
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

PAOLO MAROSCIA, CARLO TOFFALORI

I matematici e la Commedia

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 6
(2021), n.3, p. 287–308.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2021_1_6_3_287_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

I matematici e la *Commedia*

PAOLO MAROSCIA

Sapienza Università di Roma

E-mail: paolo.maroscia@uniroma1.it

CARLO TOFFALORI

Università di Camerino

E-mail: carlo.toffalori@unicam.it

Sommario: *In questo lavoro esaminiamo alcuni studi e commenti sulla *Commedia* di matematici illustri dai tempi appena successivi a Dante fino ai giorni nostri, tratteggiando anche confronti ideali di alcuni scienziati con il sommo Poeta. Particolare rilievo viene dato a un saggio molto interessante di Francesco Severi sulla visione della scienza in Dante, pubblicato nel 1953 e rimasto tuttavia pressoché ignorato.*

Abstract: *In this paper, some studies and comments on the *Commedia* made by outstanding mathematicians in the years immediately after Dante's death and up to the present will be examined. Ideal comparisons between the Supreme Poet and some scientists will also be outlined. Finally, an extremely interesting and underrated essay published by Francesco Severi in 1953 on Dante's perspective on Science will be brought to the fore.*

Tra gli studiosi che hanno sottolineato i legami profondi tra la *Commedia* e la scienza, un posto di riguardo va certamente al grande poeta e critico russo del Novecento Osip Mandel'stam (1891-1938), autore di un saggio originalissimo e innovativo sul Poema dantesco [Man]. Le sue considerazioni sono state poi estese al *De Rerum Natura* di Lucrezio da Ivano Dionigi, uno dei nostri classicisti più autorevoli (cfr. [Dig, p.110]):

*“Della Natura delle cose si potrebbe dire quello che Mandel'stam ebbe a dire della *Commedia* di Dante: «non è che una sola strofa [...]. O meglio, non una strofa, ma una struttura cristallina, un solido [...], lo sviluppo incessante per monosillabi del cristallo tematico [...], poliedro di tredicimila facce, mostruoso nella sua regolarità»; in conclusione «una collezione di minerali sarebbe un commento perfetto».”*

Si delinea così un collegamento quasi naturale tra i due celebri poemi, di Lucrezio e di Dante, confer-

mato pure (cfr. [Andri, p. XIII]) da un matematico di grande cultura e sensibilità, quale fu Lucio Lombardo Radice (1916-1982): “*Per quel che riguarda la capacità di Dante di far diventare poesia l'osservazione rigorosa, scientifica, l'unico paragone che riesco a fare è quello con il sommo Lucrezio*”. Altri collegamenti tra le due opere, evidenziati in [Do1], verranno illustrati nell'ultimo capitolo.

Al pari del *De Rerum Natura* le terzine del poema dantesco fondono armonicamente “*la precisione della Poesia e l'esattezza della Scienza*” – per usare una felice espressione dello scrittore Vladimir Nabokov [Na], ripresa e analizzata da un grande studioso della letteratura da poco scomparso, Andrea Battistini [Ba2]. La *Commedia* ci appare allora “*poesia perché scienza*”, come scrive ancora Lombardo Radice [Andri, p. XII], se non addirittura come poesia della scienza. C'è però una differenza significativa rispetto a Lucrezio, poiché l'orizzonte scientifico di Dante include espressamente la matematica, intesa naturalmente come la si riguardava al suo tempo, e cioè con l'ampia visione pitagorica trasfusa nelle Arti del

Accettato: il 30 novembre 2021.

Quadrivio: Aritmetica, Geometria, Astronomia e Musica.

Va poi rilevato che nella *Commedia* non vengono considerati soltanto teoremi di geometria e proprietà aritmetiche, ma anche e in special modo alcuni enti matematici fondamentali, come punto, cerchio, sfera e numero, che nei suoi versi assumono spesso un ruolo centrale e vitale. Ciò si manifesta soprattutto nel *Paradiso*, dove questi concetti compaiono legati alle verità più alte e ai misteri più profondi della fede, in similitudini di straordinaria efficacia (cfr. [Man], [Maro2]).

L'intera architettura del Poema è intrinsecamente aritmetica. Come osserva un autorevole studioso della letteratura medievale, Ernst Robert Curtius (1886-1956) [Cur, p. 364], “[l’]impalcatura della *Commedia* è fondata sulla composizione numerica. Per ogni cantica è prevista una uguale estensione e perciò anche una uguale quantità di fogli. Ciò determina l’estensione del contenuto (*Purgatorio*, XXXIII, 139): ‘Ma perché piene son tutte le carte / ordite a questa cantica seconda, / non mi lascia più ir lo fren de l’arte’”.

Non va neppure dimenticata la funzione che la “numerologia” svolge nel Poema. Del resto i riferimenti numerici dell’Antico Testamento, espressi a volte con impressionante precisione (cfr. [Maro4]), e ripresi poi da vari pensatori, come S. Agostino (cfr. [Cit], [Tof1]), esercitarono nel Medioevo una notevole influenza non solo nell’ambito della cultura ma soprattutto nell’immaginario collettivo.

Tuttavia la *Commedia* non può essere riguardata soltanto come un poema enciclopedico – peraltro un genere tipico della letteratura dell’epoca, volto a esprimere [Cal, p. 127] “l’integrazione dello scibile umano in un ordine e una forma di stabile compattezza” –: non per la scienza e meno che mai per la matematica. Il Poema, infatti, riesce ad accordare e compenetrare, in perfetta armonia, matematica e poesia [Maro1], al punto che non pare troppo azzardato riguardare la *Commedia* pure come *poesia della matematica*.

I matematici dovrebbero allora sentirsi grati a Dante, e in effetti gli hanno riservato un ampio tributo nel corso dei secoli fino ai giorni nostri. Lo scopo di questo lavoro è proprio quello di illustrare studi e riflessioni di matematici importanti su Dante e il suo poema, oppure significative affinità di pen-

siero tra alcuni di loro e il Poeta: collegamenti non sempre evidenti né espliciti, e tuttavia sovente convinti e radicati.

Bisogna semmai riconoscere che nei secoli successivi alla morte di Dante la ricezione della *Commedia* nell’ambito scientifico ha mostrato, oltre a comprensibili ritardi, delle vistose discontinuità. D’altra parte, analoghe reazioni si rilevano perfino nel campo umanistico, come sottolineato dal critico Carlo Dionisotti nel suo celebre saggio del 1967 *Varia fortuna di Dante*, contenuto in [Dis].

Le considerazioni dei matematici sulla *Commedia* si limitano spesso alla misura accurata dei tempi e dei luoghi del viaggio nell’aldilà che è narrato nel Poema. Oppure si concentrano sui già menzionati riferimenti numerologici, che pure abbondano nei versi danteschi, ma che apparentemente non trovano grande rispondenza nella moderna sensibilità scientifica [Har]. In alcuni casi, tuttavia, queste riflessioni toccano corde più profonde e dibattono le conoscenze e le radici matematiche del pensiero di Dante se non addirittura le connotazioni matematiche della sua sensibilità di poeta.

Il presente articolo è dedicato a questi studi e commenti, e si sviluppa nel modo che segue. Partiamo riferendo brevissimamente di Filippo Brunelleschi e del suo allievo Antonio Manetti, e del loro interesse per l’opera dantesca, soprattutto per la sua geografia dell’aldilà. Arriviamo in questo modo a Galileo e al suo studio giovanile sul medesimo argomento, segnatamente a proposito della struttura dell’Inferno. A seguire trattiamo brevemente Blaise Pascal, le cui convergenze e divergenze di poeta, filosofo e scienziato con Dante hanno attratto in particolare l’interesse di un matematico fine e sensibile come Carlo Felice Manara.

Un breve intermezzo, tra Settecento e Ottocento, viene poi riservato a un elogio di Dante da parte di un insigne geologo, Giambattista Brocchi, e a qualche tenue legame tra Dante e il matematico Lorenzo Mascheroni, tramite un poemetto di Vincenzo Monti. Passiamo così a fine Ottocento e inizio Novecento. Qui esponiamo i contributi di Francesco Paolo Cantelli, grande studioso di calcolo delle probabilità, e di Rodolfo Benini, uno dei padri della scienza statistica italiana, sulla questione, molto dibattuta all’epoca (e non ancora sopita), dell’anno in cui Dante intraprese il suo viaggio ultraterreno, 1300 o 1301.

Consideriamo poi Pavel Florenskij, il geniale pensatore russo, studioso appassionato di matematica e grande cultore di Dante, nei cui versi ritiene di intravedere “anticipazioni” dei mondi non euclidei e della teoria fisica della relatività. Questa sua percezione è peraltro condivisa anche da vari matematici, inclusi nomi illustri come Andreas Speiser e Hermann Weyl, insieme a personaggi “minori” del primo Novecento.

Il capitolo successivo si occupa di un saggio molto interessante di Francesco Severi [Sev], forse l’unico contributo organico di un grande matematico dedicato alla figura di Dante. Purtuttavia, questo saggio è rimasto sorprendentemente ignorato sia in campo scientifico che in campo umanistico, a parte poche citazioni fugaci (cfr. [BR] e [Mara]); solo recentemente è stato ripreso e ampiamente commentato nell’articolo [MT].

Nell’ultimo capitolo torniamo al tema di partenza, e cioè alla poesia della scienza e della matematica. Il pensiero di matematici importanti più vicini ai nostri giorni, o contemporanei, come Lucio Lombardo Radice, Ennio De Giorgi e Sergio Doplicher, ci porterà a evidenziare ulteriori profonde affinità. L’articolo termina con una bibliografia aggiornata ma certamente non esaustiva, sia per le limitazioni dello spazio a disposizione, ma soprattutto per l’elevato numero di lavori pubblicati sui temi qui trattati.

Per concludere questa introduzione, ci piace segnalare nuovamente l’articolo [MT], che per svariati motivi si può ritenere una sorta di complemento del presente lavoro. Si rivolge infatti principalmente ai lettori umanisti, per presentare loro vari aspetti della matematica della *Commedia*. In particolare si sofferma sulle figure dei matematici dell’antichità presenti oppure apparentemente assenti nel Poema: Euclide, Archimede e soprattutto Pitagora. Quest’ultimo, infatti, viene ripetutamente celebrato da Dante nel *Convivio*, sia pure come filosofo, e tuttavia resta di fatto ignorato nel suo capolavoro: una possibile spiegazione di questa omissione, che rimane comunque piuttosto intrigante, viene proposta nell’articolo [MT]. Ma lì soprattutto si cerca di sottolineare la grande varietà di commenti sulla *Commedia*, provenienti dall’ambiente umanistico, che ne confermano la valenza scientifica, e segnatamente matematica: ricordiamo qui innanzitutto [Man], ma anche [Boi], [Bol], [Fe], [Sta], [Ze1] e, per gli aspetti linguistici, [Ser].

Un’ultima avvertenza: per tutte le opere di Dante, facciamo riferimento all’edizione del settimo centenario della nascita [Al].

Ringraziamo gli anonimi revisori per i loro preziosi suggerimenti, e i tanti colleghi che hanno letto versioni precedenti del lavoro, per l’incoraggiamento e gli utili consigli ricevuti.

1. – Brunelleschi e Manetti

Il primo nome che, nei secoli successivi a Dante, viene alla mente nell’ambito matematico in collegamento al Poeta è quello del celebre architetto Filippo Brunelleschi (1377-1446), la cui fama è legata indissolubilmente alla progettazione e alla costruzione della cupola di S. Maria del Fiore, a Firenze. Infatti, come apprendiamo da Giorgio Vasari (1511-1574), Brunelleschi dedicò “molta opera [...] alle cose di Dante, le quali furon da lui bene intese circa i siti e le misure, e spesso, nelle comparazioni allegandolo, se ne serviva ne’ suoi ragionamenti” [Va, p. 329].

Il suo interesse verso l’opera dantesca e la sua familiarità con gli strumenti matematici non devono stupire, anzitutto perché tra la fine del Trecento e l’inizio del Quattrocento la Firenze di Brunelleschi si poneva sempre più come punto di riferimento e di equilibrio per il nascente umanesimo e quindi per la cultura dell’intero Occidente. Non va dimenticato poi che, sotto l’influenza del celebre trattato *De architectura* di Marco Vitruvio Pollione, mai sopita dall’età augustea fino all’Ottocento, l’architettura era allora considerata come una scienza e non come una tecnica. Di conseguenza, la formazione di un architetto si fondava non solo su una competenza professionale di base, ma soprattutto su una *ratio* costituita da buone conoscenze di disegno, matematica, ottica, acustica, musica, medicina e astronomia. Si ricordi in proposito che, tra le formelle del lato est del Campanile di Giotto a Firenze, quella che pochi anni dopo la morte di Dante Andrea Pisano e i suoi collaboratori dedicarono all’Architettura chiamava a rappresentarla “*Euclide geometra*”.

Per inciso, da Vasari apprendiamo pure che Dante era “amicissimo” di Giotto ed ebbe un’influenza diretta sulle sue opere artistiche, in particolare sui dipinti di alcune cappelle del Monastero di S. Chiara a Napoli: “*E le storie de l’Apocalisse che fece in una di dette cappelle, furono, per quanto si dice,*

invenzione di Dante [...] e sebbene Dante in questo tempo era morto, potevano averne avuto, come spesso avviene fra gli amici, ragionamento” [Va, pp. 155-156]. Così pure ci informa Vasari che Sandro Botticelli “*per essere persona sofistica, comentò una parte di Dante; e figurò lo Inferno e lo mise in stampa, dietro al quale consumò di molto tempo, per il che non lavorando fu cagione di infiniti disordini alla vita sua. Mise in stampa ancora molte cose sue di disegni che egli aveva fatti...*”. Quelle sue raffigurazioni dell’Inferno ([Al1], [Kl], [Pri]) influenzarono largamente i commentatori dei tempi successivi.

