l'equazione di 5^0 grado, Ruffini deduce il suo risultato dalle proprietà di quello che oggi è detto "gruppo S_5", ovvero il gruppo delle permutazioni su 5 elementi, le 5 soluzioni reali o complesse dell'equazione ([12]), ma la teoria dei gruppi non esisteva ancora. [13], [20]

Egli analizza dettagliatamente le 120 forme di una funzione delle 5 radici ottenute permutandole in tutti i modi possibili; ma anche per questo non fa che seguire il suo maestro.

Tra le "Carte Cassiani" si trova una tavola su cui sono elencate le 120 forme della funzione

$$y = f : (x')(x'')(x''')(x^{IV})(x^{V})$$

ottenute permutando le 5 radici $x', x'', x''', x^{IV}, x^{V}$ di una generica equazione di quinto grado. Qui appaiono diversi gruppi di permutazioni contrassegnate con uno stesso simbolo, ma mancano spiegazioni e commenti. Nelle carte successive, radunate sotto i titoli "Combinazioni a due a due fra soli 60 valori" e "Combinazioni utili a tre a tre fra li 60 valori", vengono trascritti, senza parole di commento, diversi raggruppamenti dei 120 valori, associati a due a due, a tre a tre, ecc., fino a dieci a dieci e a dodici a dodici. [16] Non sappiamo bene come, ma certamente Ruffini fece uso di queste per la sua dimostrazione.

Egli ottenne che una funzione razionale delle 5 radici dell'equazione, al permutarsi si queste, non può assumere né 4 né 3 valori distinti e che è impossibile ricorrere a risolventi di primo o di secondo grado. Da qui l'irresolubilità algebrica per equazioni di 5^0 grado, a cui fece seguire brevi cenni per l'estensione ai gradi superiori

Una volta pubblicata la sua opera, Ruffini la inviò a matematici italiani, quali Gregorio Fontana (1735-1803), Sebastiano Canterzani (1734-1819), Pietro Cossali (1748-1815), Pietro Paoli (1759-1839), Gianfrancesco Malfatti (1731-1807). [10, T. III], [4]. In genere fu accolta con interesse ed apprezzamenti, ma in Malfatti, l'altro grande algebrista italiano, suscitò seri dubbi e tra i due nacque una polemica che (come evidenziano [[6]] e [[7]] dell'elenco delle opere di Ruffini) si protrasse per alcuni anni. Malfatti si era interessato alla soluzione di un'equazione algebrica di quinto grado, giungendo però ad una risolvente, nota come "risolvente di Malfatti", che è di sesto grado. [2]

Il primo studioso che riuscì a far propri i risultati esposti da Ruffini e a credere nella sua dimostrazione fu il modenese Pietro Abbati (dal 1818, Abbati Marescotti) (1768-1842), che nel settembre 1802 scrisse all'amico una lettera con suggerimenti per apportare semplificazioni e completamenti, in particolare per le equazioni di grado maggiore di 5. [1], [13] ([13])

([12]) È del 1799 il teorema di C. F. Gauss che afferma che ogni equazione algebrica ha, nel campo dei numeri complessi, tante radici quant'è il grado dell'equazione, purché si contino le radici multiple con la loro molteplicità.

([13]) Ettore Bortolotti, curando la pubblicazione delle *Opere Matematiche di Paolo Ruffini* [[25]], [10], ha considerato questo lavoro di Pietro Abbati tanto importante da inserirlo in chiusura del Tomo II delle suddette *Opere.*

Per Ruffini fu lo stimolo ad una prima revisione del suo lavoro, che fu pubblicata nel 1803 e Pietro Paoli in una sua opera del 1804 [27] scriveva:

l'insigne Geometra Ruffini ha dimostrato essere impossibile la generale risoluzione dell'equazioni di grado superiore al quarto.

Il parere più atteso da Ruffini era quello di Lagrange, a cui aveva inviato una prima copia della sua opera fin dal 1802 e, non avendo ricevuto alcun riscontro, anche una seconda ([14]). Essendo egli partito espressamente dai risultati di Lagrange, sperava che questi la leggesse e si pronunciasse in merito; ma così non fu, e per diverse ragioni:

- Ruffini era uno sconosciuto, come pure il suo maestro Cassiani;
- contrariamente al suo risultato, Lagrange era convinto che si potessero trovare formule risolutive per equazioni di grado maggiore di 4, così come scrisse ancora in una sua opera del 1808 ([15]);
- la dimostrazione di Ruffini era complicata, di difficile lettura e col procedimento appesantito dalla necessità di dover introdurre via via gli elementi primordiali della "Teoria dei gruppi".

Sempre nel 1808, J. B. Delambre (1749-1822), segretario perpetuo dell'Istituto delle Scienze di Parigi, presentò in quella sede un «Rapporto storico sui progressi delle scienze matematiche», in cui si riconosceva al matematico italiano solo il tentativo della dimostrazione del teorema sull'insolubilità; ma la protesta di Ruffini:

io mi lusingo di avere non solo intrapreso a dimostrare l'indicato teorema, ma di averlo dimostrato realmente ([16])

non ebbe esito positivo. Egli inviò all'Istituto delle Scienze una nuova versione della sua dimostrazione; comunque, restò vana la speranza che venisse letta da Lagrange e anche da S. F. Lacroix (1765-1843) e A. M. Legendre (1752-1833), che l'Istituto delle Scienze di Parigi aveva designato come censori assieme a Lagrange, a dire il vero ormai anziano, tanto che si spense nell'aprile del 1813. [30, pp. 294-301].

Nonostante le mancate risposte attese fin dal 1802, Ruffini non si diede per vinto e con ostinazione e tenacia pubblicò nuove revisioni della sua dimostrazione (1806 e 1813), con notevoli semplificazioni soprattutto in quella del 1813.

Resosi conto dell'agilità di quest'ultima versione, si prodigò per diffonderla anche presso studiosi stranieri non francesi, sempre confidando in un giudizio positivo. Tramite l'intermediazione dell'amico Gherardo Rangone, che era a Vienna, cercò un parere dagli studiosi tedeschi, in particolare da Gauss; ma il 13 gennaio 1815 Rangone gli scrisse che i matematici tedeschi *non sì facilmente si inducono a far fatica* se non sono ben pagati. ([17])

Una prima approvazione gli giunse nel 1814 dalla Royal Society di Londra. Il 17 marzo 1814 Thomas Young (1773-1829) scrisse a Ruffini da Londra, informandolo che i componenti della Royal Society avevano letto la sua memoria sulla irresolubilità e ne ritenevano corretta la dimostrazione, ma non era abitudine della Società emettere giudizi sulle memorie ricevute. ([18])

Finalmente il 20 settembre 1821, a pochi mesi dalla morte (che avverrà il 10 maggio 1822) Luigi Agostino Cauchy (1789-1857) scrive a Ruffini:

Votre mémoire sur la résolution générale des équation est un travail qui m'a toujours paru digne de fixer l'attention des géomètres, et qui, à mon avis, démontre complètement l'insolubilité algébrique des équations d'un degré supérieur au quatrième ([19]).

([14]) Archivio Ruffini, Filza 6/43. [10, T. III, pp. 11-13].

([15]) Seconda edizione di [23].

([16]) Archivio Ruffini, Filza 5/32 Cat. N. 529. Si veda anche [10, T. III, p. 51].

([17]) Archivio Ruffini, Filza 8/31(B) Cat. N. 883. [10, T. III, pp. 79-80].

([18]) Archivio Ruffini, Filza 10/27(B) Cat. N. 814. [10, T. III, p. 70].

([19]) *La vostra memoria sulla risoluzione generale delle equazioni è un lavoro che mi è sempre sembrato degno di attenzione da parte dei geometri, e che, a mio parere, dimostra completamente l'insolubilità algebrica delle equazioni di grado superiore a quattro.* Archivio Ruffini, Filza 4/43 Cat, 1902. [10, T. III, pp. 88-89]

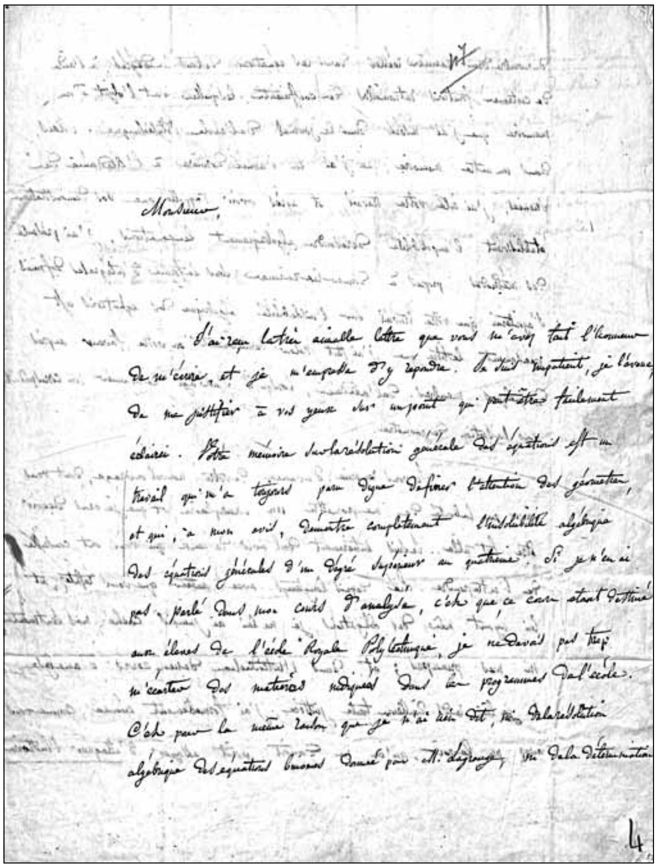


FIGURA 5 – Il retto della prima carta della lettera a Ruffini inviata da A. L. Cauchy il 20 settembre 1821.