Delle stesse tematiche che appassionarono Brunelleschi su “siti e misure” danteschi, si occupò il fiorentino Antonio Manetti (1423-1497), che di lui fu allievo e biografo, oltre che, al pari del maestro, matematico e architetto. A Manetti si attribuisce, tra l’altro, il completamento della lanterna della cupola del duomo di Firenze. Ma a lui soprattutto si deve uno studio approfondito su struttura, geografia e geometria dell’Inferno, esposto nel trattato intitolato appunto *Dialogo di Antonio Manetti, cittadino fiorentino circa al sito, forme et misure dello ‘Inferno’ di Dante Alighieri*, che venne stampato postumo a Firenze intorno al 1506 [Ben]. Alle conclusioni di Manetti su forma e dimensioni dell’Inferno dantesco si contrappose lo scrittore e letterato lucchese Alessandro Vellutello (1473-???), che esercitò la sua attività a Venezia nella prima metà del Cinquecento. Le sue forti critiche, rivolte soprattutto alla stabilità strutturale del modello del Manetti, comparvero in un commento pubblicato nel 1544 col titolo *La Comedia di Dante Alighieri con la nova espositione di Alessandro Vellutello* [Ve].

Delle polemiche che ne scaturirono e dell’arbitrato che a loro riguardo esercitò Galileo Galilei (1564-1642) parliamo nel prossimo capitolo. Ci pare importante tuttavia segnalare fin d’ora che entrambi gli studi, di Manetti e di Vellutello, andrebbero inquadrati nel più ampio contesto culturale dell’epoca, rispettivamente a Firenze e a Venezia (cfr. a riguardo [Gil2]).

2. – Le lezioni di Galileo

Nel 1587 Galileo Galilei fu chiamato a dirimere la suddetta controversia dall’Accademia Fiorentina – un organo fondato nel 1540, promosso dai Medici per

difendere e propagare lingua, letteratura e cultura toscana. Sull’argomento egli tenne agli accademici due lezioni tra quell’anno e il successivo. In esse, pur citando scioltamente qua e là varie terzine della *Commedia* a sostegno delle sue tesi, e mostrando così una piena confidenza col Poema, evitò qualunque commento di carattere letterario e si concentrò su un’analisi puramente scientifica, in accordo col mandato ricevuto.

Le considerazioni di Galileo [Ga1] sono già state oggetto di analisi approfondite da parte di numerosi commentatori (cfr. per esempio [AMN], [Hei], [LL], [Pet2, 3], [Ves1]). Pure le misure di Purgatorio e Paradiso sono state indagate in vari studi scientifici e articoli anche recenti; segnaliamo in proposito [Be], [BV], [Pet3], [MN], [Ves1] e [Vi].

Ci concentriamo qui su alcuni aspetti matematici e fisici delle lezioni galileiane, che ci paiono significativi, soprattutto dal punto di vista storico e culturale. In ogni caso, non ci addentreremo troppo nei dettagli. Riportiamo anzi, a riguardo, l’opinione espressa da Borges nel Prologo ai *Saggi danteschi* [Bor2, pp.1265-66], dalla quale non ci sentiamo di dissentire: “[Dante] *ideò la sua topografia della morte come un artificio richiesto dalla scolastica e dalla struttura del suo poema [...] non si propose di stabilire la vera o verosimile topografia dell’altro mondo.*”

Tre premesse ci paiono comunque opportune: innanzitutto, all’epoca della sua relazione, Galileo è appena ventitreenne; si rivolge poi a “intellettuali” presumibilmente digiuni di troppe conoscenze matematiche; inoltre, non foss’altro che per motivi di campanile, è chiamato a perorare il modello del fiorentino Manetti rispetto a quello dello “straniero” Vellutello. In effetti, sin dall’inizio della sua relazione, egli mostra di propendere per il “*virtuoso Manetti*” e per la “*dottissima e nobilissima Accademia fiorentina*”, quando depreca che entrambi siano stati a torto calunniati dal loro contraddittore. In verità è bene aggiungere che oggi entrambi i modelli, di Manetti come di Vellutello, appaiono totalmente inattendibili e inverosimili.

Cominciamo dalla prima lezione, in cui Galileo tratta le teorie del Manetti. Stando ad esse, l’Inferno occupa, all’interno della sfera terrestre, una cavità conica, che ha il suo vertice nel centro stesso del pianeta. La sezione circolare di questo cono ha poi un angolo al centro di 60 gradi. Ricordando che al tempo

di Dante la lunghezza della circonferenza terrestre era stimata in 20.400 miglia – secondo i calcoli dell’astronomo arabo Al-Faghani (o, come lo chiama il Poeta, Alfragano) –, si fa presto a dividere per 6 per ottenere la lunghezza dell’arco corrispondente alla sezione, pari a 3.400 miglia. Invece, per trovare la lunghezza del raggio terrestre (come dire del lato dell’esagono regolare inscritto) basta dividere la lunghezza della circonferenza terrestre per il doppio della costante π , o comunque per una sua approssimazione. Nello specifico, assumendo per π il valore $22/7$ assegnatogli per eccesso anche da Archimede, si arriva per il raggio a una stima di 3.245 miglia più $5/11$, che tradotta in chilometri equivarrebbe a circa 5.367 – in realtà oggi si reputa che siano 6.371.

Quanto poi al volume del settore sferico corrispondente alla cavità infernale (inclusa la volta che la sovrasta), Galileo lo desume nuovamente dalle “*cose dimostrate*” da Archimede nell’opera *Della sfera e del cilindro*, che viene da lui espressamente citata. La formula che oggi si impara per calcolarlo, espressa in funzione del raggio r , è $\frac{2}{3}\pi r^3 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, dove $\sqrt{3}/2$ rappresenta il coseno della metà dell’angolo al centro di 60 gradi. Così, il rapporto di questo volume con quello complessivo della Terra diventa $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$, poco più di $1/15$. In verità Galileo lo approssima con qualcosa meno di $1/14$.

Queste misurazioni, che nel testo di Galileo sono talvolta meticolose e talvolta più concise, esemplificano altri calcoli da lui svolti nelle sue lezioni, sulla scia del Manetti e a suo sostegno; ma sollevano anche intriganti interrogativi di carattere storico, sull’eventuale conoscenza da parte di Dante delle opere di Archimede o almeno della stima di $22/7$ per π .

I vari commentatori, anche non matematici, se esprimono sulla prima questione forti perplessità – Archimede fu in gran parte riscoperto solo nel Rinascimento –, sulla seconda, quella relativa a π , forniscono risposte quasi concordemente positive, anche se con differenti motivazioni (cfr. in proposito l’ampio e accurato saggio [Hart]).

In realtà certi passi della *Commedia*, che descrivono le dimensioni delle dieci bolge infernali, paiono suffragare questa conclusione. Della nona di esse Dante infatti afferma che ha una circonferenza di 22

miglia (*Inferno*, XXIX, 9, “*che miglia ventidue la valle volge*”); della successiva si aggiunge che è lunga la metà, cioè 11 miglia (*Inferno*, XXX, 86-87): “*ch’ella volge undici miglia / e men d’un mezzo di traverso non ci ha*”.

Questo riferimento al numero 22 e, volendo, a 11 come sua metà sembra richiamare la frazione $22/7$, anche se nella *Commedia* non ritroviamo con chiarezza le lunghezze dei diametri corrispondenti, che dovrebbero essere rispettivamente 7 e 3,5 miglia, lunghezze che Galileo nelle sue lezioni deduce tranquillamente. In verità, della decima bolgia Dante dice che “*men d’un mezzo di traverso non ci ha*” (o, nella versione seguita da Galileo, “*men di un terzo di traversa non ci ha*”), fornendo così del diametro misurazioni distanti da quella corretta, e cioè, apparentemente, la metà (o un terzo) di 11 miglia (cfr. a riguardo [Cac1]).

Sempre in merito alla geometria delle bolge, Galileo accoglie poi altre ipotesi di Manetti, ancora fondate sulla base di questi passi danteschi, secondo le quali le lunghezze delle loro circonferenze esterne, tutte concentriche, si susseguono secondo una progressione aritmetica di ragione 11. Così dalla misura dell’ultima si deduce che la prima e maggiore è lunga 110 miglia e dunque ha approssimativamente un diametro di 35. Vale la pena di riportare qui un’obiezione molto seria sollevata da Benini (cfr. [Ben, p.161]) sull’arbitrarietà dell’ipotesi della progressione aritmetica adottata:

“*Se Dante intese di offrirci almeno due misure precise per la ricostruzione del suo disegno, dovette scegliere piuttosto quelle della prima e dell’ultima bolgia, cioè i termini estremi della serie. Perché, nel caso in questione interpolare più o meno regolarmente otto termini fra due estremi indicati con precisione, non altera l’architettura generale del Cavo, ma estrapolare, come direbbero i matematici, otto termini al di là dei due supposti contigui nella serie, può aver conseguenze gravissime, a seconda della progressione che si adotta; ed è in ogni caso procedimento di molto maggiore arbitrio*”.

Nel seguito della sua prima lezione Galileo si affida poi a una “*proposizione geometrica, la cui cognizione grandemente ci aiuterà all’intelligenza di quanto si ha da dire*”, e cioè a un principio di proporzionalità che richiama per certi versi il teore-

ma di Talete, e che lui enuncia con linguaggio elementare, nei termini che seguono:

“Se tra due linee concorrenti siano descritte alcune parti di circonferenze di cerchi, che abbino per centro il punto del concorso delle linee, avranno dette circonferenze tra di loro la medesima proporzione che i semidiametri de i lor cerchi. E questo è manifesto, perché si faranno settori di cerchi simili, de i quali i lati sono proporzionali agli archi, come in geometria si dimostra”.

Tale principio gli serve per accreditare il calcolo effettuato da Manetti per la profondità del “burrato” (*Inferno* XVI, 114), cioè del precipizio che separa le Malebolge dal sesto gradone che le precede, che Dante e Virgilio affrontano trasportati sulle spalle di Gerione.

Analoghe argomentazioni e proporzioni svelano pure le dimensioni del lago ghiacciato di Cocito, che è sferico e occupa esattamente il centro della Terra, e anche quelle di Lucifero, che da questo lago sporge per metà, “da mezzo il petto” (*Inferno*, XXXIV, 28-29).

In particolare, per valutare la statura di Lucifero, Galileo, seguendo un suggerimento di Dante (*Inferno* XXXI, 58-60), utilizza una nuova proporzione avente come termini di paragone la misura della faccia del gigante Nembrot, incontrato poco prima (vv. 46-48), e quella della Pigna, scultura bronzea che si trova tuttora nei cortili del Vaticano. La conclusione che Galileo ne trae, sempre in appoggio allo studio di Manetti, è che questa statua arrivi a 2000 braccia fiorentine, ovvero 1200 metri. Di conseguenza, la sfera di ghiaccio che sta al centro dell’inferno e dalla quale Lucifero sporge per metà, avrebbe un diametro di 1.000 braccia, ossia di circa 600 metri – vale la pena di ricordare che i grattacieli più alti esistenti al mondo superano di poco gli 800.

Passiamo ora alla seconda lezione in cui Galileo esamina e critica le teorie di Vellutello. Le differenze fondamentali che egli rileva rispetto al modello di Manetti sono due: la struttura dell’Inferno, visto non come un cono, ma come una successione di cilindri concentrici di raggio decrescente, e poi la forte discordanza sulla stima delle dimensioni dell’Inferno stesso, oltre che di suoi luoghi e figure.

Sul primo punto Galileo obietta che “*le cose gravi, cadendo, vanno per una linea che dirittamente al centro le conduce*” e “*se in essa linea non trovano*

chi le impedisca e sostenga, rovinano e caggiono”. Dunque se i gradoni dell’inferno fossero cilindrici, sporgerebbero rispetto al raggio diretto al centro della terra, sicché sarebbero meno stabili e rischierebbero di franare.

Sul secondo punto, invece, Galileo osserva che la “*universal grandezza di tutto l’Inferno*” è, secondo Vellutello, “*meno che la millesima parte*” di Manetti, giacché il lucchese reputa che la profondità del suo modello di Inferno sia pari a un decimo del raggio terrestre. Dunque, passando ai volumi, il rapporto diventa di 1 a 1.000. Galileo dichiara qui di appoggiarsi agli *Elementi* di Euclide, verosimilmente alla Proposizione 18 del Libro XII, secondo cui due sfere stanno tra loro in rapporto “*triplicato*” rispetto a quello dei propri diametri. Deduce così che, se l’Inferno fosse una sfera, il suo volume secondo Vellutello sarebbe un millesimo di quello terrestre – ma in realtà, riferendosi a una successione decrescente di cilindri, si riduce ulteriormente.

Vellutello aveva optato per questo modello ridotto dell’Inferno anche perché lo riteneva più saldo e meglio capace di sorreggere la copertura esterna, cioè la crosta terrestre. D’altra parte si può ben dubitare della solidità del modello immaginato da Manetti, in cui il “soffitto” dell’Inferno, avente uno spessore pari a un ottavo del raggio, si trova a rivestire un vuoto sottostante con altezza sette volte maggiore. Lo stesso Galileo manifesta in merito un qualche imbarazzo: “*si come alcuni hanno sospettato, non par possibile che la volta che l’Inferno ricuopre, rimanendo sì sottile quant’è di necessità se l’Inferno tanto si alza, si possa reggere, e non precipiti e profondi in esso Inferno*”. Ma subito dopo provvede a rassicurare con un esempio ascoltatori e lettori, illustrando il caso, in scala ridottissima, di una volta con arco di 30 braccia e spessore di 4, con un rapporto che vale all’incirca 7; tanto basta a poggiare la copertura. Dunque, prosegue Galileo, le misure ipotizzate da Manetti sono più che sufficienti per formare una “*volta grossissima, e più che assai che non è necessario per sostenersi*”.

Bisogna tuttavia sottolineare che entrambe le ragioni addotte da Galileo per confutare le teorie del Vellutello, sia sulla caduta dei gravi che sullo spessore della volta infernale, sono oggi facilmente oppugnabili.