Vale la pena sottolineare che l'atteggiamento di Cauchy nei confronti di Ruffini era ben diverso da quello di Lagrange. Il matematico estense non era più così sconosciuto: dal 1816 era presidente della Società Italiana delle Scienze. Inoltre, fin dall'ottobre 1815 era stato Cauchy a cercare di entrare in relazione con Ruffini ([20]), anche perché si sentiva con lui in perfetta sintonia per la difesa incondizionata della religione cattolica.

A partire dai risultati di Ruffini, Cauchy trasse poi suggerimenti per sue memorie sulle funzioni simmetriche. E basandosi sui teoremi di Cauchy, nel 1825 il norvegese Niels-Henrik Abel (1802-1829) ridimostrò il teorema sull'insolubilità delle equazioni, accennando a Ruffini solo per dire che questi era stato il primo a "cercare" di dimostrarlo, ma senza alcuna accettazione dei suoi risultati.

([20]) Archivio Ruffini, Filza 4/43 Cat. 968. [10, T. III, p. 82].

Per la dimostrazione è basilare il concetto di "gruppo astratto" che sarà formalizzato da E. Galois (1811-1832) nel 1830 e che segnerà la nascita della "algebra astratta".

Il teorema oggi si dimostra con la "teoria di Galois"; per tanto tempo è stato noto solo come "Teorema di Abel" ed ora come "teorema di Ruffini-Abel", grazie al duplice lavoro di rivalorizzazione del matematico modenese per merito di Heinrich Burckardt (1861-1914) e di Ettore Bortolotti (1866-1947).

Dopo il 1825, la figura e l'opera di Paolo Ruffini fu a lungo dimenticata. Una decisiva inversione di rotta si ebbe nel 1892. Scrive in proposito G. Barbensi [3, p. 50]:

> *Ora accadde che mentre furono essenzialmente gli stranieri a non voler riconoscere l'importanza del ritrovamento del Ruffini, fu uno straniero, il Burckardt, a mettere in evidenza questo fatto nella sua monografia Die Anfänge der Gruppentheorie und Paolo Ruffini (I primordii della teoria dei gruppi e Paolo Ruffini).*

Fu colta immediatamente l'importanza della monografia e due anni dopo ne uscì una traduzione in italiano per favorirne la diffusione.[11]

Sollecitato da questa pubblicazione, Bortolotti scelse come tema per il discorso inaugurale dell'anno accademico 1902-03 all'Università di Modena *Influenza dell'opera matematica di Paolo Ruffini sullo svolgimento delle teorie algebriche.*[9] Per l'occasione, poté consultare la mole di documenti, lettere e manoscritti conservati dal pronipote avvocato Luigi Ruffini e ciò gli permise sia un primo loro riordino sia di predisporre la pubblicazione delle *Opere Matematiche,* in particolare il primo tomo, che uscì nel 1915. [10] ([21])

([21]) Il Tomo I delle *Opere Matematiche di Paolo Ruffini* [10]. [[25]] fu pubblicato nel 1915 sotto gli auspici del Circolo Matematico di Palermo. I Tomi II e III furono pubblicati a cura dell'Unione Matematica Italiana. A causa della guerra, le copie del Tomo II, edito dalla Casa Cremonese, Roma, 1943, andarono quasi tutte distrutte e nel 1953 ne fu fatta una edizione anastatica, sempre a cura dell'UMI, col contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche e dalla stessa casa editrice. A cura e col contributo di questi stessi enti, nel 1954 fu pubblicato il Tomo III, costituito dal *Carteggio Matematico.*

Come fece notare H. Burckardt nella sua monografia, la principale lacuna della dimostrazione di Ruffini sta nelle cosiddette "irrazionalità accessorie", ovvero nel fatto, che per ottenere equazioni risolventi più semplici della data, egli abbia considerato, come aveva fatto Lagrange, solo funzioni razionali delle radici dell'equazione di partenza, mentre avrebbero potuto essere anche irrazionali. [25, p. 475]

Sarà poi N. H. Abel a dimostrare il teorema:

> *Lemma di Abel: Se un'equazione è risolubile algebricamente, si può sempre dare alla radice una forma tale che tutte le funzioni algebriche di cui è composta possano esprimersi mediante funzioni razionali delle radici dell'equazione proposta.* [25, p. 478]

E se si parte da questo risultato, il procedimento di ricorrere solo a funzioni razionali delle radici è corretto e quindi lo è pure la dimostrazione di Ruffini.

4. – Ruffini scienziato matematico: la ricerca "per approssimazione" delle radici di un'equazione

Un'altra significativa memoria di Ruffini fu: *Sopra la determinazione delle radici delle equazioni numeriche di qualunque grado* (1804) [[5]], riedita da Bortolotti nel tomo II delle *Opere Matematiche.*

In essa viene presentato un metodo per trovare per "via numerica", ossia "con procedimenti di approssimazione", le radici di un'equazione, problema particolarmente importante per le equazioni di grado maggiore di 4, visto che era impossibile cercarle con formule risolutive, ma anche per quelle di terzo e quarto grado, per le quali si avevano sì le formule risolutive, ma di non facile applicazione.

Data una generica equazione:

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n = 0$$

e chiamato *f(x)* il polinomio primo membro dell'equazione, l'idea base è quella di confrontare i segni assunti da *f(x)* per valori interi successivi della variabile x.

Se, essendo a intero, *f(a)* e *f(a* + 1*)* hanno segno opposto, allora tra a ed a + 1 c'è una radice *r,* con $r = a, \ldots$, per la quale occorre determinare le cifre decimali fino al grado di precisione desiderato.

Ruffini introduce un algoritmo basato su successive divisioni del polinomio $f(x)$ per $x - a$ (la ben nota *divisione di Ruffini*) per trovare i coefficienti del polinomio $g(x) = f(x + a)$ che avrà la radice $r - a$ tra 0 e 1, con le stesse cifre decimali di $r = a, \ldots$ e da determinare.

Con una trasformazione immediata si ottengono i coefficienti del polinomio $h(x) = g(x/10)$ per il quale $10(r - a)$ è una radice compresa tra 0 e 10. Con quest'ultima trasformazione, ogni intervallino di lunghezza 1/10 viene trasformato in uno di lunghezza 1 e si tratta di trovare quale sia l'intero, compreso tra 0 e 9, passando dal quale al successivo il polinomio $h(x)$ cambia di segno. Sarà questa la cifra decimale cercata. Con una nuova traslazione, si riapplica il metodo ad $h(x)$ e con procedimento ricorrente si ottengono le successive cifre decimali della radice r.

Come abbiamo detto, è qui che Ruffini introduce la sua "regola" per la divisione di un polinomio per un binomio nella stessa variabile: egli la usa ripetutamente per operare con traslazioni sulle funzioni. Ad esempio, data la funzione

$$f(x) = 4x^5 - 6x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 8$$

egli presenta il seguente schema di divisioni successive per $x - 6$:

				6		
4	−6	3	−5	−4	8	
	4	18	111	661	3962	23780
		4	42	363	2839	20996
			4	66	759	7393
				4	90	1299
					4	114
						4

I resti delle diverse divisioni, che costituiscono l'ultima colonna di destra, presi dall'ultimo al primo, non sono altro che i coefficienti del polinomio traslato *f(x* + 6*),* ovvero ([22]):

$$f(x+6) = 4x^5 + 114x^4 + \\ + 1299x^3 + 7393x^2 + 20996x + 23780.$$

([22]) La giustificazione del procedimento sta nelle formula di Taylor:

$$f(y) = f(6 + (y-6)) = f(6) + \frac{f'(6)}{1!}(y-6) + \\ + \frac{f''(6)}{2!}(y-6)^2 + \frac{f'''(6)}{3!}(y-6)^3 + \frac{f^{IV}(6)}{4!}(y-6)^4 + \\ + \frac{f^{V}(6)}{5!}(y-6)^5,$$

da cui, ponendo $y - 6 = x$, si ha l'espressione di $f(x + 6)$.