Osserva per esempio il fisico Lévy-Leblond [LL] (cfr. anche [Ves1]) che la teoria della gravitazione poi sviluppata da Newton assicura sì che l'accelerazione di gravità punta verso il centro della Terra, ma solo assumendo che questa sia una sfera piena, o comunque abbia delle cavità simmetricamente distribuite al suo interno. Ma una caverna vasta come quella infernale e per di più sbilanciata, essendo concentrata solo da una parte, altera chiaramente la situazione.

Quanto poi alla solidità della volta, l'esempio in scala proposto da Galileo non è affatto tranquillizzante. Lui per primo se ne rese conto in seguito: un conto è una volta con arco di 30 braccia, e un altro quella dell'Inferno, che secondo Manetti avrebbe un arco di 3.400 miglia, pari a 9.520.00 braccia, corrispondendo un miglio a circa 2.800 braccia. Si avrebbe così, dividendo per 30, un rapporto di circa $3,2 \times 10^5$. In breve, Galileo trascura il fatto che il peso della volta dipende proporzionalmente dal volume, mentre la resistenza del materiale che la compone dipende dall'area della sezione. Ecco in proposito il commento dello storico della scienza John Heilbron [Hei, p.42]: *"In questa argomentazione, tipicamente brillante, Galileo sostituì la fisica con la matematica, ingrandendo il proprio modello senza tenere conto della resistenza del materiale"*.

Pure la valutazione dell'altezza di Lucifero andrebbe rivista poiché, aumentando le dimensioni di un essere vivente dotato di scheletro, anche questo deve estendersi e ispessirsi.

Molti anni dopo, nel trattato *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* [Ga2], Galileo riconosce per bocca di Sagredo il proprio errore giovanile: *"Io già mi sento rivolgere il cervello, e, quasi nugola dal baleno repentinamente aperta, ingombrarmisi la mente da momentanea ed insolita luce, che da lontano mi accenna e subito confonde ed asconde immaginazioni straniere ed indigeste. E da quanto ella ha detto parmi che dovrebbe seguire che fusse impossibile cosa costruire due fabbriche dell'istessa materia simili e diseguali, e tra di loro con egual proporzione resistenti"*.

Forse a motivo di questo infortunio, Galileo non parlerà più di Dante nelle opere successive della maturità. Descriverà sì nel *Sidereus Nuncius* la Luna e le sue macchie, la Via Lattea e Giove – argomenti astronomici importanti che pure il Poeta considera nella *Commedia* e nel *Convivio*. Rivelerà

lui stesso doti letterarie straordinarie ([Ba1], [Ga3], [Hei]), ma non tornerà a trattare la *Commedia* nei suoi scritti. I motivi di questa omissioni forse si possono collegare anche alle progressive certezze copernicane di Galileo, opposte alla concezione tolemaica di Dante ([Pet4], [Pra]).

C'è tuttavia da sottolineare un fatto significativo: quando alla morte di Galileo i suoi discepoli costituiranno (dal 1657 al 1667) l'Accademia del Cimento, ne trarranno il motto proprio dalla *Commedia*: *"provando e riprovando"* (*Paradiso*, III, v. 3). Un'espressione famosa, che in verità finirà per discostarsi progressivamente dal significato originario dantesco e subirà uno "slittamento" semantico sempre più marcato, legato alla nuova visione della scienza. Non sarà più intesa infatti, come *"dimostrando il vero e confutando il falso"*, che è il metodo seguito da Beatrice nella discussione con Dante sulle macchie lunari (*Paradiso* II, 46-148), ma piuttosto riferita al nuovo metodo sperimentale, basato sulla ripetizione delle prove, per giungere alla verità scientifica.

3. – Pascal

Anche se non si ricordano citazioni di Blaise Pascal (1623-1662) sulla *Commedia* o sull'opera di Dante in generale – del resto la prima traduzione in francese del Poema dantesco risale solo al 1597 ed è ritenuta per di più inadeguata – esistono tuttavia alcune buone ragioni per accostare e raffrontare le due figure. Innanzitutto la fede nel Dio cristiano, come pure una certa insofferenza verso la Chiesa ufficiale: le critiche ai papi nella *Commedia* dantesca, la polemica contro i gesuiti nelle *Lettere provinciali* pascaliane. E poi ancora, la comune riflessione sul senso e sul destino dell'uomo, la tensione fortissima verso l'assoluto, l'aspirazione a misurarsi con i misteri dell'infinito.

A questo confronto tra Dante e Pascal ha già dedicato riflessioni penetranti un matematico colto e appassionato come Carlo Felice Manara (1916-2011) (cfr. [Ma]). Le ricordiamo qui brevemente, aggiungendo che in verità un esame più attento rivela, oltre alle analogie, divergenze anche cospicue: differenze di epoca e di contesto culturale, di vicende personali, di stili di vita, di carattere e perfino di sensibilità. Ci concentriamo in questo capitolo pure su alcune di queste dissonanze.

Cominciamo ricordando alcuni aspetti fondamentali dell'animo e della sensibilità di Dante, utili per il nostro raffronto. Di lui colpisce anzitutto la saldezza delle convinzioni: la fede solidissima in Dio di cui si diceva, ma anche, di conseguenza, la concezione del mondo e della storia, il sogno di un'armonia provvidenziale tra Chiesa e Impero. E ancora, la sua visione del cosmo, priva di dubbi e incrinature: le questioni sugli astri – macchie lunari, Via Lattea eccetera – trovano spesso per lui una spiegazione completa nelle opere di Tolomeo, Aristotele, Alfragano e altri scienziati arabi e, se talora non la trovano, è solo perché rientrano nella sfera superiore della conoscenza di Dio.

La matematica partecipa di questa saldezza e concorre a sostenerla, come già si osservava, non solo col nitore dei suoi teoremi, ma anche col bagliore dei suoi enigmi. Il punto e il cerchio, principio e fine della Geometria secondo Dante, gli paiono tuttavia incomprensibili, il primo perché indivisibile e adimensionale e il secondo perché impossibile da quadrare (*Convivio*, Trattato II, XIII); diventano di conseguenza immagine di Dio nelle similitudini del *Paradiso* [Fe]. Al verso 16 del canto XXVIII, infatti, Dio appare a Dante come “*punto che raggiava lume*”, mentre nei versi finali della cantica il geometra che inutilmente “*s'affige per misurar lo cerchio*” (*Paradiso*, XXXIII, 133-134) evoca il mistero della doppia natura, umana e divina, di Cristo.

Per Dante l'intera ragione umana è illuminata da Dio e a Dio conduce. Tuttavia, quando arriva al confine superiore della sua conoscenza, di fronte ai principi fondamentali dell'esistenza e del mondo, essa pure si inchina e si dispone in un atteggiamento di umiltà, che però la esalta e non la sminuisce. Due passi danteschi, menzionati da Manara nei suoi commenti, sottolineano i due aspetti: la superiore intelligenza di Dio, cui l'uomo non può accedere completamente (*Purgatorio* XVIII, 55-56: “*Però, là onde vegna lo intelletto / de le prime notizie, omo non sape*”) e la certezza della provvidenziale presenza divina (*Paradiso*, XIX, 58-63: “*Però ne la giustizia sempiterna / la vista che riceve il vostro mondo, / com'occhio per lo mare, entro s'interna; / che, ben che da la proda veggia il fondo, / in pelago nol vede; e nondimeno / è lì, ma celsa lui l'esser profondo*”).

Come sottolinea Giulio Ferroni in [Fe], nella *Commedia* (*Paradiso*, XXX, 31-33) Dante confessa perfino la sua incapacità come poeta di descrivere la

bellezza straordinaria della Beatrice celeste, traccia della superiore grandezza di Dio: “*ma or convien che mio seguir desista / più dietro a sua bellezza, poetando, / come all'ultimo suo ciascuno artista*”. Esiste dunque un “*ultimo suo*”, un limite oltre il quale nemmeno il poeta più ispirato e, potremmo aggiungere, neppure lo scienziato più geniale sa procedere (cfr. [Maro3] per una trattazione più ampia a riguardo).

Passiamo adesso a Pascal, il quale fu, in matematica, genio precoce e autodidatta, spirito originale, mai troppo debitore dei grandi scienziati e filosofi che lo precedettero, al contrario autore di apporti fondamentali anche a nuovi capitoli emergenti, quali il calcolo infinitesimale e il calcolo delle probabilità. La sua stessa geometria supera il punto e il cerchio, allargandosi per esempio a coniche e cicloidi.

Anche Pascal fu uomo di fede. E pure nelle sue concezioni la matematica è via che conduce a Dio; non però diretta e rassicurante, come per Dante, ma al contrario incerta e tormentata. Pascal vorrebbe anzi che la matematica intervenisse a sostegno del suo credo e che la dottrina religiosa si potesse percorrere con la stessa evidenza dei teoremi. Per riprendere un passo di Agostino, citato da Manara [Ag2, Libro VI, Cap. IV]: “*Volevo delle cose invisibili una certezza matematica, com'ero certo che sette più tre fa dieci, senz'essere però così pazzo da credere che fossero incomprensibili*”.

È in questa ottica che possiamo interpretare il paragone forse ingenuo tra Dio e un punto che troviamo in [Pas1, 410-231, ⁽¹⁾ volume I, p. 422-3]. A differenza dell'immagine dantesca sopra riferita, il punto di cui parla Pascal, ispirato dalla sua familiarità con la fisica, non illumina, né abbaglia; si muove invece dappertutto con velocità smisurata, a esemplificare “*una cosa infinita e indivisibile*” e mostrare per analogia come Dio stesso possa essere “*infinito, senza parti*”. Ed è ancora in questa ottica – il bisogno di trovare nella ragione matematica un fondamento per la fede – che possiamo leggere l'argomento, famosissimo e controverso, della scommessa [Pas1, 418-233, volume I, pp. 412-423]. Troviamo tuttavia nei *Frammenti* alcuni passi sconcertanti, come quello [Pas1, 694-61, volume II, p. 675] in

⁽¹⁾ Facciamo riferimento alle due numerazioni dei *Frammenti* seguite in [Pas1], la prima di Louis Lafuma, la seconda di Léon Brunschvicg.

cui si proclama che la matematica è sterile e vana, “*inutile con tutta la sua profondità*” – per non parlare poi dell’altro celebre pensiero [Pas1, 188-267, volume I, p. 247], confrontabile per certi versi con “*l’ultimo suo*” di Dante, ove si afferma che “*l’ultimo passo della ragione è il riconoscere che vi sono un’infinità di cose che la superano*”.

In definitiva, siamo ben lontani dalle incrollabili certezze dantesche. Perfino dei circoli e delle sfere Pascal sottolinea l’inquietante sfuggevolezza ben più che la perfezione della rotondità, presentando per esempio [Bor1, *La sfera di Pascal*, pp. 911-914] il mondo visibile come “*una sfera infinita, il cui centro è ovunque, la circonferenza in nessun luogo*”. Quanto a Dio, non si rivela nella gloria e nello sfolgorio dei cieli, anzi è velato e “*infinitamente incomprensibile*” [Pas1, 418-233, I p. 415]. A tale riguardo, Pascal sottolinea che nelle Scritture “*non si dice affatto che coloro che cercano la luce nel pieno meriggio o l’acqua nel mare, la troveranno; e così è ben necessario che l’evidenza di Dio non risulti tale nella natura. Perciò essa [la Scrittura] ci dice altrove: vere tu es Deus absconditus*”: così in [Pas2, 781-242, volume II, pp. 723-725].

4. – Brocchi e Mascheroni

Dopo Galileo, l’interesse degli scienziati italiani per Dante si affievolì. D’altronde un’analoga freddezza si avvertì anche nell’ambito letterario, dove solo nella seconda metà del Settecento, e dopo “*un lungo, aspro e confuso travaglio critico*”, cominciò finalmente a costituirsi il canone dei “*quattro maggiori poeti: Dante, Petrarca, Ariosto e Tasso*”. Tra questi “*l’uomo nuovo era naturalmente l’antico, Dante*” (cfr. [Dis]).

Negli stessi anni pure l’attenzione del mondo scientifico prese talora a rifiorire, specie a fine secolo, anche per effetto del mutato clima politico e culturale. Meritevole di segnalazione a riguardo, ci pare l’opera giovanile [Br] di uno studioso che sarebbe poi diventato un eminente geologo: Giambattista Brocchi (1772-1826). Il titolo recita *Lettere sopra Dante a Miledi W.-Y.*, la pubblicazione risale al 1797. L’autore finge di rivolgersi a una signora inglese – appunto, la Miledi – per parlarle della *Commedia* e spiegarle “*quante belle cose*” essa contiene “*per un lettore moderno*”.

Per inciso, poco più di un secolo dopo, un altro illustre geologo e paleontologo, Paolo Vinassa de Regny (1871-1957), si dedicò in modo appassionato allo studio del Poema, pubblicando vari contributi non privi di interesse e contenuti matematici, legati soprattutto alla numerologia dantesca (cfr. [Vi]). Conviene aggiungere che riferimenti espliciti alla *Commedia* e in particolare all’*Inferno* si trovano in vari lavori di studiosi di geologia o di scienze naturali, anche stranieri, tra il XVIII e il XIX secolo (cfr. [Ro] per un’ampia trattazione in proposito).

Ma torniamo a Brocchi che, sorprendentemente, nelle sue lettere e nell’elogio a Dante e ai suoi versi che esse racchiudono non accenna alla geologia, ma sparge una gran dovizia di riferimenti storici e letterari, in particolare ad Ariosto e Tasso e perfino a Pulci, oltre che, presumibilmente come omaggio all’interlocutrice inglese, a John Milton, l’autore del *Paradise Lost*. Nella decima e ultima lettera, però, l’autore considera le “*cose scienziarie*”, in particolare fisica e astronomia, che Dante tratta nella *Commedia* “*con tanta eleganza e intendimento, che resta dubbio se più si debba ammirare il filosofo, o il poeta*”. In verità dà spazio pure a Galileo – in realtà per questioni poco attinenti a fisica e matematica. Lo scienziato pisano fu infatti anche un esperto enologo. Brocchi rileva che la frase che in proposito gli si attribuisce, che “*il vino è un composto di umore e luce*”, deriverebbe dalla *Commedia*, specificamente dai versi 78-79 del canto XXV del *Purgatorio*: “*guarda il calor del sol che si fa vino, / giunto a l’omor che de la vita cola*”.

Tra i poeti che Brocchi nomina c’è anche il suo contemporaneo “*signor Monti*”, da lui paragonato a Dante e anzi esaltato per averlo emulato mirabilmente “*ne’ suoi canti sulla morte di Basville*”.

Vincenzo Monti (1754-1828) aveva in effetti scritto nel 1793 un poemetto in terzine di ispirazione dantesca, la *Basvilliana*, che s’era meritato grande risonanza, e avrebbe ispirato pochi anni dopo la sua *Mascheroniana*, la cantica composta in occasione della morte di Lorenzo Mascheroni (1750-1800).

Quest’ultimo è soprattutto famoso come matematico, e segnatamente come autore de *La geometria del compasso* [Mas], in cui si dimostra che tutti i problemi risolubili con “*riga e compasso*” lo sono anche col solo compasso. In realtà lo stesso risultato era stato ottenuto indipendentemente, alcuni

anni prima, dal danese Georg Mohr (cfr. [Boy], [CR]). Peraltro Mascheroni coltivava lui pure ambizioni poetiche, oltre a essere animato da una forte passione civile [Pep]. Ecco allora che, nella sua cantica, Monti lo equipara addirittura a Dante, definito “*di Bice il cantor*” – Bice sta qui per Beatrice.

Più significativamente, nei versi 34-38 del primo canto della *Mascheroniana*, troviamo la descrizione di Urania, musa della matematica e dell’astronomia, come “*colei che [...] del primiero / compasso armò di Dio la destra, quando / il grand’arco curvò dell’emisfero; / e spinse in giro i soli, incoronando / l’ampio creato di fiammanti mura*”. Sono versi che rimandano chiaramente a Dante, alle parole dell’Aquila dei beati (*Paradiso*, XIX, 40-45): “*Poi cominciò: «Colui che volse il sesto / a lo stremo del mondo, e dentro ad esso / distinse tanto occulto e manifesto, / non poté suo valor sì fare impresso / in tutto l’universo, che ’l suo verbo / non rimanesse in infinito eccesso*”. Aggiungiamo che l’immagine poetica del “sesto”, cioè del compasso, utilizzato da Dio nella sua opera creatrice e volto fino “*a lo stremo del mondo*”, è stata ripresa più volte da artisti e poeti di varie epoche.

5. – Cantelli e Benini: il viaggio di Dante tra astronomia e statistica

Fu solo nella seconda metà dell’Ottocento che si registrò una forte ripresa degli studi su Dante da parte degli scienziati, soprattutto astronomi. In realtà il sesto centenario della nascita del Poeta, nel 1865, fu praticamente ignorato in un’Italia appena ricostituita; ma subito dopo rifiorì, anche nell’ambito scientifico e in particolare matematico (non solo italiano), un interesse via via crescente intorno alla sua opera (cfr. [Gar], [Ro]).

Una questione che ancor oggi divide e accalora sulla *Commedia* riguarda l’anno dell’immaginario viaggio dantesco nell’oltretomba, e addirittura il giorno e il mese in cui questo sarebbe iniziato. Come ben sappiamo, il Poeta comincia la sua peregrinazione “*Nel mezzo del cammin di nostra vita*” (*Inferno*, I, 1), dunque, sembrerebbe, a 35 anni, almeno se stabiliamo in 70 la durata media dell’esistenza di un uomo nel Medio Evo. Ne consegue che, essendo

Dante nato tra il maggio e il giugno del 1265, l’anno del viaggio coincide o col 1300 o col 1301.

La discussione in proposito è, come si diceva, sorprendentemente vivace e non scevra di polemiche, fondata peraltro su considerazioni prevalentemente astronomiche e zodiacali, ma anche numerali. A essa contribuirono perfino matematici illustri. Qui ne menzioniamo due, uno per ciascuno dei due fronti: Rodolfo Benini per il partito del 1300 e Francesco Paolo Cantelli per quello del 1301.

Conviene però premettere qualche argomento rilevante a favore dell’una e dell’altra supposizione, tra i tanti che si potrebbero menzionare in ambo i casi.

Partiamo dall’ipotesi 1300. Ad avvalorarla sta anzitutto un passo dell’*Inferno*, al canto XXI. Dante e Virgilio, che si trovano nella sesta bolgia, sono incerti sulla via da seguire. Un diavolo, Malacoda, li consiglia di cambiare itinerario, perché il ponte che stanno per imboccare è crollato (vv. 112-114): “*Ier, più oltre cinqu’ore che quest’otta, / mille dugento con sessantasei / anni compìe che qui la via fu rotta.*” (“otta” sta qui per ora.) Dunque Malacoda comunica ai due poeti che, il giorno precedente, cinque ore dopo quella in cui si stanno incontrando, si sono compiuti esattamente 1266 anni da che il ponte è venuto giù – per effetto del terremoto che coincise con la morte di Cristo. Poiché questi spirò nel suo trentaquattresimo anno (come confermato pure dal quarto trattato del *Convivio*, XXIII, 10), una semplice addizione $1266 + 34 = 1300$ rivela gli anni passati da quel tragico dì, che poi coincide con quello che si chiama il Venerdì Santo. Di più: siccome nel 1300 Pasqua cadde il 10 aprile, ecco svelata pure la data precisa in cui Dante ha iniziato il viaggio, il giorno che precede quello dell’incontro con Malacoda, ossia l’8 aprile 1300, coincidente col Venerdì Santo di quell’anno. Dal testo della *Commedia* si deduce poi perfino l’ora in cui avviene il colloquio col diavolo: più o meno le 7 del mattino, perché la morte di Cristo avvenne a mezzogiorno, appunto cinque ore dopo.

A confermare l’opzione dell’anno 1300 e del mese di aprile interviene poi una seconda citazione, stavolta dal II canto del *Purgatorio* (versi 98-99), dove si allude chiaramente al Giubileo voluto dal papa Bonifacio VIII (il primo della chiesa cattolica, istituito con bolla del 22 febbraio 1300) e si afferma che si è aperto tre mesi prima.

È da notare che pure Galileo abbraccia questa tesi in [Gal], verosimilmente l'unica riconosciuta alla sua epoca, citando espressamente “1300, anno di giubbileo”.

In verità, ci sarebbe anche un altro passo significativo da considerare (*Purgatorio* XXXII, 1-3): “*Tant’eran li occhi miei fissi e attenti / a disbramarsi la decenne sete, / che li altri sensi m’eran tutti spenti.*”, dove si trova un chiaro riferimento ai dieci anni trascorsi dal 1290, anno della morte di Beatrice.

Passiamo ora al partito avverso del 1301. L’argomento principale a suo sostegno si ricava nuovamente dal *Purgatorio*, I, 19-21, dove si legge che all’epoca del viaggio Venere è mattutina e nella costellazione dei Pesci: “*Lo bel pianeta che d’amar conforta / faceva tutto rider l’oriente, / velando i Pesci, ch’erano in sua scorta*”. Questa configurazione astrale fu osservata nel 1301, così come nel 1301 si verificò la presenza luminosa di Saturno nella costellazione del Leone, che Beatrice indica a Dante nel canto XXI del *Paradiso* (vv. 13-15): “*Noi sem levati al settimo splendore, / che sotto il petto del Leone ardente / raggia mo misto giù del suo valore*”. Il “*settimo splendore*” è appunto il cielo di Saturno, cui i due sono appena ascesi.

Arriviamo finalmente ai due matematici, rappresentanti delle due opposte visioni.

Rodolfo Benini (1862-1956), cremonese, fu figura di grande rilievo in matematica, statistica ed economia e studioso appassionato pure di storia e di letteratura. I suoi contributi scientifici più importanti riguardano la statistica, alla quale, per primo in Italia, conferì le dimensioni di una disciplina autonoma. Non a caso Corrado Gini lo definì “*il primo statistico italiano completo*”. Ma Benini dedicò molti studi all’opera dantesca su questioni svariate [Be]: sulla “*geodesia poetica*”, cioè sulla struttura di *Inferno* e *Purgatorio*; oppure sull’interpretazione di simboli allegorici e di “misteri” presenti nella *Commedia*; oppure, per l’appunto, sull’itinerario dantesco nell’aldilà, inclusa la questione dell’anno del viaggio – a suo avviso, il 1300. Per esempio Benini criticò l’argomento di Venere “*troppo mattutina*”. A prescindere da questa querelle, molti commentatori celebrano Benini come dantista, oltre che come statistico. Per un elenco dei suoi lavori più importanti sulla *Commedia* si veda anche [DC].

Francesco Paolo Cantelli (1875-1966), palermitano, fu invece un matematico interessato principalmente al calcolo della probabilità e alla teoria della misura, ma pure alla statistica e alla matematica finanziaria e attuariale. I suoi contributi sui fondamenti della teoria della probabilità e sullo studio dei diversi tipi di convergenza probabilistica sono rilevanti. È ricordato in particolare per il Lemma di Borel-Cantelli, il teorema di Glivenko-Cantelli e la disuguaglianza di Cantelli. Subito dopo la laurea, egli si dedicò anche a studi di astronomia, lavorando per alcuni anni presso l’Osservatorio astronomico di Palermo. Ebbe così modo e ispirazione per contribuire significativamente alla discussione sui tempi del viaggio immaginario di Dante nell’oltretomba [Can], propendendo però per il partito del 1301 (cfr. in proposito [Cac2]). In merito egli accolse le teorie del matematico e astronomo abruzzese Filippo Angelitti (1856-1931), direttore per molti anni dell’Osservatorio di Palermo, autore di numerosi lavori sulla cosmografia dantesca. Affidandosi a calcoli basati su vari riferimenti della *Commedia*, inclusi quelli di Malacoda e del Giubileo sopra ricordati, Cantelli dedusse che la data di partenza di Dante fu il 25 marzo 1301, dunque il giorno dell’Annunciazione – festa cara ai fiorentini, che la avrebbero addirittura scelta come loro Capodanno perfino dopo la riforma gregoriana del calendario. Non a caso il Dantedì 2021 è stato fissato proprio il 25 marzo.

In tempi più recenti pure il matematico Sergio Doplicher ha in qualche modo toccato l’argomento, sottolineando in [Do1] come, proprio alla fine del mese di marzo del 2008, si è ripetuto l’evento astronomico – Saturno nel Leone – descritto da Dante: “*guardando la costellazione del Leone [...] l’astro più luminoso ivi visibile era Saturno, tra le zampe del Leone, vicino a quelle anteriori, sotto il petto*”. Ora, secondo i calcoli da lui effettuati in [Do1] il fenomeno accade ogni 707 anni, sicché l’anno in cui avvenne in precedenza fu il $1301 = 2008 - 707$. Tuttavia, pur rilevando che le circostanze astronomiche descritte da Dante – Venere nei Pesci in primavera, Saturno tra le zampe del Leone – si sono verificate non nel 1300 ma l’anno successivo, Doplicher argomenta in [Do1, pp. 94-95] che il Poeta le intendesse attribuire al

1300. Egli si affidò infatti per questi dati astronomici all'*Almanacco* di Profazio Giudeo (1236-1304) [Pro], non potendoli ricordare con esattezza al momento della composizione del *Paradiso*, circa un decennio più tardi. Ma in questo *Almanacco* il 1300 manca, a differenza del 1301.

Quale che sia la data corretta, si può certamente condividere l'emozione di Doplicher, ben espressa in [Do1], circa la ripetizione a distanza di secoli della stessa disposizione astrale rilevata da Dante: nel mese di marzo 2008 *“abbiamo potuto vedere per la prima volta da allora nel cielo stellato ciò che Dante aveva visto ed aveva in mente nel comporre quel passo del Paradiso”*.

Ribadiamo che a partire dalla seconda metà dell'Ottocento e fino ai nostri giorni si contano numerosi contributi specialistici riguardo alla visione astronomica e cosmologica di Dante. Tra gli studiosi italiani citiamo, tra gli altri, Ottaviano Fabrizio Mossotti (1791-1863), Giovanni Antonelli (1818-1872), Giovanni Virginio Schiaparelli (1835-1910), Giuseppe Lorenzoni (1843-1914) e Giuseppe Armellini (1887-1958). In particolare (cfr. [Pan]), Lorenzoni fu il primo a spiegare scientificamente *“come il vertice del cono d'ombra che la Terra illuminata dal Sole proietta nello spazio siderale, cada nel cielo di Venere”*, circostanza già segnalata da Alfragano e richiamata nel *Paradiso* (IX, 118-119). Tra gli stranieri merita una menzione speciale la studiosa britannica Mary Acworth Evershed (1867-1949) per la sua pionieristica esplorazione, appassionata e approfondita, dei riferimenti astronomici contenuti nella *Commedia* (cfr. [Dau]).

6. – Florenskij

Pavel Aleksandrovič Florenskij (1882-1937) fu tipico rappresentante dello spirito russo, pensatore visionario, versatile, di rara profondità. Laureato in matematica a Mosca nel 1904, preferì poi studi teologici fino a diventare sacerdote della Chiesa ortodossa nel 1911. Ma l'interesse per la scienza perdurò e animò molte sue opere, a partire da *Gli immaginari in geometria* [Fl] che, concepita già nel 1902, fu completata venti anni dopo con un ultimo paragrafo dedicato proprio a Dante.

L'argomento di quel saggio sono i numeri complessi, o più specificamente immaginari, cioè della forma ir con r reale. Florenskij propone un nuovo modo di interpretarli geometricamente. A ispirarlo sono considerazioni matematiche ma anche fenomeni fisici legati all'elettromagnetismo: le une e gli altri sono esposti con chiarezza in [Bet] – cui pure rimaniamo per un ritratto storico del pensatore russo (cfr. anche [Em] e [Ze2]).