Tra gli esempi considerati da Ruffini per la determinazione per approssimazione di una radice, c'è quello dell'equazione:

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

che ha una sola radice reale e le altre due complesse coniugate. Per la radice reale egli trova

$$x_1 = 2{,}09455148\ldots \quad \text{con un errore} < 10^{-8}$$

e vale la pena soffermarsi sul procedimento seguito per renderci conto di come Ruffini usa la sua regola. Considerata la funzione

$$f(x) = x^3 - 2x - 5,$$

essendo $f(2) = -1 < 0$ ed $f(3) = 16 > 0$, l'equazione ha la radice x_1 compresa tra 2 e 3 e quindi sarà $x_1 = 2, \ldots$ con i decimali da determinare. A questo punto Ruffini esegue la traslazione $x = t + 2$ e considera la funzione $g(t) = f(t+2)$ che ha come radice $t_1 = x_1 - 2 = 0, \ldots$ con la stessa parte decimale di x_1. Col procedimento delle divisioni successive trova i coefficienti del polinomio $g(t)$:

$$\begin{array}{ccccc}
 & & 2 & & \\
1 & 0 & -2 & -5 & \\
 & 1 & 2 & 2 & -1 \\
 & & 1 & 4 & 10 \\
 & & & 1 & 6 \\
 & & & & 1
\end{array}$$

Pertanto $g(t) = 1t^3 + 6t^2 + 10t - 1$ con ovviamente $g(0) = -1 < 0$ e $g(1) = 16 > 0$; per trasformare gli intervalli di lunghezza 1/10 in altrettanti intervalli di lunghezza 1, pone $t = u/10$ da cui:

$$10^3 g(u/10) = h(u) = u^3 + 60u^2 + 1000u - 1000 = 0$$

con $h(0) = -1000 < 0$ e $h(1) = 61 > 0$. Questo ci dice che la prima cifra decimale sta tra 0 ed 1 e pertanto si può precisare $x_1 = 2{,}0\ldots$

Ruffini prosegue ponendo $u = v/10$ da cui:

$$10^3 h(v/10) = l(v) = v^3 + 600v^2 + \\ + 100000v - 1000000 = 0$$

ed essendo $l(9) < 0$ ed $l(10) > 0$, può dire che $x_1 = 2,09\ldots$

Prima di procedere con la nuova traslazione $v = w + 9$, Ruffini ci fa notare che nei polinomi $h(u)$ ed $l(v)$ alcuni coefficienti sono numeri molto grandi che appesantiscono i calcoli; ma si possono rendere più agevoli. Nella valutazione del segno assunto da $h(u)$, si devono sostituire alla variabile u i numeri interi da 0 a 10, ma il valore che si ottiene dal monomio u^3 è trascurabile rispetto a quello degli altri tre monomi; allora in $h(u)$ lo si può trascurare e poi semplificare per 10, ottenendo l'espressione molto più semplice:

$$\underline{h}(u) = 6u^2 + 100u - 100 = 0;$$

è per $\underline{h}(u)$ che si può cercare il segno assunto per i valori interi di u da 0 a 10.

Dall'analoga osservazione per $l(v)$, si può trascurare v^3 e poi semplificare per 100 ed ottenere così:

$$\underline{l}(v) = 6v^2 + 1000v - 10000 = 0,$$

in cui è semplice calcolare $\underline{l}(9)$ ed $\underline{l}(10)$, che sono il primo negativo ed il secondo positivo.

Tornando alla traslazione $v = w + 9$, con le divisioni successive si ottiene:

$$m(w) = w^3 + 627w^2 + 111043w - 50671 = 0,$$

poi, ponendo $w = r/10$,

$$10^3 m(r/10) = n(r) = r^3 + 6270r^2 + \\ + 11104300r - 50671000 = 0.$$

Per valutare il segno assunto dal polinomio $n(r)$ per valori interi di r da 0 a 10, essendo gli ultimi due coefficienti enormemente grandi rispetto ai primi, i primi due monomi si possono trascurare e resta l'equazione

$$11104300r - 50671000 = 0,$$

da cui:

$$r = 50671000/11104300,$$

frazione la cui parte intera è 4, che è la successiva cifra decimale della soluzione, e quindi $x_1 = 2{,}094\ldots$

Iterando il procedimento, come abbiamo già detto, Ruffini giunge a $x_1 = 2{,}09455148\ldots$, soluzione sì approssimata, ma che è scritta con 8 cifre decimali esatte. ([23])

L'esempio mostra un uso della divisione di Ruffini ben diverso dal nostro solito ed anzi possiamo accennare ad altre due applicazioni per noi inconsuete.

Il primo passo del procedimento di Ruffini consiste nel trovare il segno che assume il polinomio $f(x)$, primo membro dell'equazione, quando $x = a$. Po-

([23]) Anche Lagrange in [23] aveva determinato per approssimazione la soluzione reale dell'equazione $x^3 - 2x - 5 = 0$, ma egli la esprime sotto la forma, assai meno pratica, di frazione continua.

tremmo sostituire a alla x ed eseguire i calcoli oppure trovare il resto della divisione per $x - a$, ma Ruffini dimostra in proposito alcuni teoremi tra i quali il seguente:

Sia b l'opposto del minimo dei coefficienti negativi dell'equazione e c il massimo di quelli positivi; se, essendo $a > 1$, uno dei numeri che nasce dalla divisione per $x - a$ è $\geq b/(a - 1)$ oppure $\leq -c/(a - 1)$ allora si ha $f(a) > 0$ o, rispettivamente, $f(a) < 0$.

Altra questione molto utile nell'applicazione del procedimento: capire in quale intervallo possano essere comprese le radici reali dell'equazione. Ruffini risponde con più teoremi relativi ai vari casi di maggioranti o minoranti delle radici o positive o negative. Ne riportiamo solo uno come esempio.

Sia $a > 1$ e b l'opposto del minimo dei coefficienti negativi; osserviamo lo schema delle divisioni successive per $x - a$; se uno dei numeri che nascono dalla prima divisione è $\geq b/(a - 1)$ e gli eventuali numeri incolonnati sotto di esso, ad eccezione dell'ultimo, sono ≥ 0, allora a è maggiore di ogni radice positiva.

Ruffini aveva presentato la sua memoria al concorso bandito nel 1802 dalla Società Italiana delle Scienze per la

ricerca di un metodo il più breve ed il meno faticoso di trovare le radici numeriche di una equazione di grado qualunque.

All'epoca gli studiosi potevano cercare per approssimazione le radici di un'equazione mediante un metodo ideato da Lagrange [23], ma, come si evince dal testo del bando, lungo e laborioso e si sperava che se ne potesse trovare uno più valido.

Le memorie presentate al concorso furono in totale 5, ma quella di Ruffini (1804) fu premiata con la medaglia d'oro. ([24])

Alcuni anni più tardi, il matematico inglese William George Horner (1786-1837) in un paio di suoi scritti, il primo del 1819 e uno del 1830, [21], presentò un procedimento molto simile a quello di Ruffini e che, grazie al lavoro di diffusione dovuto ai due matematici inglesi A. De Morgan (1806-1871) e J. R. Young (1799-1885), divenne subito molto popolare e conosciuto come "metodo di Horner".

Si dovette attendere fino al 1911 quando Floriano Cajori (1859-1930), uno studioso americano di origine svizzera, ne rivendicò la priorità a Ruffini con queste parole:

Nel 1804 Ruffini elaborò il "metodo di Horner" per approssimare le radici delle equazioni numeriche con una chiarezza ed una profondità nemmeno superata dall'esposizione originale fattane da Horner nel 1819. In considerazione di questo fatto, non è giustizia storica richiedere che il metodo di Ruffini sia associato a quello di Horner nella designazione di quel metodo? Perché non chiamarlo "metodo di Ruffini-Horner"? [12]

E, finalmente, da allora il metodo è citato coi due nomi.

5. – Ruffini scienziato matematico: questioni di analisi

Relativamente alla matematica, gli interessi di Ruffini non si limitarono al campo delle equazioni, ma spaziarono in tutti i rami della disciplina. Per rendersene conto basta scorrere l'elenco delle sue opere (in calce all'elaborato) e pensare ai titoli *Riflessioni intorno alla rettificazione ed alla quadratura del circolo*, che tratta della trascendenza di π, *Della classificazione delle curve algebriche a semplice curvatura*, *Osservazioni intorno al moto dei razzi alla Congreve*. Sono testimonianza del suo eclettismo anche i diversi insegnamenti accademici, tra i quali Idrodinamica e per tanti anni "Calcolo sublime", ovvero Analisi. I testi delle lezioni di questa disciplina sono conservati, inediti, nel suo Archivio. Inoltre, scorrendo la sua vasta corrispondenza [4], in particolare il *Carteggio matematico* (T. III delle *Opere matematiche*), emergono i suoi interessi e le sue idee sulla questione degli infinitesimi, sui fondamenti del calcolo infinitesimale, sulle trascendenti ellittiche, sulle superficie di secondo ordine, sulle serie.