A sostegno e modello delle sue teorie, Florenskij chiama proprio Dante e la sua concezione tolemaica dell'universo. Il paragrafo del saggio contenuto in [Fl] che tratta di questo tema e che quindi più ci interessa è, come si diceva, l'ultimo, e si apre con un tributo esplicito a Dante nel sesto centenario della sua morte:

“Vorrei ricordare il tanto celebrato 14 settembre 1921, alle soglie di una nuova sintesi spirituale, ossia il seicentesimo anniversario dalla scomparsa del sommo tra coloro che espressero una concezione integrale del mondo.”

La quale concezione sarebbe appunto quella che Dante eredita da Aristotele e Tolomeo e che, secondo Florenskij, resta viva e attualissima, anzi anticipatrice degli sviluppi matematici delle geometrie non euclidee e fisici della relatività.

La ricapitoliamo brevemente: intorno alla Terra stanno nove cieli, i primi otto già indicati da Aristotele, e cioè nell'ordine Luna, Mercurio, Venere, Sole, Marte, Giove, Saturno e stelle fisse, e poi, seguendo qui l'idea di Tolomeo, un ultimo che li avvolge tutti, cioè il cristallino o Primo Mobile. Nella Terra poi, e qui si passa alla visione cristiana, c'è la cavità dell'Inferno. Agli antipodi sta la montagna del Purgatorio.

Nella sua analisi, Florenskij muove dall'esame del percorso compiuto da Dante nella *Commedia*, prima giù nell'Inferno, poi su per il Purgatorio e per i cieli attorno alla Terra fino all'Empireo e alla visione di Dio, per tornare finalmente al punto di partenza. Osserva in particolare che questo itinerario, nonostante l'opinione prevalente della *“gente grossa”* che non vede (*Inferno*, XXXIV, 92), non va ritenuto un percorso spezzato e a spirale, in accordo con la tradizionale geometria euclidea, ma al contrario è stato con tutta evidenza una retta – non euclidea, come presto vedremo.

Un momento rivelatore si trova secondo Florenskij nel canto finale dell'*Inferno*, centrato sulla figura di Lucifero (per un'ampia analisi di carattere filosofico, a riguardo, cfr. [Sta, pp.137-172]). Fino ad allora Dante e Virgilio sono scesi verso il centro della Terra con la testa rivolta come all'inizio del viaggio, quand'erano sul suolo del pianeta, quindi, potremmo dire, verso l'alto. In questo modo giungono là dove Lucifero sta immerso nel lago di ghiaccio, sporgendo col busto per metà, ciò che provoca in Dante uno sgomento indescrivibile (*Inferno* XXXIV, 22-27). Dopodiché i due poeti prendono a discenderne il busto lungo la coscia, fino a quando, portando Dante di peso "lo duca, con fatica e con angoscia, / volse la testa ov'elli avea le zanche," (vv. 78-79). Così, in seguito a un improvviso ribaltamento, i due si ritrovano capovolti rispetto alla posizione originale (vv. 88-93): "Io levai li occhi, e credetti vedere / Lucifero com'io l'avea lasciato; / e vidili le gambe in su tenere; / e s'io divenni allora travagliato, / la gente grossa il pensi, che non vede / qual è quel punto ch'io avea passato". Vale la pena di segnalare che, a differenza di quanto scrive Florenskij, sulla base di una lettura errata dei versi danteschi, solo dopo il capovolgimento dei due poeti Lucifero appare a loro con le gambe all'aria.

In seguito a questa piroetta, Virgilio e Dante si ritrovano con i piedi diretti verso il punto da cui sono entrati nell'*Inferno* e quindi, potremmo dire, a testa in giù. Così rivolti risalgono l'interno del pianeta dall'altra parte, ne vengono fuori ("e quindi uscimmo a riveder le stelle") e proseguono il loro tragitto, ascendendo al Purgatorio verso il Paradiso. Pertanto, poiché nel seguito del racconto non vi è traccia di ulteriori giravolte, se la geometria dell'universo fosse euclidea, Dante al termine del suo viaggio tornerebbe sulla terra con la testa rivolta in basso; anzi, avanzando sempre in linea retta, non ci tornerebbe affatto.

Dunque, ne deduce Florenskij, la struttura del cosmo dantesco non è euclidea. Al contrario, corrisponde alla geometria ellittica di Riemann, assumendo le due premesse già enunciate, cioè un tragitto rettilineo e un unico capovolgimento.

Sotto la prima ipotesi, si desume che una retta deve essere una linea chiusa di lunghezza finita, perché Dante alla fine ritorna là da dove era partito. Questa proprietà si concilia sia con la geometria

sferica che con quella ellittica, che ha come modello la superficie di una semisfera ottenuta identificando due punti diametralmente opposti su una sfera (cfr. [Tr]); ma solo nella geometria ellittica due rette perpendicolari a una retta data si incontrano in un unico punto. Infatti nell'altro caso due rette perpendicolari si incontrano in due punti distinti, come accade per esempio sulla superficie terrestre, se consideriamo la retta dell'equatore e i meridiani ad essa perpendicolari, che si incontrano nei due poli. Ciò permette a Florenskij di concludere che il caso di Dante è evidentemente quello ellittico, dove i piedi finiscono per avere la stessa direzione della testa, in modo da evitare in definitiva al Poeta di tornare sulla terra a capo in giù.

A queste argomentazioni geometriche, Florenskij ne aggiunge altre, tratte dalla teoria della relatività, per ribadire che "lo spazio del mondo deve essere pensato proprio come uno spazio ellittico, riconosciuto finito, così come il tempo-finito, chiuso in sé".

Quanto poi alla velocità della luce, ovvero $c = 3 \times 10^8$ metri al secondo – la massima possibile nel nostro universo –, Florenskij ritiene che essa si possa benissimo toccare e superare: toccare al confine tra terra e cielo, dove ogni corpo ha lunghezza zero, massa infinita e tempo infinito, e addirittura valicare oltre il confine, nel mondo ultraterreno e trascendente che corrisponde al Paradiso dantesco. A questo nuovo "universo" si accede attraverso uno squarcio, cioè una discontinuità, del tempo: in esso il tempo si rovescia, così che l'effetto precede la causa.

Insomma a parere di Florenskij, Dante sembrerebbe aver immaginato il cosmo come esso davvero è, duplice e con due poli contrapposti: il nostro, che i numeri reali interpretano e misurano, e l'Empireo, cui invece si riservano i numeri immaginari.

Si diceva che il saggio su *Gli immaginari in geometria* fu pubblicato nel 1922. Negli anni che seguirono varrà all'autore critiche severe nella sua patria. Lo si intenderà infatti come una sorta di riaffermazione oscurantista delle retrive dottrine medievali e cristiane. Anche a seguito di queste polemiche, Florenskij divenne una delle vittime dello stalinismo. Nel 1933 sarà arrestato, poi imprigionato e infine, il 7 dicembre del 1937, fucilato. Le sue vicende culturali ed esistenziali richiamano al-

lora quelle dell'altro grande, suo contemporaneo, il già citato Osip Mandel'stam. Di Florenskij segnaliamo anche gli studi approfonditi di altri temi importanti legati alla matematica, tra cui il "simbolo" (cfr. [Ze2]).

7. – Matematici del primo Novecento: Speiser, Weyl e altri

A sostenere interpretazioni non euclidee della geometria della *Commedia* furono pure alcuni matematici di fine Ottocento e primo Novecento, precursori di Florenskij, da lui stesso ricordati in [Fl]. Anzitutto George Bruce Halsted (1853-1922), statunitense, tra i primi a introdurre nel suo paese i modelli non euclidei. E, ancora, Heinrich Martin Weber (1842-1913), tedesco, che si occupò principalmente di algebra e teoria dei numeri e studiò con Dedekind i fondamenti algebrici delle superfici di Riemann.

Quanto ai contributi di Halsted [Hal] c'è da rilevare che, per quanto originali, essi risultano decisamente deboli. Per esempio, egli propone di considerare l'enunciato secondo cui un triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo, che Dante cita nel *Paradiso* XIII, 101-102, non come un risultato definitivo, ma come un "problema aperto" da dibattere e perfino confutare. Altre sue argomentazioni poggiano su un'interpretazione alquanto discutibile dell'elenco degli spiriti magni del Limbo, in cui compare Euclide e subito dopo Tolomeo (*Inferno*, IV, 142): "*Euclide geomètra e Tolomeo*". Halsted ritiene che Dante li menzioni uno dopo l'altro in contrapposizione, perché secondo la tradizione Tolomeo sarebbe stato uno dei primi a cercare di dedurre il quinto postulato di Euclide dagli altri quattro che lo precedono e in questo senso si può ritenere precursore del punto di vista non euclideo. Inoltre, a proposito del primo dei tre scienziati che compaiono nel verso successivo 143, "*Ippocrate, Avicenna e Galieno*", Halsted rifiuta l'interpretazione quasi unanime che identifica il personaggio dantesco con Ippocrate di Co, medico famosissimo del V secolo a.C., e lo assimila invece al matematico e astronomo Ippocrate di Chio, più o meno contemporaneo, figura importante nella storia della geometria per lo studio della quadratura del cerchio e soprat-

tutto per i suoi risultati sulla quadratura delle "lunule" (cfr. [Boy]).

Passiamo ora ai matematici che dopo il 1922, data di pubblicazione del saggio sopra citato di Florenskij, ripresero autonomamente e approfondirono l'interpretazione del cosmo dantesco alla luce della geometria non euclidea e della teoria della relatività: soprattutto Andreas Speiser (1885-1970) e Hermann Weyl (1885-1955).

Scrive il primo nei *Branì classici di matematica* del 1925, specificamente ne *La fine dello spazio e l'al di là*. Dante [Sp] che l'universo concepito dal Poeta è "*una varietà di Riemann con una fonte di energia che imprime ad esso la metrica*". Gli fa eco Weyl nel 1932, all'inizio della prima delle tre lezioni de *Il nuovo mondo* [We], intitolata *Dio e l'Universo*:

"Nel linguaggio della matematica moderna, si potrebbe dire che Dante propone una dottrina che è stata ripresa da Einstein, anche se con motivazioni interamente differenti: si tratta della dottrina della chiusura dello spazio tridimensionale, ma dal polo della potenza divina s'irradia un campo metrico tale che la misura spaziale si riconnette alle condizioni descritte da Aristotele".

Il discorso è stato successivamente ripreso da molti altri autori, in particolare dal fisico Mark A. Peterson [Pet1] (vedi anche [Ber], [DCe], [Gh], [Giz] e il capitolo VII di [Andre]). Proviamo a ricapitarne i capisaldi.

Il passo del *Paradiso* su cui concentrare l'attenzione è illustrato nel canto XXVIII, principalmente ai versi 16-78. In essi Dante e Beatrice contemplan l'Empireo dal Primo Mobile. Negli occhi di lei Dante vede riflessa l'immagine di Dio che già conosciamo, "*un punto vidi che raggiava luce*". A circondare questo punto stanno i nove cerchi delle gerarchie angeliche, tanto più veloci e luminosi quanto a lui più prossimi.

Dante è sorpreso dal fenomeno, che è l'opposto di quel che secondo lui succede nell'al di qua, dove le volte dei cieli astronomici ruotano tanto più velocemente quanto più sono grandi e lontane dalla terra, e quindi risultano "*tanto più divine / quant'elle son dal centro più remote*" (versi 50-51). Beatrice però lo esorta a privilegiare non la grandezza fisica, ma la virtù, cioè la vicinanza a Dio e alla sua luce. È questa che ha la priorità, ed è per questo motivo che ne

“l'altro universo” il primato va “al cerchio che più ama e che più sape” (verso 72).

Sempre in riferimento alla visione dell'Empireo, ricordiamo pure i versi 101-102 del canto precedente XXVII, quando Dante confessa di non capire in quale punto del Primo Mobile si trova mentre rimira le due metà dell'universo, da un lato la nostra e dall'altro l'aldilà: “i' non so dire / qual Beatrice per loco mi scelse”.

Veniamo adesso all'ipersfera di Riemann, ossia all'equivalente della sfera in uno spazio a 4 dimensioni. Chiaramente è impossibile afferrarla con i nostri sensi, ma una maniera per concepirla è suggerita proprio dal caso tridimensionale della sfera. Nello spazio ordinario, essa si può abbracciare visivamente nella sua interezza, ma si può anche accostare nel modo descritto da Edwin Abbott in *Flatlandia*, tramite le sue intersezioni con un piano. In effetti, per le creature di un mondo piatto, cioè bidimensionale, l'unica percezione possibile della sfera è proprio tramite le sezioni che essa determina attraversandolo: anzitutto un punto, a seguire cerchi che prima si allargano fino a uno di raggio massimo e poi si restringono tornando a un punto – si va così da uno dei poli all'equatore e poi dall'equatore all'altro polo. Di più: da un punto arbitrario dell'equatore, non importa dove collocato, si ha la stessa visione dell'uno e dell'altro emisfero.

Trasportiamo la situazione nello spazio a quattro dimensioni, nel quale un'ipersfera attraverserà allo stesso modo un sottospazio tridimensionale: anzitutto in un punto, a seguire secondo sfere che prima si allargano fino a una di raggio massimo e poi si restringono, per tornare in conclusione a un punto. Ma questa è esattamente la visione di Dante: dalla Terra, o addirittura da Lucifero al suo centro, a Dio, tramite i cieli del modello tolemaico e cristiano, che dapprima crescono fino al Primo Mobile e poi, dall'altra parte, decrescono tramite le gerarchie angeliche.

Con questa interpretazione, e col paragone al caso tridimensionale si spiega anche perché il loco del Primo Mobile da cui Dante e Beatrice si volgono a contemplare le due metà dell'universo sia del tutto indifferente – così come accade a chi, stando all'equatore sulla superficie terrestre, osserva i due emisferi.

Le moderne teorie della relatività concepiscono il mondo proprio come uno spazio a quattro dimensio-

ni, delle quali l'ultima è il tempo. Che questo universo sia finito, appunto un'ipersfera, è sottoscritto da Einstein nel suo modello statico del 1917, che poi però venne messo da parte perché contraddetto da riscontri sperimentali, e sostituito dall'ipotesi di un cosmo in espansione. Ritourneremo su questo punto nel prossimo capitolo.

Qui semmai ribadiamo come, nella visione dantesca, Dio sia principio di luce e di energia. Un punto, e tuttavia, misteriosamente, pure la sfera massima, il culmine di tutte le altre. Osserviamo in proposito che, in base all'evoluzione degli studi della fisica, le immagini delle stelle che noi vediamo oggi sulla terra derivano in realtà dal passato, in ragione della velocità con cui la loro luce si va propagando. Ma su questa base si può ben ammettere anche dal punto di vista scientifico che in un Dio, che è appunto sorgente di luce, tutti i tempi si concentrino e tutte le proporzioni si ribaltino – come presenti Florenskij e come scrive Dante nel Paradiso, canto XXXIII, versi 85-90: “Nel suo profondo vidi che s'interna, / legato con amore in un volume, / ciò che per l'universo si squaderna; / sustanze e accidenti e lor costume, / quasi conflati insieme, per tal modo / che ciò ch'io dico è un semplice lume.”

Ci permettiamo qui un commento conclusivo su tutte queste moderne interpretazioni non euclidee e relativistiche dell'universo dantesco, legate ai versi della *Commedia*. Dubitiamo che esse abbiano avuto un reale fondamento nella visione cosmologica di Dante. Ci sembrano piuttosto un esercizio erudito, teso a ravvisare nelle concezioni del Poeta, a volte con qualche forzatura, un'anticipazione di teorie che sarebbero state introdotte molti secoli dopo. In ogni caso, non andrebbe mai dimenticato che la *Commedia* resta pur sempre un'opera di poesia, di grande ricchezza e complessità, nutrita per di più da una straordinaria fantasia [Cal, pp. 91-93].

Aggiungiamo semmai un commento di Beppo Levi ([Le, p. 841 nell'edizione delle *Opere*), nostro illustre matematico del Novecento, che sottolinea un riferimento concreto alla tridimensionalità dello spazio presente nel secondo canto del Paradiso, versi 37-39, quando Dante si innalza al cielo della Luna: “S'io era corpo, e qui non si concepe / com'una dimensione altra patio, / ch'esser convien se corpo in corpo repe”. Osserva Levi che qui “Dante usa

‘dimensione’ nel senso lato di ‘estensione’”, con un chiaro riferimento alle tre dimensioni dello spazio, in lunghezza, larghezza e profondità. Aggiunge poi che “non pare che Euclide abbia sentito la necessità di affermare la tridimensionalità dello spazio”, sicché appare lecito concludere che la precisa enunciazione di tale nozione sia da ritenere “di origine scolastica medievale”.

8. – Severi

Francesco Severi (1879-1961) è stato tra i grandi matematici italiani dello scorso secolo. Nel 1950 fu invitato, come relatore, a un ciclo di conferenze sul Trecento nella civiltà fiorentina, insieme ad altri prestigiosi intellettuali, quasi tutti letterati e scrittori, tra cui Emilio Cecchi, Gianfranco Contini, Giacomo Devoto e Salvatore Quasimodo. Il suo intervento, rielaborato nel saggio [Sev], era dedicato proprio a *Dante e la scienza dei suoi e dei nostri tempi*.

Severi vi sottolinea ripetutamente la modernità di Dante e delle sue concezioni scientifiche. Ne illustra poi i motivi: anzitutto il rispetto e la devozione con cui egli si accostò alle scienze, e ancora il suo amore per la filosofia, intesa letteralmente come amore della sapienza, ma soprattutto la sua sensibilità di poeta e pensatore, che lo rese capace di presagire autonomamente nuove prospettive.

La matematica del Medio Evo, secondo Severi, era ben povera cosa, solo un’eco pallida e lontana della vivacità intellettuale e della fecondità vissute nella Magna Grecia, quasi del tutto ignara del genio di Archimede. Ma perfino in questo quadro poco confortante Severi evidenzia l’attualità del pensiero di Dante e la sottigliezza delle sue intuizioni, che vanno ben oltre le conoscenze teoriche, peraltro abbondantemente testimoniate perfino dalla lettura della *Commedia*.

Ecco alcuni degli aspetti che di queste concezioni Severi tiene a sottolineare.

Per cominciare, il primato del pensiero rispetto ai puri tecnicismi: così infatti va interpretata secondo Severi la similitudine già richiamata del geometra, alla ricerca del “principio ond’elli indige” per “misurar lo cerchio” (*Paradiso*, XXXIII, 133-134). A suo avviso questo “principio” sfuggente è da inten-

dersi come una dimostrazione teorica piuttosto che una costruzione pratica.

A sostegno della sua convinzione, Severi cita pure un passo del *De Monarchia* (III, III, 2) che di nuovo menziona la quadratura del cerchio. Severi lo traduce dal latino come segue: “*Il geometra ignora la quadratura del cerchio, però non ne fa questione*”, e lo spiega attribuendo a Dante la perspicacia di distinguere l’esistenza astratta di un quadrato equivalente a un cerchio di raggio dato dal problema concreto di costruirlo. Il matematico puro può ammettere la prima, e cercare di provarla, senza preoccuparsi del secondo.

Severi menziona poi il famoso passo del *Convivio* (II, XIII, 27) che celebra la Geometria, specificamente l’osservazione, già da noi riferita scrivendo di Pascal, che “*lo cerchio per lo suo arco è impossibile a quadrare perfettamente, e però è impossibile a misurare a punto*”, ed evidenzia la finezza con cui il Poeta collega il problema della quadratura del cerchio all’altro, formalmente diverso, della rettificazione della circonferenza, intuendo come la stessa chiave (oggi diremmo: pi greco) vale a risolvere entrambi – uno dei risultati più celebrati di Archimede.

Non tuttavia che Dante si contenti della sola teoria e trascuri l’importanza dell’aspetto sperimentale. Anzi a questo proposito, Severi cita la discussione astronomica che intercorre nel secondo canto del *Paradiso* tra il poeta e Beatrice sul fenomeno delle macchie lunari e sulle sue cause – vi abbiamo già accennato nel capitolo su Galileo. Ecco la domanda che Dante propone ai versi 49-50: “*Ma ditemi: che son li segni bui / di questo corpo*”, cioè appunto della luna. Sollecitato da Beatrice, Dante prova a risponderci da solo: congettura che le macchie derivino dal fatto che la luna ha una densità non uniforme, dunque, chiarisce Beatrice, è bucata, oppure possiede una superficie disomogenea, che si divide, come la terra, tra valli e montagne. Ma, obietta la stessa Beatrice, entrambe le ipotesi sono contraddette sia dall’osservazione che dal ragionamento: la prima, perché se la luna fosse forata, allora durante le eclissi del sole ne lascerebbe filtrare i raggi; la seconda, a ragione del paragone che segue (versi 97-105): “*Tre specchi prenderai; e i due rimovi / da te d’un modo, e l’altro, più rimosso, / tr’ambo li primi li occhi tuoi*

*ritrovi. / Rivolto ad essi, fa che dopo il dosso / ti stea
un lume che i tre specchi accenda / e torni a te da
tutti ripercosso. / Ben che nel quanto tanto non si
stenda / la vista più lontana, lì vedrai / come
convien ch'igualmente risplenda".*

In altre parole: supponiamo che tre specchi riflettano la stessa fiamma, ma a distanze diverse, quello di mezzo più lontano degli altri due che lo contornano; allora la mostreranno di dimensioni differenti, ma di ugual splendore. Allo stesso modo una configurazione superficiale frastagliata e diseguale non può causare una variazione di luminosità.

Tanto arguisce Beatrice nella finzione del poema, e dunque Dante nella realtà – e il passo conferma l'importanza che egli attribuisce ai risultati sperimentali, come pure all'intelletto che sa interpretarli: la *"esperienza [...] esser suol fonte ai rivi di vostr'arti"* (versi 92-93). Va semmai aggiunto che la spiegazione "corretta" delle macchie lunari successivamente fornita da Beatrice appare oggi estremamente debole, essendo queste imputate alle intelligenze angeliche che muovono e illuminano i vari cieli, sicché quella che sovrintende alla Luna sarebbe più opaca delle altre (cfr. [Ves2]).

Severi si sofferma anche sulla concezione dantesca del "tempo", che del resto riprende un pensiero già espresso da S. Agostino [Ag1, XII, 17]. Secondo questa visione il tempo preesiste a luce e materia, ma non a Dio che l'ha creato: *"né prima né poscia precedette / lo discorrer di Dio sopra quest'acque"*, cioè lo spirito generatore della creazione (*Paradiso*, XXIX, 20-21). Nel pensiero di Dante, la terra e i cieli che la circondano nell'al di qua sono materia, che si distribuisce nello spazio e nel tempo, e ad entrambi, spazio e tempo, danno senso. Con un'eccezione, però, che è il cristallino, il quale invece è tempo e non materia, e perciò genera e misura i moti degli altri cieli. Di conseguenza il suo moto non è misurabile, perché non c'è misura senza materia (*Paradiso*, XXVII, 115-120): *"Non è suo moto per altro distinto; / ma li altri son misurati da questo, / sì come diece da mezzo e da quinto. / E come il tempo tegna in cotal testo / le sue radici e ne li altri le fronde, / omai a te può esser manifesto."*

Severi elogia pure in questa circostanza la novità oltre che la profondità del pensiero dantesco,

nel presentimento che non c'è spazio senza materia, e che il flusso del puro tempo non si può misurare.

C'è da aggiungere che Dante illustra nel *Convivio*, II, XIV, 15-18, come il cristallino coordina col suo moto la rivoluzione dei cieli che lo precedono. Sempre nel *Convivio*, IV, II, 6, citando Aristotele, Dante chiama il tempo *"numero di movimento, secondo prima e poi"* e ancora *"numero di movimento celestiale"*.

Nell'Empireo, infine, non ci sono né spazio né tempo, né moto né tensione, perché ogni desiderio in Dio è appagato (cfr. *Paradiso*, XXII, 61-67): *"... Frate, il tuo alto disio / s'adempierà in su l'ultima spera, / ove s'adempion tutti li altri e 'l mio. / Ivi è perfetta, matura ed intera / ciascuna disianza: in quella sola / è ogni parte là ove sempr'era"*. In Dio è presente ogni luogo e tempo e *"s'appunta ogni ubi e ogni quando"* (*Paradiso*, XXIX, 12).

Anche Severi accenna ad una rivisitazione, in chiave moderna, della concezione cosmologica medievale, come già il titolo del suo lavoro lascia intuire. Nel suo saggio tuttavia non ci sono tracce di ipotetici "presagi" non euclidei o relativistici nella *Commedia*, né di anticipazioni, di oltre mezzo millennio, di teorie cosmologiche novecentesche da parte di Dante. Ecco alcune sue riflessioni a riguardo [Sev, p. 89]:

"La concezione medievale d'un universo sensibile finito, sferico, potrebbe considerarsi l'embrione dell'idea presente dei relativisti (da De Sitter in poi), secondo cui lo spazio-tempo quadridimensionale è uno spazio finito, curvo (con curvatura riemanniana intrinseca, cioè non avente bisogno per concepirla di esser guardata dal di fuori). Però lo spazio relativistico è illimitato, a differenza di quello racchiuso da una sfera, come sarebbe l'Universo tolemaico, che non soltanto è finito, ma anche limitato, nel senso che ha un contorno, la superficie sferica, che lo racchiude.

Questo concetto di contorno può lumeggiarsi con l'esempio della superficie sferica, che è appunto finita, ma illimitata. [...] E alla stessa guisa è senza contorno la varietà quadridimensionale di uno spazio a cinque dimensioni racchiudente una ipersfera. Si avverta che questo è soltanto un esempio: non certo l'immagine dello spazio relativistico."

9. – Alcuni contributi successivi

Dopo l'approfondito saggio di Severi, un posto di rilievo negli studi su Dante e la scienza è da assegnare al libro di Andriani [Andri], vasto e accurato, non ristretto solo alla matematica ma aperto ad astronomia, fisica, chimica e biologia. Degna di nota ci sembra pure l'introduzione al volume, scritta da Lucio Lombardo Radice. Essa si concentra soprattutto, come sappiamo, sul rapporto tra poesia e scienza in Dante. Al paragone della *Commedia* col *De rerum natura* di Lucrezio unisce quello col *Faust* di Goethe, dove pure la visione scientifica del mondo è "coessenziale" alla composizione artistica. I versi di Dante, sostiene Lombardo Radice, sono poesia anche perché rigore, esattezza e completezza.

Tra le opere successive dedicate ai rapporti tra Dante e la scienza sono ancora da segnalare il volume [BR] che raccoglie gli atti di un Convegno internazionale sullo stesso tema tenutosi a Ravenna nel 1993, l'ampio saggio di rassegna [Gil1], e ancora un testo recente, molto stimolante [FP], in cui la cosmologia dantesca viene rivista alla luce delle moderne teorie scientifiche, senza nulla togliere al fascino della poesia.

In particolare, a partire dalla seconda metà del Novecento e fino a oggi, numerose sono state le riflessioni dedicate alla *Commedia* da parte di matematici, non solo italiani. Tra esse si trovano studi sulla struttura dell'universo dantesco o commenti, più o meno approfonditi, su singoli passi del Poema. Ai riferimenti già citati in precedenza aggiungiamo senza alcuna pretesa di completezza [Bis], [BV], [Cim], [Da1, 2], [Mara], [Os], [Pat], [Tof2], [TZ]. In particolare, in [BV] viene proposta una nuova interpretazione geometrica dell'universo dantesco, basata sulla nozione di proiezione stereografica (introdotta già dagli antichi Greci e quindi presumibilmente nota al Poeta), la quale, tra l'altro, permette di chiarire come mai nella visione del *Paradiso* le gerarchie angeliche siano tanto più veloci quanto più vicine a Dio.