Per quest'ultimo argomento segnaliamo la lunga discussione (1814-1821) che egli ebbe col matematico

([24]) Al concorso partecipò anche Pietro Abbati, con la memoria *Riflessioni intorno al metodo di Lodovico Lagrange per la soluzione delle equazioni numeriche*, che ottenne l'«Onor dell'Accessit» e fu quindi stampata a Modena (1805).

livornese Giuliano Frullani (1795-1834), che usava le serie alla maniera di Eulero, senza porsi alcun problema di convergenza, associando una somma anche a quelle divergenti, eseguendo trasformazioni sulla variabile della serie – come il passaggio da x ad $1/x$– senza alcuna considerazione sull'eventuale modifica del carattere. Ruffini, chiamato ad esprimere un giudizio su due sue memorie, sollevò severe obiezioni, incomprensibili per Frullani che non faceva altro che seguire l'uso dei tempi e che si difese citando esempi di matematici illustri; ma lo studioso modenese mostrò la modernità delle sue idee con l'esigenza di un rigore simile a quello che stava per essere formalizzato da L. A. Cauchy col suo *Cours d'analyse* (1821), in particolare che si può parlare di somma solo per una serie convergente. [15]

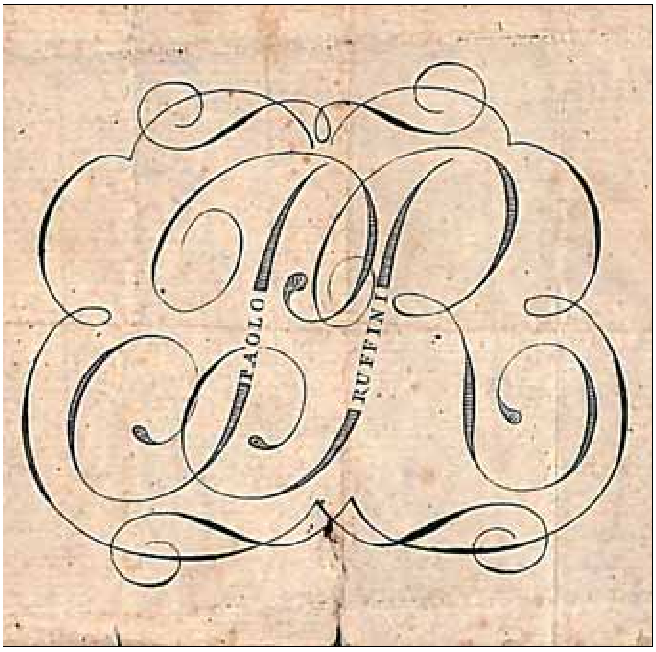


FIGURA 6 – Da monogramma in rame con iniziali e nome e cognome di Paolo Ruffini – Arch. Ruffini, Filza 1(1) F.

FIGURA 7 – Firma di Paolo Ruffini.

FIGURA 8 – Ritratto a penna di Paolo Ruffini disegnato dal suo allievo Giuseppe Campi – Arch. Ruffini, Filza 23/5.

6. – Ruffini medico

Nonostante i tanti anni di esercizio della professione e i due insegnamenti universitari di "Medicina pratica" (dal 1814) e di "Clinica medica" (dal 1815 al 1819), la notorietà di Ruffini medico non è certo paragonabile a quella di matematico. Dal 1791 fin quasi agli ultimi suoi giorni, egli si spese molto per i suoi pazienti, con visite sollecite e frequenti, sempre attento e scrupoloso, e dal concittadino più umile alla duchessa, di cui era diventato (dal 1814) medico personale. Per essere vicino ai suoi pazienti in ogni evenienza, rifiutò qualunque proposta di allontanarsi dalla città, anche solo per un periodo. Non fu certo all'avanguardia, ma godeva di grande stima. Lo testimoniano le oltre 350 lettere del suo Archivio che riguardano la medicina. Si rivolgevano a lui, per ricevere cure, consigli e ricette, tanti cittadini privati, ma anche numerosi medici di Modena e fuori Modena, che riponevano estrema fiducia nei suoi consulti.

Nella maggior parte dei casi, si tratta di lettere inviate a Ruffini, a diverse delle quali è associata una relazione sullo stato di salute del paziente per cui si chiedono consigli. Quasi sempre, però, mancano le risposte, delle quali abbiamo solo una minima parte di minute ([25]). Comunque, sulla lettera ricevuta o sulla minuta di sovente si leggono le ricette ed i medicamenti consigliati, parecchi a base di erbe. Anche se da tutto ciò non è perfettamente individuabile l'indirizzo seguito da Ruffini, si può comunque capire che egli seguì la scuola medica di Giovan Battista Borsieri (1725-1785) ([26]), le cui *Istituzioni di medicina pratica* (1785) furono scelte a modello per i corsi che il Ruffini impartì all'Università. E quest'insegnamenti furono impartiti seguendo il trattato di *Medicina pratica,* le *Lezioni di patologia* e le *Lezioni cliniche,* i cui voluminosi manoscritti inediti sono conservati nell'Archivio.

Aggiungiamo che Ruffini ricoprì anche il ruolo di medico istituzionale della città. Gli enti responsabili della salute pubblica (Commissione Dipartimentale di Sanità del Panaro, Commissione Municipale del Ritiro delle Cittadine, Congregazione di Carità della Comune di Modena), il Podestà del Comune di Modena, il Prefetto, in più occasioni gli si rivolsero: per ottenere elenchi aggiornati dei vaccinati contro il vaiolo o dei decessi per morte improvvisa o apoplessia; per informazioni sui casi di idrofobia; per un diverso utilizzo delle sale dell'ospedale; perché ispezionasse le carceri e fornisse consigli per il miglioramento delle condizioni igieniche; perché riferisse sullo stato di salute dei carcerati e delle Cittadine del Ritiro (di queste fu medico ufficiale dal 1799 al 1808); per avere giudizi sui candidati per la copertura di condotte mediche. [33] Come già ricordato, dopo la restaurazione fu anche il medico di corte e, nel quadriennio a partire dal 1818, fu in corrispondenza pure con Giuseppe Audiberti (... - 1826) ([27]), medico a Torino di Casa Savoia, principalmente per scambiare informazioni sulle condizioni di salute delle due famiglie reali, in quanto la regina Maria Teresa, moglie di Vittorio Emanuele I, era sorella del Duca di Modena.

Ruffini non ci tenne tanto a pubblicare suoi studi o ricerche inerenti la medicina. L'unica memoria in proposito, edita mentre egli era ancora in vita, fu *Del tifo contagioso.* [14]

Nel 1816-18 Modena fu colpita da una dilagante epidemia di tifo e, fin dai primi casi sospetti, dalla Congregazione di Carità del Comune di Modena egli ricevette l'incarico di eseguire ispezioni e poi, di mettere a punto – specialmente in ospedale – provvedimenti per arginarne il diffondersi; ma prestando cure ai tanti ammalati, ne rimase seriamente colpito egli stesso, tanto da versare in pericolo di vita. Una volta guarito, per dirimere una discussione in atto sulla tipologia infettiva o no della malattia, stese una memoria (già terminata nel dicembre 1818 ([28]), ma edita solo nel 1820) sostenendone la natura contagiosa, e – forte dell'esperienza personale – ne descrisse minuziosamente i sintomi e le cure più opportune.

Nel 1794 Ruffini ebbe la nomina a socio della Ducale Accademia di Scienze e Belle Lettere, denominazione assunta due anni prima dall'Accademia dei Dissonanti di Modena quando aveva inglobato l'Accademia Rangone, trasformando le attività da puramente letterarie a scientifico-letterarie. Nell'occasione Ruffini presentò lo studio di una *Macchina atta a contenere le fratture oblique del femore ...*, [[23]], il cui manoscritto è conservato nell'Archivio (Filza 17/10) e che egli non pensò mai dare alle

([25]) Fa eccezione la corrispondenza col medico fananese Giovacchino Pasquali (Archivio Ruffini, Filza 8/12). Un suo discendente, Alfonso Pasquali, ha messo a disposizione gli originali delle lettere inviate da Ruffini coi relativi consulti. permettendo così di avere un quadro completo dei procedimenti di cura. [33]

([26]) Dal 1769 insegnò a Pavia chimica, farmacia, medicina e clinica medica.

([27]) Archivio Ruffini, Filza 3/11.

([28]) A quella data, Giovan Battista Spallanzani, medico di Reggio Emilia, chiedeva al Ruffini una copia della memoria. (Archivio Ruffini, Filza 9/28) stampe, forse a causa di alcune critiche seguite alla comunicazione. Fu pubblicato solo nel 1966 [18] e la minuziosa descrizione della *Macchina* ne ha reso possibile una ricostruzione grafica.

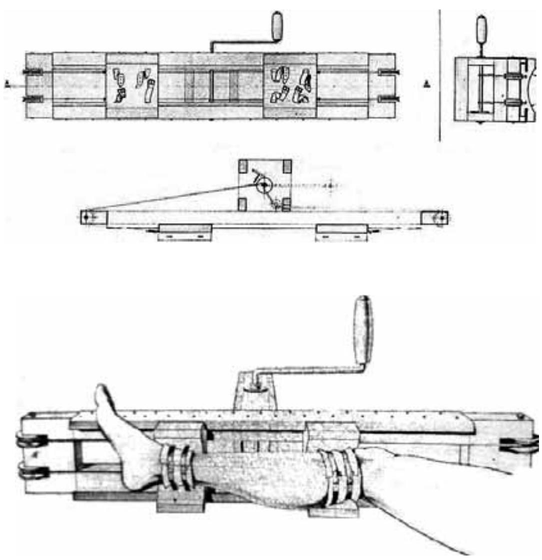


FIGURA 9 e 9′ – Ricostruzione grafica della "Macchina" eseguita dall'Arch. Franco Serafini in base alla descrizione di Ruffini [18].

Sono legate alla medicina altre due memorie, uscite postume:

- *Elogio di Berengario da Carpi* (1824), medico anatomista a cui il Ruffini dedicò la relazione di apertura dell'Università nel 1793 e in cui mostra di conoscere la storia della medicina, perché esprime interessanti giudizi sul valore di anatomici che hanno preceduto Berengario [[18]];
- *Riflessioni intorno alla eccitabilità, all'eccitamento, agli stimoli, ai controstimoli, alle potenze irritative, alle diatesi sì ipersteniche che iposteniche* (1833), [[21]], presentata pochi giorni prima della morte di Ruffini, in cui egli sviluppa considerazioni su "eccitabilità" e "stimoli" che sono alla base della teoria medica dello scozzese John Brown (1735-1788), secondo la quale ogni patologia è riconducibile alla eccitabilità del cervello e delle fibre muscolari da parte dell'ambiente esterno. [33, pp. 18, 19].

Se pensiamo alla tenacia e determinazione con cui Ruffini sostenne la validità del suo teorema sull'insolubilità delle equazioni algebriche, salta agli occhi un forte contrasto con gli indugi e le remore per le pubblicazioni dei suoi studi inerenti la medicina. Probabilmente egli stesso era consapevole del fatto che in campo medico non era un innovatore, come lo era per la matematica, e che pertanto i suoi risultati avrebbero potuto essere oggetto di critiche.

7. – Ruffini epistemologo

L'interesse di Ruffini fu anche per questioni filosofiche e tre dei suoi scritti hanno una finalità di base comune: la difesa della religione cattolica contro il dilagante diffondersi delle idee materialiste e del determinismo illuminista. E fin dal 1798, col mancato giuramento di fedeltà alla Repubblica, egli aveva mostrato il forte attaccamento ai propri principi religiosi.

I) La prima delle tre opere è *Immaterialità dell'anima* (1806), [[8]], uscita in concomitanza con l'elezione di Ruffini a socio della Accademia di Religione Cattolica (l'attuale Accademia di S. Tommaso d'Aquino) e che egli dedicò al Papa Pio VII.

In essa egli conduce un ragionamento secondo la metodologia, a lui abituale, della dimostrazione di un teorema matematico e vuole giungere a provare

> *che un Essere dotato della facoltà di conoscere è necessariamente immateriale,*

confutando così alcuni principii sostenuti da Erasmo Darwin (17m-1802) nella sua *Zoonomia* (1794-1796), poi ripresi dal nipote Charles Darwin (1809-1882).

Il suo impegno fu premiato dal Papa col dono di una medaglia d'oro ed una d'argento.

II) Il secondo scritto è costituito dalle ampie *Riflessioni critiche sopra il saggio filosofico intorno alla probabilità del signor Conte Laplace* (1821) [[17]] (29). Sono costituite da 4 memorie, ognuna suddivisa in due parti, alle quali l'autore dà inizio con traduzioni di brani dell'*Essai*, l'opera di Laplace che Ruffini vuole confutare.

(29) La presentazione delle *Riflessioni critiche* è presa da [17].

Nella prima memoria, *Osservazioni intorno ai principj che stabilisce il sig. conte Laplace per le applicazioni del calcolo delle probabilità,* Ruffini esordisce respingendo la concezione della cosiddetta «intelligenza di Laplace», ovvero, come sostiene Laplace, di

> *una mente che se per un istante potesse tener conto di tutte le forze che animano la natura,... ... allora per essa niente sarebbe incerto ed il futuro, così come il passato, sarebbe evidente davanti ai suoi occhi.*

Secondo Ruffini, un rigido determinismo dei fenomeni naturali, con una rigorosa concatenazione tra cause ed effetti, non lascia spazio al libero arbitrio.

Nella seconda memoria, *Considerazioni intorno alle leggi di probabilità che risultano dalla moltiplicazione infinita degli eventi,* Ruffini ricusa il ricorso allo schema dell'estrazione dalle urne per trattare della probabilità di fenomeni naturali e quindi l'applicazione della legge dei grandi numeri all'interpretazione della loro regolarità, cosa che porterebbe all'esclusione della dipendenza da una Provvidenza regolatrice dell'Universo. Inoltre, sia come credente sia come matematico, egli ritiene inaccettabile il voler assoggettare a calcolo anche le questioni morali, precorrendo così la critica principale che sarà mossa contro Laplace per tutto l'ottocento.

Nella terza memoria, *Considerazioni intorno alle ipotesi del signor Conte Laplace per l'origine dei pianeti e delle comete*, egli sostiene che quella «Causa primitiva» che secondo Laplace è alla base dei movimenti planetari altro non è che un'«Intelligenza suprema» o un «Supremo creatore» e che quindi Laplace, nella sua concezione dell'universo e dei cieli, non può prescindere dall'ammettere un «Moderatore del tutto», cioè Dio.

La quarta ed ultima memoria è *Intorno ai principj ritenuti dal Sig. Conte Laplace relativamente alla probabilità delle testimonianze* e nel caso di uno o più testimoni. Scopo del Laplace è di dimostrare la non attendibilità delle testimonianze per fatti straordinari o miracoli. Ruffini critica che si possa misurare il grado di probabilità che un testimone inganni, come se si trattasse di estrazioni da urne: l'ingannare, sia esso volontario o involontario, dipende dalla volontà dell'uomo e dalle circostanze della vita, entrambe non assoggettabili a misurazione.

Come si evince dal suo epistolario, Ruffini pose mano alle *Riflessioni critiche* anche per le sollecitazioni di alcuni concittadini, in particolare il Marchese Gherardo Rangone, coi quali condivideva la fervente difesa del credo cattolico. Essi, da un lato temevano l'attacco provocato dall'*Essai* al libero arbitrio, dall'altro ritrovavano in Ruffini sia la capacità di disquisire in difesa della fede cattolica sia una comprovata cultura matematica da poter tener testa ad uno studioso di chiara fama come Laplace.

Comunque Ruffini non si lasciò trascinare da un eccessivo spirito polemico e, molto probabilmente, Laplace non venne mai a conoscenza delle sue *Riflessioni critiche*, anche se ne fu pubblicata una breve recensione a Parigi (1822) ([30]).

Ancora una volta il Papa Pio VII espresse il suo apprezzamento del lavoro svolto da Ruffini inviandogli una medaglia d'oro, che gli giunse pochi giorni prima della morte.

III) Il terzo elaborato di carattere epistemologico è: *Intorno alla definizione della vita assegnata da Brown* [[22]]. L'argomento era stato presentato all'Accademia di Religione Cattolica nel 1818, ma la memoria uscì postuma dapprima su "L'amico d'Italia" ([31]) (dicembre 1822), poi riedita a Modena nel 1833. Già abbiamo detto della teoria medica di John Brown e qui Ruffini critica la posizione del fisiologo come tendente al materialismo*, atta gravemente ad indurre in errore e degna di conseguenza di essere rigettata* [3, p. 111]

8. – Ruffini accademico

Nei secoli Settecento e Ottocento si assistette ad un vorticoso sviluppo della ricerca che non permetteva più agli studiosi di lavorare in modo autonomo e indipendente; ciò portò ad un rinnovamento di ce-

([30]) Cfr. : *L'ami de la religion et du roi; journal ecclésiastique, politique et littéraire*, 21, fasc. 791, 122-123.

([31]) "L'Amico d'Italia" era un giornale di Torino d'ispirazione cattolica, sorto per iniziativa di Cesare d'Azeglio (1763-1830), il quale ebbe una ricca corrispondenza con Ruffini (Archivio Ruffini, Filza 3/13).

nacoli specificatamente letterari (come abbiamo detto della modenese Accademia dei Dissonanti) ed alla nascita di Accademie e Società scientifiche come centri di promozione della ricerca, come istituzioni in cui esporre e discutere dei risultati ottenuti e promuovere la loro diffusione attraverso la pubblicazione di riviste.

Alle università spettava il compito specifico della didattica e spesso gli scienziati erano professori universitari che dividevano il loro tempo tra insegnamento e ricerca.

Fu così anche per Ruffini che, professore per lo più universitario e di discipline matematiche dal 1787 alla morte, fu pressoché contemporaneamente studioso e ricercatore di quelle stesse discipline attraverso un'attiva partecipazione alle due principali accademie scientifiche italiane del tempo, ovvero la Società Italiana delle Scienze e l'Istituto Nazionale. [31]

Già per un paio di volte abbiamo citato la prima delle due, istituita nel 1782 con lo specifico scopo di favorire le comunicazioni tra scienziati italiani. Ruffini ne divenne socio nel 1801 e, se scorriamo l'elenco delle sue opere (in calce a questo scritto), vediamo che ben 10 di esse furono edite sulle "Memorie della Società", 7 delle quali prima della sua nomina a presidente.