In campo letterario ricordiamo invece, tanto per la profondità di pensiero quanto per l'attenzione ai rapporti con la scienza, e in particolare con la matematica: [Boi], [Bol], [Bor1], [Bor2], [Boyde], [Fer], [Go], [Hardt], [Hart], [Maz], [Per], [Ru], [Sta], [Vaso].

Desideriamo concludere la nostra nota menzionando altri due contributi significativi di matematici illustri, entrambi in qualche modo rapportabili a Dante, sia pure in forma diversa. Ci riferiamo alle osservazioni sparse, ma molto penetranti, di Ennio De Giorgi (1928-1996) contenute nel volume [DG] e a una raccolta di saggi danteschi [Do1] di Sergio Doplicher.

Le riflessioni di De Giorgi sono di natura "sapienziale", cioè ispirate alla Sapienza biblica, ma spargono luce pure su alcuni legami intriganti tra il pensiero matematico e i due poli "cielo e terra" dell'universo dantesco. L'autore infatti sottolinea che in matematica [DG, pp. 72-73] "*noi riusciamo a studiare il finito solo pensandolo immerso in una cornice infinita [...] tutto ciò che noi riusciamo a vedere nel finito ci appare incomprensibile e disarmonico, se non lo pensiamo come parte di un quadro più ampio di grandezza infinita. Il fatto che questo quadro infinito sia in gran parte sconosciuto non ci deve portare a negarne l'esistenza: lo stesso insieme dei numeri interi è in gran parte sconosciuto ai matematici, eppure è il pilastro centrale di tutta la matematica e indirettamente di tutte le scienze che usano in vario modo la matematica*". Dei numeri naturali De Giorgi ricorda [DG, p. 124] le enormi potenzialità legate, oltre che alla loro infinità, alla "*esistenza di proposizioni aritmetiche indecidibili*" dimostrata dal teorema di incompletezza di Gödel. Ecco cosa scrive in proposito: "*Questo teorema di Gödel, costituì un controesempio rispetto al programma di finita assiomatizzazione della Matematica proposto da un altro dei massimi matematici del nostro secolo, David Hilbert, e suscitò inizialmente fra i matematici diffidenza o delusione. Oggi, riflettendo sul senso di questo teorema direi che esso può costituire per ogni matematico motivo di gioia e di speranza, facendoci sapere che la ricchezza implicita nella idea intuitiva di numero intero è inesauribile, che le future generazioni di matematici potranno sempre [...] chiarire ulteriormente ed approfondire quella intuizione senza che la struttura dei numeri interi (primo esempio di insieme infinito incontrato dai matematici) risulti mai banalizzata*".

Ebbene questa tensione tra finito e infinito è la stessa che permea e caratterizza la matematica

della *Commedia* e del *Convivio*, sia in aritmetica che in geometria: infatti i numeri sono singolarmente finiti, eppure costituiscono assieme un'infinità; allo stesso modo, la geometria euclidea è compiuta e immacolata, eppure sperimenta gli enigmi della adimensionalità del punto e della rotondità della sfera.

Quanto ai saggi di Doplicher [Do1], uno ci appare particolarmente intrigante: *"Spiriti magni e fortuna. Echi lucreziani?"*, centrato sull'analisi del topos del "nobile castello" dove sono ospitati, nel Limbo, gli illustri personaggi dei tempi prima di Cristo. Ecco che cosa scrive a riguardo nella sua prefazione al volume il dantista Dante Della Terza [Do1, p.14]:

"Soltanto nel 1417 Poggio Bracciolini troverà tra le antiche carte rese a lui accessibili il massimo poema di Lucrezio, il De Rerum Natura. Il nome di Lucrezio, citato sei volte dal Petrarca, due volte soltanto da Giovanni Boccaccio, non risulta mai menzionato da Dante, vissuto una generazione prima di loro. Ma Doplicher [...] facendo ricorso a voci sollecite di esperti del mestiere, ha voluto creare un ponte tra il latino del De Rerum Natura, II, versi 114-120 e i versi 109-117 del XIV canto del Paradiso; tra l'immaginario lucreziano (De Rerum Natura, II, vv.7-10) e il nobile castello "sette volte cerchiato d'alte mura" descritto nel IV canto dell'Inferno, ai versi 106-108".

Doplicher sottolinea così, nel suo saggio, ulteriori affinità tra *Commedia* e *De rerum natura*; in particolare, segnala anche varie somiglianze letterali, molto espressive, che emergono dal confronto di alcuni brani dei due poemi.

L'aspirazione verso l'infinito che fonde e unisce scienza e arte si trova bene espressa pure in [Do2]. In matematica essa si manifesta nella perfezione e nell'eternità dei teoremi, ma pure nella ricerca sulle leggi della natura, da Galileo e Newton alla descrizione quantistica del mondo, ricerca che è più sfocata e approssimata, eppure altrettanto grandiosa e mirabile (cfr. [Do3]). Doplicher si affida ancora a Dante per descrivere sin dal titolo del suo lavoro questo anelito di conoscenza e di infinito: *"La sete natural che mai non sazia"* (*Purgatorio*, XXI, 1). È significativo che pure questo suo articolo si indirizzi principalmente non ai matematici, ma ai colleghi italianisti.

- [Ag1] AGOSTINO, *La Città di Dio*, Bompiani, Milano, 2001
- [Ag2] AGOSTINO, *Le Confessioni*, Marietti, Torino, 1969
- [Al] D. ALIGHIERI, *Tutte le opere*, Edizione del Centenario, Mursia, Milano, 1965
- [Al1] D. ALIGHIERI, *La Divina Commedia illustrata da Sandro Botticelli*, Le lettere, Scandicci-Milano, 2008
- [AMN] A. ANGELINI – P. MAGNAGHI-DELFINO – T. NORANDO, *Galileo Galilei's location, shape and size of Dante's Inferno: An artistic and educational project*, in: D. Velichova, D. Richtarikova, D. Szarkova, V. Zahonova (a cura di), *Proceedings of 13th Conference on Applied Mathematics*, Aplimat 2014, Bratislava, 2014, pp. 7-26
- [Andre] M. ANDREATTA, *Archimede, l'arte della misura*, il Mulino, Bologna, 2021
- [Andri] B. ANDRIANI, *Aspetti della scienza in Dante*, con prefazione di Lucio Lombardo Radice, Le Monnier, Firenze, 1981
- [Ba1] A. BATTISTINI, *Letteratura e scienze in Galileo: un matrimonio d'interesse*, in: P. Maroscia, C. Toffalori, F. S. Tortoriello, G. Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*, UTET De Agostini, Novara, 2018, pp. 87-109
- [Ba2] A. BATTISTINI, *La precisione della poesia e l'esattezza della scienza*, *La Matematica nella Società e nella Cultura*, Rivista dell'UMI 4, n. 3 (2019), pp. 259-267
- [Be] R. BENINI, *Dante tra gli splendori de' suoi enigmi risolti e altri saggi*, Edizioni dell'Ateneo, Roma, 1952
- [Ben] G. BENIVIENI, *Dialogo di Antonio Manetti, cittadino fiorentino, circa al sito, forma et misure dello 'Inferno' di Dante Alighieri poeta eccellentissimo*, Forgotten Books, Londra, 2018
- [Ber] M. BERSANELLI, *From Dante's Universe to Contemporary Cosmology*, Istituto Lombardo (Rend. Scienze) 150 (2016), pp. 147-165
- [Bet] R. BETTI, *La matematica come abitudine del pensiero - Le idee scientifiche di Pavel Florenskij*, Università Bocconi Centro PRISTEM, Milano, 2009
- [Bis] G. I. BISCHI, *Matematica e Letteratura. Dalla Divina Commedia al noir*, Egea – Centro Pristem Università Bocconi, Milano, 2015
- [Boi] P. BOITANI, *Il grande racconto delle stelle*, il Mulino, Bologna, 2012
- [Bol] C. BOLOGNA, *Il 'punto' che 'vinse' Dante in Paradiso*, *Critica del testo VI*, n. 2 (2003), pp. 721-754
- [Bor1] J. L. BORGES, *Altre inquisizioni*, in *Tutte le opere*, volume primo, Mondadori, Milano, 1994, pp. 905-1093
- [Bor2] J. L. BORGES, *Saggi danteschi*, in *Tutte le opere*, volume secondo, Mondadori, Milano, 1985, pp. 1261-1309
- [Boyde] P. BOYDE, *L'esegesi di Dante e la scienza*, in: P. Boyde – V. Russo (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995, pp. 9-23
- [Boyer] C. B. BOYER, *Storia della matematica*, Mondadori, Milano, 1980
- [Br] G. B. BROCCI, *Lettere sopra Dante A A [sic] Miledi W-Y*, Nabu Press, Firenze, 2012
- [BR] P. BOYDE – V. RUSSO (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995
- [BV] S. BARSELLA – V. VESPRI, *Dante's cosmos and the geometry of Paradise*, *Italianistica L-1* (2021), 239-252
- [Cac1] F. CACCIAFESTA, *Un'osservazione sulla geometria delle Malebolge*, *Letteratura Italiana Antica IV* (2003), 397-399

- [Cac2] F. CACCIAFESTA, *Quando un matematico legge la Divina Commedia*, in: E. Badolati (a cura di), *Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore*, Atti della Terza Giornata di Studi, XXI Settimana della Cultura Scientifica e Tecnologica, Università degli Studi del Molise, Campobasso, 18 ottobre 2011, 1-14
- [Cal] I. CALVINO, *Lezioni americane*, Mondadori, Milano, 1998
- [Can] F. P. CANTELLI, *La conoscenza dei tempi nel viaggio dantesco*, Memoria letta all'Accademia Pontaniana nella tornata del 5 novembre 1899, Napoli, Stab. Tip. Regia Università, 1900
- [Cim] G. CIMMINO, *Dante e la matematica*, Atti Accademia Pontaniana XXXVI (1988), pp. 7-17
- [Cit] C. CITRINI, *Sant'Agostino e la matematica*, in: P. Maroscia, C. Toffalori, F. S. Tortoriello, G. Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*, UTET De Agostini, Novara, 2018, pp. 145-181
- [CR] R. COURANT – H. ROBBINS, *Che cos'è la matematica?*, Bollati Boringhieri, Torino, 2000
- [Cur] E. R. CURTIUS, *Letteratura europea e Medio Evo latino*, La Nuova Italia, Scandicci, 1992
- [Da1] B. D'AMORE, *Alcuni cenni sulla presenza della Matematica nella Divina Commedia*, *Cultura e Scuola* 127 (1993), pp. 145-161
- [Da2] B. D'AMORE, *Spigolature (minime) dantesche su temi matematici*, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* 35B (2012), pp. 459-476
- [Dau] T. DAUGHERTY, *Dante and the Early Astronomers*, Yale University Press, New Haven CT – London, 2019
- [DC] D. DE CASTRO, *L'opera dantesca di Rodolfo Benini*, *Lettere Italiane* 18, n. 1 (1966), pp. 97-100
- [DCe] G. DE CECCO, *Dante e l'ipersfera*, Ithaca: *Viaggio nella Scienze XVII* (2021), 63-70
- [DG] E. DE GIORGI, *Riflessioni su matematica e sapienza*, Accademia Pontaniana, Napoli, 1996
- [Dig] I. DIONIGI, *Atomi e lettere*, in: I. Dionigi (a cura di), *I classici e la scienza. Gli antichi, i moderni, noi*, BUR, Milano, 2007, pp. 109-120
- [Dis] C. DIONISOTTI, *Geografia e storia della letteratura italiana*, Einaudi, Torino, 1967
- [Do1] S. DOPLICHER, *O sol che sani ogni vista turbata. Note sulla ragione nella Divina Commedia*, con prefazione di Dante Della Terza, Edicampus, Roma, 2013
- [Do2] S. DOPLICHER, *“La sete natural che mai non sazia”. Alle radici dell'emozione nella Scienza e nell'Arte*, in: A. Casadei, F. Fedi, A. Nacinovich, A. Torre (a cura di) *Atti XXIII Congresso ADI – Associazione degli Italianisti* (Pisa 12-14 settembre 2019), Roma, Adi editore, 2021
<https://www.italianisti.it/publicazioni/atti-di-congresso/letteratura-e-scienze> [data consultazione: 15/11/2021]
- [Do3] S. DOPLICHER, *Scienza e conoscenza, etica e cultura: la prospettiva della fisica*, *La Matematica nella Società e nella Cultura*, Rivista dell'Unione Matematica Italiana III (2010), pp. 271-309
- [Em] M. EMMER, *Pavel Florenskij, tra matematica e religione*, in: M. Emmer (a cura di), *Matematica e cultura 2010*, Springer, Milano, 2010, pp. 15-42
- [Fe] G. FERRONI, *Il punto e il cerchio: geometria dantesca*, in: P. Maroscia – C. Toffalori – F. S. Tortoriello – G. Vincenzi, *Letteratura e matematica. Spiragli di infinito*, UTET De Agostini, Novara, 2019, pp. 3-20
- [Fl] P. FLORENSKIJ, *Il simbolo e la forma. Scritti di filosofia della scienza*, Bollati Boringhieri, Torino, 2007
- [FP] A. FERRARI – D. PIROVANO, *Dante e le stelle*, Salerno Editrice, Roma, 2015
- [Gal] G. GALILEI, *Due lezioni all'accademia fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante* (a cura di R. Pratesi), Sillabe, Livorno, 2010; vedi anche: A. Favaro (a cura di), *Le opere di Galileo Galilei*, Vol. IX, Barbera, Firenze, 1968
- [Ga2] G. GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, in: A. Favaro (a cura di), *Le opere di Galileo Galilei*, vol. VIII, Barbera, Firenze, 1966
- [Ga3] G. GALILEI, *Scritti letterari* (a cura di A. Chiari), Le Monnier, Firenze, 1943
- [Gar] A. GARBASSO, *La Divina Commedia nei commenti degli scienziati italiani*, G. C. Sansoni, Firenze, 1916, 34 pp.
- [Gh] F. GHIONE, *Due esempi di spazi triestesi illimitati e compatti*, in: M. Manaresi (a cura di), *Matematica e cultura in Europa*, Springer Italia, Milano, 2005, pp. 101-122
- [Gil1] S. GILSON, *Medieval science in Dante's Commedia: past approaches and future directions*, *Reading Medieval Studies* 27 (2001), pp. 39-77
- [Gil2] S. GILSON, *Reading Dante in Renaissance Italy. Florence, Venice and the 'Divine Poet'*, Cambridge, Cambridge University Press, 2018
- [Giz] C. GIZZI, *L'astronomia nel Poema Sacro*, Vol. II, Napoli, Loffredo, 1974
- [Go] G. GORNI, *Lettera Nome Numero. L'ordine delle cose in Dante*, il Mulino, Bologna, 1990
- [Hal] G. B. HALSTED, *The value of non-Euclidean Geometry*, *Popular Science Monthly* 67 (1905), pp. 639-646
- [Hardt] M. HARDT, *I numeri nella Divina Commedia*, Salerno Editrice, Roma, 2014
- [Hart] T.E. HART, *“Per misurar lo cerchio” (Par. XXXIII, 134) and Archimedes' De mensura circuli: Some Thoughts on Approximations to the Value of π* , in: P. Boyde – V. Russo (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995, pp. 265-335
- [Hei] J. L. HEILBRON, *Galileo. Scienziato e umanista*, Einaudi, Torino, 2013
- [Kl] C. KLETTKE (a cura di), *Dante visualizzato. Dante e Botticelli*, Cesati, Firenze, 2021
- [Le] B. LEVI, *La dimensionalità dello spazio*, *Esercitazioni Matematiche*, Pubblicazione del Circolo Matematico di Catania ad uso degli Studenti Universitari, I (1921), pp. 203-208. Ristampato in: B. Levi, *Opere* (1897-1926), volume secondo, Edizioni Cremonese, 1999, pp. 841-846
- [LL] J.-M. LÉVY-LEBLOND, *Galilée, de l'Enfer de Dante au purgatoire de la science*, *Philosophia Scientiae* 21-1 (2017), pp. 111-130
- [Ma] C. F. MANARA, *Blaise Pascal matematico*, *Rivista di Filosofia Neo-Scolastica* 87, 5 (1995), 531- 550
- [Man] O. MANDEL'STAM, *Discorso su Dante*, in: *Sulla poesia*, Bompiani, Milano, 2003, pp. 119-158
- [Mara] S. MARACCHIA, *Dante e la matematica*, *L'Alighieri: rassegna bibliografica dantesca* XX (1979), pp. 57-67; *Archimede* 4 (1979), pp. 195-208
- [Maro1] P. MAROSCIA, *Matematica e Poesia*, in: Michele Emmer (a cura di), *Matematica e Cultura 2008*, Springer, Milano, 2008, pp. 227-241
- [Maro2] P. MAROSCIA, *La similitudine nella poesia e nella matematica*, in: P. Maroscia – C. Toffalori – F. S. Tortoriello – G. Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra*