Le comunicazioni tra i membri della Società avvenivano solo per lettera e non c'erano riunioni. La pubblicazione delle "Memorie" era l'attività più importante: attraverso la loro diffusione si facevano conoscere i risultati scientifici dei soci, ossia dei XL più valenti scienziati italiani. La Società era anche solita bandire concorsi pubblici su temi assegnati, per i quali erano previsti premi scientifici e, come già detto, nel 1804 la memoria di Ruffini sulla ricerca "per approssimazione" delle radici di un'equazione fu premiata con la medaglia d'oro.

La Società Italiana delle Scienze non aveva una sede specifica: variava seguendo la città e gli spostamenti del presidente. Per il ventennio 1796-1816 fu presidente Antonio Cagnoli e, nel periodo della sua docenza presso la Scuola militare di Modena (1798-1807), la sede fu in questa città, dove ritornò nel 1816 con l'elezione a presidente di Paolo Ruffini.

Napoleone, sempre attento allo sviluppo delle scienze, aveva sovvenzionato la Società Italiana con notevoli somme, ma con la sua caduta (1814) essa si vide sequestrate e soppresse le fonti di rendita, in parte provenienti da possedimenti del Dipartimento del Panaro. C'era un serio rischio di bancarotta e la principale preoccupazione del presidente Cagnoli era di riuscire a mantenere la stampa delle "Memorie". Una delegazione di soci si rivolse al Duca Francesco IV per implorare il dissequestro dei beni ed iniziarono lunghe trattative con la partecipazione anche di Ruffini, che insisteva per una soluzione a favore della Società. Nel 1816, allo scadere del terzo sessennio della presidenza Cagnoli, la mossa vincente fu l'elezione a presidente di Ruffini, che godeva di grande stima da parte del Duca e che condizionò l'accettazione della nomina a sue adeguate garanzie. Francesco IV si dichiarò disposto a sostenere la Società, ma impose forti condizioni: il nome doveva trasformarsi in "Società Italiana delle Scienze residente in Modena" e solo a questa città doveva essere riservata la stampa delle "Memorie"; Segretario e Vicesegretario amministrativo dovevano risiedere a Modena (poteva far eccezione il Presidente, ma – in tal caso – doveva risiedere a Modena il Vicepresidente); doveva essere favorita l'elezione a soci di studiosi estensi. [29]

Comunque, sotto la presidenza Ruffini la Società riprese un'intensa attività scientifica, sorretta da una tranquillità economica favorita dall'operato del Marchese Luigi Rangoni (1775-1844), che era ministro dell'Economia ed Istruzione. ([32])

Nel 1802, a Bologna, Napoleone trasformò l'Accademia delle Scienze dell'Istituto in Istituto Nazionale della Repubblica ed egli stesso nominò i primi 30 membri. ([33]) L'anno successivo divennero 60, tra i quali lo stesso Napoleone e anche Paolo Ruffini, che fu ascritto alla Classe di Scienze Matematiche e Fisiche e come "pensionario", ovvero socio con di-

([32]) Alla morte di Ruffini, divenne presidente Luigi Rangoni, che era presidente anche dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. Gli succedette il fisico Stefano Marianini (1790-1866) e la sede restò a Modena fino all'Unità d'Italia. Ora ha sede a Roma ed è nota come Società o Accademia dei XL. Per i rapporti tra Ruffini e la Società Italiana delle Scienze si rimandiamo anche ai numerosi documenti di Archivio Ruffini, Filza 2/6 (A), (B), (C), (D).

([33]) Tra i quali Antonio Scarpa (1752-1832), Barnaba Oriani (1752-1832), Alessandro Volta (1745-1827), Antonio Cagnoli, Paolo Cassiani.

ritto di una retribuzione annua. L'Istituto, originariamente con sede a Bologna, nel 1810 fu trasferito a Milano, ma fu diviso in più sezioni, una delle quali restò a Bologna.

La rilevante partecipazione di Ruffini alla vita dell'Istituto è testimoniata da numerosi documenti del suo archivio ([34]), tra i quali oltre 70 tra lettere e circolari scambiate col segretario M. Araldi, ([35]) il vice-segretario G. Avanzini (1753-1827) ([36]) ed il segretario di sezione G. Venturoli (1768-1846).

Anche l'Istituto Nazionale pubblicava sue Memorie e su queste ne troviamo due del Nostro. A differenza della Società Italiana delle Scienze, erano previste periodiche adunanze in cui, secondo un calendario stabilito all'inizio dell'anno, uno dei soci era incaricato di tenere una conferenza scientifica. Scorrendo il carteggio di cui sopra, sono ricostruibili i calendari annuali delle adunanze e delle conferenze assegnate a Ruffini, tra le quali una del 1811, a cui egli, sempre restio ad allontanarsi da Modena, cercò di non partecipare perché prevista nella nuova sede di Milano.

Un importante compito svolto da Ruffini fu quello di esprimere un parere su due libri di testo, uno di calcolo sublime ed uno di geometria analitica, ed anche su tre memorie presentate per la pubblicazione da due soci matematici, avvalendosi – per un paio di casi – della collaborazione di un ulteriore socio.

A causa del turbinio degli avvenimenti politici e poi della caduta di Napoleone, l'originario Istituto Nazionale della Repubblica mutò più volte la sua denominazione e le variazioni sono seguibili dalle diverse intestazioni delle lettere del segretario, vice-segretario e segretario di sezione: Accademia delle Scienze nell'Istituto di Bologna (1802), Istituto Nazionale della Repubblica (1804-07), Istituto Nazionale Italiano (1808-11), Regio Istituto Italiano e, in più casi, con la specifica di Sezione di Bologna (1812-13), Cesareo Regio Istituto Italiano (1815) e di nuovo Istituto di Bologna (1816).

In qualità di cittadino estense, Ruffini non poteva non essere ascritto alla locale Accademia dei Dissonanti (sorta nel 1684), che lo ebbe socio dal 1791, anno in cui egli cominciò ad esercitare la professione medica. La nomina fu rinnovata nel 1794 e nel 1817, ovvero quando l'istituzione assunse la denominazione di Ducale Accademia di Scienze e Belle Lettere e poi di Accademia di Scienze, Lettere e Arti.

Per le sue qualità di matematico, medico e filosofo, diverse altre accademie ascrissero Ruffini tra i propri membri; abbiamo già detto dell'Accademia di Religione Cattolica (Roma) nel 1806, a cui aggiungiamo nel 1802 l'Accademia Italiana di Siena, nel 1806 quella dei Filareti di Venezia e nel 1808 quella di Scienze, Lettere e Arti di Firenze. Con l'elezione a presidente della Società Italiana delle Scienze (1816) la notorietà di Ruffini accrebbe. Egli entrò in corrispondenza con tutti i più valenti studiosi italiani, ragion per cui fu affiliato ad altre accademie: l'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova (1817), la Reale Accademia Lucchese (1819) e l'Accademia delle Scienze della Società Reale Borbonica di Napoli (1820).

9. – Ruffini oggi

Se pensiamo al sofferto riconoscimento del teorema sull'insolubilità algebrica delle equazioni di grado maggiore di quattro e al metodo di Ruffini-Horner, ci rendiamo conto che si dovettero attendere parecchi anni prima che, a livello internazionale, fossero attribuiti a Ruffini i giusti meriti.

Oggi, a distanza di due secoli dalla morte, possiamo constatare che il suo nome occupa un degno posto d'onore nell'albo degli scienziati più illustri.

La sua salma giace a Modena, in un sontuoso monumento funebre nella chiesa di Sant'Agostino.

Nel rettorato dell'Università di Modena e Reggio Emilia è conservato il bel ritratto ad olio, opera di Biagio Magnanini (1780-1841) (Fig. 2), dal quale Giuseppe Asioli (1783-1845) ha eseguito l'incisione riprodotta in apertura delle *Opere Matematiche* di Ruffini [[25]]. Inoltre, nell'atrio storico dello stesso Ateneo, da cui Ruffini era tante volte passato, fanno bella mostra due lapidi: una del 1837 e l'altra, del 1927, che è sormontata da un suo busto.

Restando nell'ambito della stessa Università, nel 2015, in occasione dei 250 anni dalla nascita dello scienziato, gli è stata intitolata l'Aula Magna dell'edificio di matematica del Dipartimento FIM.

Passando alla città di Modena, nel 1911 gli ha intitolato una via e lo ricorda anche con una targa

([34]) Archivio Ruffini, Filza 2/4 (A), (B), (C).
([35]) Archivio Ruffini, Filza 3/8(A), (B).
([36]) Archivio Ruffini, Filza 3/12.

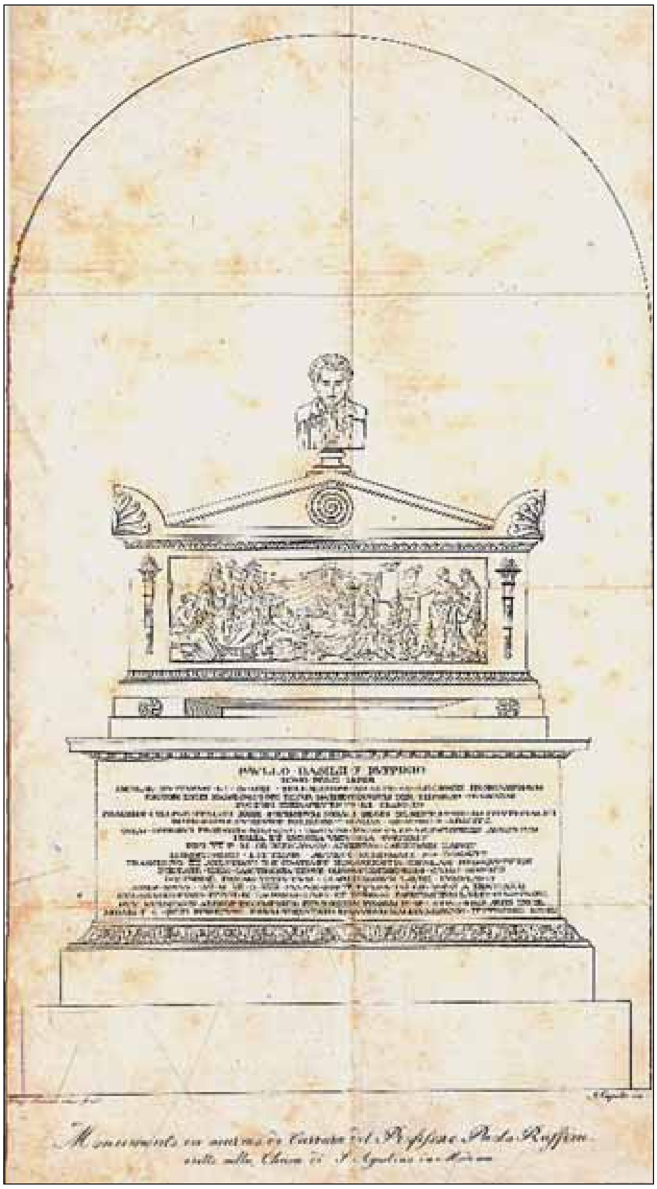


FIGURA 10 – Progetto del monumento funebre di Paolo Ruffini – Arch. Ruffini, Filza 23/5.

FIGURA 11 – Lapide posta sulla casa in cui è morto Paolo Ruffini.

sull'edificio di via Ganaceto n. 93, la casa in cui Paolo Ruffini si spense il 10 maggio 1822. La targa fu posta nel 1998, in occasione delle celebrazioni del IV centenario di Modena Capitale del Ducato Estense, proprio per dar risalto al lustro apportato all'epoca dal suo operato.

La cittadina di Valentano, orgogliosa di aver dato i natali ad uno scienziato così illustre, ha posto una targa sulla sua casa natale, gli ha intitolato una piazza ed il plesso scolastico, nella biblioteca ha raccolto una ricca documentazione ed è qui esposto un suo busto ed una medaglia, opera di Marco Balestra.

FIGURA 12 – Busto di Paolo Ruffini conservato nella Biblioteca Comunale di Valentano.

FIGURA 13 – Medaglia di Paolo Ruffini, disegnata da Mario Balestra – Biblioteca Comunale di Valentano.

Inoltre, nel 250-esimo anniversario della nascita di Paolo Ruffini, con la collaborazione di insegnanti e studenti del Liceo Scientifico di Viterbo, a lui intitolato, è stato redatto il volume *Paolo Ruffini – Sublime spirto ... all'error diè guerra* ([37]), con contributi di carattere storico, filosofico e matematico, compresa la dimostrazione originale del 1813 del teorema sulla non risolubilità per radicali di equazioni algebriche di grado maggiore di quattro, solo riscritta con simbologia moderna. [8]

Presso l'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena è custodito l'Archivio Ruffini, ricchissimo di lettere, manoscritti e documenti vari [6], donato dagli eredi per l'intermediazione di Ettore Bortolotti

> *al solo patto che l'Accademia prenda le opportune misure perché essi siano conservati per gli studiosi e garantiti contro la rapacità dei cacciatori di autografi.* [19]

L'Archivio è la fonte principale per studi e ricerche su Ruffini, studi e ricerche che saranno agevolati dalla riproduzione digitale e dall'inserimento sulle principali piattaforme web dell'intero patrimonio, progetto in via di realizzazione grazie ad un finanziamento ministeriale.

Il 10 maggio 2022, bicentenario della morte, le Poste Italiane hanno emesso il francobollo riprodotto in Fig. 1 e con un annullo speciale a Modena e a Valentano.

Concludiamo segnalando che è stato dato il nome di Paolo Ruffini all'asteroide 8524 scoperto nel 1992.

Opere di Paolo Ruffini

[[1]] *Teoria generale delle Equazioni in cui si dimostra impossibile la soluzione algebraica delle equazioni generali di grado superiore al quarto,* Bologna, Stamp. S. Tommaso d'Aquino, Voll. 2; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.I;

[[2]] *Della soluzione delle equazioni algebraiche determinate particolari di grado superiore al quarto,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. IX (1802), 444-526; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.I;

[[3]] *Riflessioni intorno alla rettificazione ed alla quadratura del circolo,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. IX (1802), 527-557;

[[4]] *Della insolubilità delle equazioni algebraiche generali di grado superiore al quarto,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. X, P. II (1803), 410-470; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[5]] *Sopra la determinazione delle radici delle equazioni numeriche di qualunque grado,* Modena, Soc Tipografica, 1804; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[6]] *Risposta di P. Ruffini ai dubbi propostigli dal Socio Gianfrancesco Malfatti sopra la insolubilità delle Equazioni di grado superiore al quarto,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XII, P. I (1805), 213-267; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[7]] *Riflessioni di P. Ruffini intorno al metodo proposto dal Consocio Gianfrancesco Malfatti per la soluzione delle Equazioni di quinto grado,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XII, P. I (1805), 321-336; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[8]] *Della immaterialità dell'anima,* Modena, Eredi Bart. Soliani, 1806;

[[9]] *Della insolubilità delle equazioni algebraiche generali di grado superiore al quarto qualunque metodo si adoperi algebraico esso siasi o trascendente,* Mem. dell'Istit. Naz. Italiano, Classe di Fisica e Matematica, T. I, P. II (1806), 433-450; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[10]] *Alcune proprietà generali delle funzioni,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XIII, P. I (1807), 292-335; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[11]] *Algebra e sua Appendice,* Modena, Soc. Tipografica, Voll. 2, 1807-08;

[[12]] *Di un nuovo metodo generale di estrarre le radici numeriche,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XVI, P. I (1813), 373-429; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

([37]) Il sesto della collana I RUFFINI

[[13]] *Riflessioni intorno alla soluzione delle equazioni algebriche generali,* Modena, Soc. Tipografica, 1813; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[14]] *Memoria del tifo contagioso,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XVIII, P. I, fasc. II (1820), 350-381;

[[15]] *Intorno al metodo generale proposto dal Signor Hoêne Wronski onde risolvere le equazioni di tutti i gradi,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XVIII, Fasc. I di Matem. (1820), 56-68; riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[16]] *Della classificazione delle curve algebriche a semplice curvatura,* Mem. Soc. It. delle Scienze, T. XVIII, P. I di Matem. (1820), 69-142; 269-396;

[[17]] *Riflessioni critiche sopra il saggio filosofico intorno alla probabilità del signor Conte Laplace,* Modena, Soc. Tipografica, 1821;

[[18]] *Elogio di Berengario da Carpi*, Fasti Letterari della Città di Modena e Reggio, T. III, Modena, Soc. Tipografica, (1824), 31 – 61 (postuma);

[[19]] *Alcune proprietà delle radici dell'unità,* Mem. dell'I.R. Istit. del Regno Lombardo Veneto, T.III, (1824) (postuma); riedita in [[25]] – *Opere matematiche ...,* T.II;

[[20]] *Osservazioni intorno al moto dei razzi alla Congreve,* Mem. R. Accad. di Sc. Lett. e Arti di Modena, T.I, (1833), 56-78 (postuma);

[[21]] *Riflessioni intorno alla eccitabilità, all'eccitamento, agli stimoli, ai controstimoli, alle potenze irritative, alle diatesi sì ipersteniche che iposteniche,* Mem. R. Accad. di Sc. Lett. e Arti di Modena, T.I, (1833), 1-55 (postuma);

[[22]] *Intorno alla definizione della vita assegnata da Brown,* Mem. R. Accad. di Sc. Lett. e Arti di Modena, T.I, (1833), 319-333 (postuma);