- matematica e letteratura, UTET De Agostini, Novara, 2018, pp. 3-60
- [Maro3] P. MAROSCIA, *Alla scoperta del non detto in matematica e in poesia*, in: P. Maroscia – C. Toffalori – F. S. Tortoriello – G. Vincenzi, *Letteratura e matematica. Spiragli di infinito*, UTET De Agostini, Novara, 2019, pp. 21-76
- [Maro4] P. MAROSCIA, *I numeri degli dèi e gli algoritmi degli uomini*, in: G. Chiodi e M. I. Macioti (a cura di), *Teocrazia e Tecnocrazia*, Guida Editori, Napoli, 2019, pp. 151-171
- [Mas] L. MASCHERONI, *La geometria del compasso* (a cura di G. Mirandola), Moretti&Vitali, Bergamo, 2000, vedi anche <http://mathematica.sns.it/opere/5/>
- [Maz] F. MAZZONI, *Dante “misuratore di mondi”*, in: P. Boyde – V. Russo (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995, pp. 25-53
- [MN] P. MAGNAGHI-DELFINO – T. NORANDO, *Size and Shape of Dante’s Purgatory*, *Journal of Astronomic History and Heritage*, 18 (2015), pp. 123-134
- [Mo] V. MONTI, *Poesie (1797-1893)*, a cura di Luca Frassinetti, Angelo Longo, Ravenna, 1998
- [MT] P. MAROSCIA – C. TOFFALORI, *Sulle tracce della matematica nella Commedia*, *Rivista di Studi Italiani* XXXIX n. 3 (2021), pp. 31-62
- [Na] V. NABOKOV, *Lezioni di letteratura*, Adelphi, Milano, 2018
- [Os] R. OSSERMAN, *Poesia dell’universo*, TEA, Milano, 1995
- [Pan] F. PANNARIA, *Dante e la scienza*, *Nuova Antologia* 108 (1973), pp. 247-261
- [Pas1] B. PASCAL, *Frammenti*, a cura di E. Balmas, Rizzoli, Milano, 1983
- [Pas2] B. PASCAL, *Lo spirito della geometria e altri scritti sul “metodo”*, Morcelliana, Brescia, 2017
- [Pat] H.-R. PATAPIEVICI, *Gli occhi di Beatrice. Com’era davvero il mondo di Dante?*, Bruno Mondadori, Milano, 2006
- [Pep] L. PEPE, *Mascheroni, matematico, poeta e cittadino*, *Bollettino Unione Matematica Italiana Serie 8*, Vol. 2-A – La Matematica nella Società e nella Cultura 2 (1999), pp. 145-158
- [Per] L. PERTILE, *Poesia e scienza nell’ultima immagine del Paradiso*, in: P. Boyde – V. Russo (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995, pp. 133-148
- [Pet1] M. A. PETERSON, *Dante and the 3-sphere*, *American Journal of Physics* 47 (1979), 1031-1035
- [Pet2] M. A. PETERSON, *Galileo’s discovery of the scaling laws*, *American Journal of Physics* 70 (2002), 575-580
- [Pet3] M. A. PETERSON, *The Geometry of Paradise*, *The Mathematical Intelligencer*, 30 (2008), 14-19
- [Pet4] M. A. PETERSON, *Galileo’s Muse: Renaissance Mathematics and the Arts*, Harvard University Press, Cambridge MA – London, 2011
- [Pra] R. PRATESI, *Comoedia Perennis – Tracce dantesche nella Storia della Scienza*, *Tesi di Dottorato in Discipline Umanistiche*, Curriculum di Storia della Scienza, Università di Pisa, 2016
- [Pri] Q. PRINCIPE (a cura di), *Botticelli. Quadri della Divina Commedia*, Jaca Book, Milano, 2021
- [Pro] PROFazio GIUDEO, *Almanach. Edizione del commento latino all’Almanacco utilizzato da Dante Alighieri di Giuseppe Boffitto e Camillo Melzi d’Eril*, Agorà & Co., Lugano, 2017
- [Ro] M. ROMANO, *“Per terremoto o per sostegno manco”: The Geology of Dante Alighieri’s Inferno*, *Ital. J. Geosci.* 135, n. 1 (2016), pp. 95-108
- [Ru] V. RUSSO, *Tecniche e forme della poesia dottrinale di Dante*, in: P. Boyde – V. Russo (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995, pp. 173-189
- [Ser] L. SERIANNI, *Parola di Dante*, il Mulino, Bologna, 2021
- [Sev] F. SEVERI, *Dante e la scienza dei suoi e dei nostri tempi*, in: *Il Trecento*, Libera Cattedra di Storia della Civiltà Fiorentina, Sansoni, Firenze, 1953, pp. 73-92
- [Sp] A. SPEISER, *Das Raumende und das Jenseits – Dante*, in: *Klassische Stücke der Mathematik*, Orell Füssli, Zürich-Leipzig, 1925, pp. 53-58
- [Sta] G. STABILE, *Dante e la filosofia della natura. Percezioni, linguaggi, cosmologie*, SISMEL – Edizioni del Galluzzo, Firenze, 2007
- [Tof1] C. TOFFALORI, *I numeri perfetti e Sant’Agostino*, *Archimede* LX, n. 2, 2008, pp. 75-83
- [Tof2] C. TOFFALORI, *Lo cielo del Sole: la Matematica e Dante*, in: P. Maroscia – C. Toffalori – F. S. Tortoriello – G. Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*, UTET De Agostini, Novara, 2018, pp. 183-225
- [Tr] R. TRUDEAU, *La rivoluzione non euclidea*, Bollati Boringhieri, Torino, 2004
- [TZ] G. TROMBETTI – G. ZOLLO, *Il geometra che tutto s’affige. Il Dante matematico della Divina Commedia*, *Atti Accademia Pontaniana* LXIV (2015), pp. 31-56
- [Vasa] G. VASARI, *Le vite dei più eccellenti architetti, pittori, et scultori italiani, da Cimabue insino a’ tempi nostri*, Einaudi, Torino, 2015
- [Vaso] C. VASOLI, *Dante, Alberto Magno e la scienza dei “peripatetici”*, in: P. Boyde – V. Russo (a cura di), *Dante e la Scienza*, Longo, Ravenna, 1995, pp. 55-70
- [Vel] A. VELLUTELLO, *La ‘Comedia’ di Dante Alighieri con la nova esposizione*, Salerno editrice, Roma, 2006
- [Ves1] V. VESPRI, *La geometria dell’universo dantesco*, in: P. Di Patre (a cura di), *Entre epigonos y autoinspeccion*. *Actas del II Congreso Andino de Estudios sobre Dante Alighieri*, 2020, pp. 127-156
- [Ves2] V. VESPRI, *Divagazioni scientifiche sul canto II del Paradiso*, *Dante*, XVII (2020), 133-145
- [Vi] P. E. VINASSA DE REGNY, *Dante e Pitagora. La rima segreta in Dante*, Guaraldi, Rimini, 2013
- [We] H. WEYL, *Il mondo aperto*, Bollati Boringhieri, Torino, 1981
- [Ze1] P. ZELLINI, *Numero e Logos*, Adelphi, Milano, 2010
- [Ze2] P. ZELLINI, *Continuo, discontinuo e infinito nel pensiero di Pavel Florenskij*, in: Paolo Maroscia, Carlo Toffalori, Francesco Saverio Tortoriello e Giovanni Vincenzi (a cura di), *Letteratura e matematica. Spiragli di infinito*, UTET De Agostini, Novara, 2019, pp. 163-196



Paolo Maroscia

*Paolo Maroscia, già professore ordinario di Geometria e Algebra presso la Sapienza Università di Roma, ha compiuto ricerche in Francia, negli Stati Uniti e in Canada e si è occupato soprattutto di problemi riguardanti la geometria algebrica e l'algebra commutativa. Ha fatto parte della Commissione Scientifica dell'UMI, della Commissione UMI-CIIM per l'Insegnamento della Matematica e del Comitato di Redazione della rivista "La matematica nella società e nella cultura". Ha curato l'edizione italiana del libro di M. F. Atiyah e I.G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, con l'aggiunta di un'Appendice (Feltrinelli, 1981), e del volume di M. Artin: *Algebra* (Bollati Boringhieri, 1997). Inoltre ha pubblicato i testi: *Introduzione alla Geometria e all'Algebra lineare* (Zanichelli, 2000) e *Geometria e Algebra lineare* (Zanichelli, 2002). Da molti anni è impegnato attivamente nel campo della formazione degli insegnanti e nel settore della divulgazione della matematica, e conduce inoltre studi e ricerche sui rapporti tra matematica e poesia. Dal 2015 al 2019 ha organizzato con Carlo Toffalori, Saverio Tortoriello e Gianni Vincenzi una serie di convegni, dedicati a insegnanti e studenti, proprio su matematica e letteratura. Gli atti di tali convegni sono stati pubblicati dalla UTET in tre volumi; i primi due, dal titolo rispettivamente: "Matematica e letteratura. Analogie e convergenze" e "Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura", fanno parte della Collana "Nuove Convergenze" curata dall'UMI e dalla CIIM.*



Carlo Toffalori

*Carlo Toffalori è professore ordinario di Logica Matematica presso l'Università di Camerino. Dal 2005 al 2017 è stato presidente dell'Associazione Italiana di Logica e sue Applicazioni. Dal 2012 al 2021 ha fatto parte della Commissione Scientifica dell'UMI e della CIIM. I suoi interessi di ricerca riguardano teoria dei modelli e algebra. Si occupa anche di divulgazione e comunicazione della matematica. Ha pubblicato vari libri, tra cui *Matematica, miracoli e paradossi* (con Stefano Leonesi, per Bruno Mondadori, 2007), *Il matematico in giallo* (Guanda, 2008), *L'aritmetica di Cupido. Matematica e letteratura* (Guanda, 2011), *Numeri in giallo* (Mimesis, 2012), *L'arte di uccidere i draghi. Le vie matematiche della morale* (ancora con Stefano Leonesi, per i Libri del Pristem), *Algoritmi* (il Mulino, 2015), *Logica a processo* (di nuovo con Stefano Leonesi, per FrancoAngeli), *Cantor. La teoria degli insiemi* (2017, Grandangolo Scienza) e finalmente, sempre per il Mulino, *L'equazione degli alef*, 2019. Con Stefano Leonesi ha poi pubblicato nel 2006 per Springer Italia *Un invito all'algebra e Numeri e Crittografia*. A proposito di matematica e letteratura, ha collaborato con Paolo Maroscia, Saverio Tortoriello e Gianni Vincenzi all'organizzazione della serie di convegni rivolti a insegnanti e studenti dal 2015 al 2019 e cura da qualche anno la rubrica di *Mateletteratura* di Prisma.*