[[23]] *Macchina atta a contenere le fratture oblique del femore in modo da impedire l'accorciamento della coscia,* pubblicata da: P. Di Pietro in: *Un inedito scritto medico di Paolo Ruffini,* Atti e Mem. Acc. Naz. Sci. Lett. Arti Modena, Ser. VI, Vol. VIII (1966), 110-127;

[[24]] *Memoria sul principio delle aree,* mss. in Filza 17, Archivio Ruffini, Accademia Nazionale Sc. Lett. Arti di Modena;

[[25]] *Opere matematiche di Paolo Ruffini* (a cura di E. Bortolotti), T.I, Circolo Matematico di Palermo, Tip. Matematica, Palermo 1915, T.II, 1943 (riedito 1953), T.III 1954, UMI, Cremonese, Roma 1953;

[[26]] *Lezioni di calcolo sublime,* mss. in Filze 12 e 13, Archivio Ruffini, Accademia Nazionale Sc. Lett. Arti di Modena;

Bibliografia

[1] P. Abbati, *Lettera di Pietro Abbati al socio Paolo Ruffini,* Memorie della Società Italiana delle Scienze, T. X, 385 – 409, Modena, 1803. Riedita in [[25]]- *Opere matematiche di Paolo Ruffini,* T.I

[2] Autori vari, *Gianfrancesco Malfatti nella cultura del suo tempo,* Atti del convegno: Ferrara, 23-24 ottobre 1981, Università di Ferrara, 1982

[3] G. Barbensi, *Paolo Ruffini,* Modena, Accademia di Scienze, Lettere ed Arti, 1956

[4] F. Barbieri, F. Cattelani Degani – *Catalogo della corrispondenza di Paolo Ruffini*, Modena, Accademia Naz. Sci. Lett. ed Arti, 1997, 608 pp.

[5] F. Barbieri, F. Cattelani Degani, *Paolo Ruffini,* in: "Il Contributo Italiano alla Storia del Pensiero. Scienze", Ottava appendice di Enciclopedia Italiana, Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani, Roma 2013, 414-417

[6] F. Barbieri, F. Cattelani Degani (a cura di), *Per un catalogo dell'Archivio di Paolo Ruffini,* Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti, Modena (2015), (preprint)

[7] F. Barbieri, C. Fiori, *Paolo Ruffini all'Università di Modena,* in: "Atti del convegno di studi in memoria di Giuseppe Geminiani (Modena, 20 maggio 1994)", Modena, Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti, 1995, 93-119

[8] L. Biaggi, B. Mancini, C. Porretti, M. Spadaccia, A. Viviani, G. Ambrosino, M. Vacca, *Paolo Ruffini – Sublime spirto ... all'error diè guerra,* Viterbo, Liceo Scientifico Statale "Paolo Ruffini", 2016

[9] E. Bortolotti, *Influenza dell'opera matematica di Paolo Ruffini sullo svolgimento delle teorie algebriche*, in: Annuario R. Università di Modena (1902-03), 21-77

[10] E. Bortolotti (a cura di), *Opere matematiche di Paolo Ruffini*, T.I, Circolo Matematico di Palermo, Tip. Matematica, Palermo 1915, T.II, 1943 (riedito 1953), T.III 1954, Cremonese, Roma 1953

[11] H. Burkhardt, *Die Anfänge der Gruppentheorie und Paolo Ruffini*, Zeitschr. für Math. und Physik, Jahrgang XXXVII (1892) (traduzione italiana di E. Pascal, in: Ann. Mat. Pura Appl., (2) 22 (1894), 175-212)

[12] F. Cajori, *Paolo Ruffini ed il così detto "Metodo di Horner",* Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche, Anno XIII, 1911, 81-86

[13] J. Cassinet, *Paolo Ruffini (1765-1822): la résolution algébrique des équations et les groupes de permutations,* Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 1988, 1, 21-69

[14] F. Cattelani Degani, *Le carte di Paolo Cassiani conservate presso l'Archivio dell'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena,* Atti e Mem. Acc. Naz. di Sc. Lett. ed Arti di Modena, Ser. VIII, Vol. IV (2002), 369-390

[15] F. Cattelani Degani, *Paolo Ruffini e l'esigenza del rigore in analisi,* Atti e Mem. Acc. Naz. Sci. Lett. Arti Modena, Ser. VIII, Vol. IV (2002), 813-844

[16] F. Cattelani Degani, E. Cassanelli, *Manoscritti matematici di Paolo Cassiani (1743-1806),* CD rom, Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena - Dipartimento di Matematica Pura e Applicata "G. Vitali" dell'Università di Modena e Reggio E. (2007)

[17] F. Cattelani Degani, *Paolo Ruffini (1765-1822),* Electronic Journ@l for History of Probability and Statistics, vol.8, December 2012, www.jehps.net

[18] P. Di Pietro, *Un inedito scritto medico di Paolo Ruffini,* Atti e Mem. Acc. Naz. Sci. Lett. Arti Modena, Ser. VI, Vol. VIII (1966), 110-127

[19] B. DONATI, *Notizie circa l'Archivio di Paolo Ruffini (1765-1822) presso l'Accademia di Modena,* , Atti e Mem. Acc. Naz. Sci. Lett. Arti Modena, Ser. V, Vol. VII, 1947, 166-174

[20] R. FRANCI, *L'algebra in Italia dal 1799 al 1813*, Physis, 1992, vol. 29, 745-770

[21] G.W. HORNER, *A new method of solving numerical equations of all orders, by continuous approximations,* Philosophical Transactions, London, 1819, Part I, 308-331; altro articolo in: Leybourn's Mathematical Repositery, Vol.5, Parte 2, N. 19, London, 1930

[22] G.L. LAGRANGE – *Réflexions sur la résolution algébrique des équations*, Nouveaux Mém. de l'Acad. des Sciences et Belles-Lettres de Berlin, 1, 134–215, (1770); 2, 138-253, (1771)

[23] G. L. LAGRANGE, *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés*, Paris, chez Duprat, (impr. de Crapelet) an. VI (1798)

[24] A. LOMBARDI, *Notizie sulla vita e su gli scritti di Paolo Ruffini*, Modena, Tip. Camerale, 1824

[25] S. MARACCHIA, *Storia dell'Algebra,* Napoli, Liguori, 2005

[26] C. G. MOR - P. DI PIETRO, *Storia dell'Università di Modena*, Firenze, Olschki, 1975

[27] P. PAOLI, *Supplemento agli elementi di algebra,* Pisa, Tipografia della Società Letteraria, 1804

[28] E. PATERGNANI, *Gli insegnamenti matematici nelle Scuole militari in Italia da Eugenio di Savoia a Napoleone,* Bologna, il Mulino, 2020

[29] G. PENSO, *Scienziati italiani e unità d'Italia. Storia dell'Accademia nazionale dei XL,* Bardi Ed., Roma (1978)

[30] L. PEPE, *Supplemento alla bibliografia di Lagrange: I "Rapports" alla prima classe dell'Institut*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 12(1992) n.2, 279-301

[31] L. PEPE, *Istituti Nazionali, Accademie e Società scientifiche nell'Europa di Napoleone*, Firenze, Olschki, 2005

[32] L. PEPE, *Ruffini, Paolo,* Dizionario Biografico degli Italiani, Vol. 89 (2017)

[33] F. TADDEI (a cura di), *I consulti medici di Paolo Ruffini – Il carteggio Pasquali – Ruffini,* Accademia Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti, Modena, STEM Mucchi, 2016

Francesco Barbieri

Francesco Barbieri, nato a Vignola (Modena) (1942), si è laureato in Matematica con lode presso l'Università di Modena (1965), dove è stato assistente ordinario di analisi matematica e poi professore associato di Istituzioni di Matematiche. Ha qui tenuto numerosi insegnamenti e anche presso la locale Accademia Militare. È stato socio dell'UMI ed è socio dell'Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti di Modena, di cui, per lungo tempo Segretario Generale. È membro della Commissione per l'Edizione Nazionale delle Opere di Lazzaro Spallanzani. Ha svolto ricerche su argomenti di analisi matematica e sulla storia delle matematiche negli ex-Stati Estensi dal Medio Evo al XIX secolo.

Franca Cattelani Degani

Franca Cattelani Degani, laureatasi in Matematica con lode all'Università di Modena (1970), presso la stessa è stata professore associato di Istituzioni di Matematiche fino al pensionamento. Ha tenuto insegnamenti principalmente per i corsi di laurea in Matematica, in Scienze Naturali, per la Scuola di Specializzazione all'Insegnamento Secondario, per l'Accademia Militare di Modena. La Storia della Matematica è la branca disciplinare oggetto di parecchi dei corsi tenuti e di numerose conferenze divulgative presso le scuole superiori di Modena e Reggio Emilia e presso varie istituzioni culturali. Ha dedicato e dedica le sue ricerche alla storia delle matematiche negli ex-Stati Estensi dal Medio Evo al XIX secolo. È stata socio dell'UMI ed è socio dell'Accademia Nazionale di Scienze Lettere e Arti di Modena, della Società Italiana di Storia delle Matematiche, della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena.