Matematica, Cultura e Società

Rivista dell'Unione Matematica Italiana

Patrizia Longobardi, Mercede Maj

Omaggio a Guido Zappa

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **6** (2021), n.3, p. 241–258.

Unione Matematica Italiana

¡http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2021_1_6_3_241_0¿

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2021.

Matematica, Cultura e Società – Rivista dell'Unione Matematica Italiana
Serie I, Vol. 6, N. 3, dicembre 2021, 241-258

Omaggio a Guido Zappa

PATRIZIA LONGOBARDI
Università di Salerno
E-mail: plongobardi@unisa.it

MERCEDE MAJ
Università di Salerno
E-mail: mmaj@unisa.it

Guido Zappa
Napoli, 7/12/1915 – Firenze, 17/3/2015

"Addio a Guido Zappa, gigante napoletano della Matematica", così era intitolato l'articolo del quotidiano "Il Mattino" di Napoli, del 18 marzo 2015. Il Professor Zappa si era spento il giorno prima, a Firenze, all'età di 99 anni.

La formazione ed il Maestro

Nato a Napoli il 7 dicembre 1915, Zappa era nipote dell'astronomo Elia Millosevich. Era astronomo anche il padre Giovanni, morto quando il piccolo Guido aveva appena 8 anni. Dopo aver frequentato il liceo-ginnasio di Teramo, nel 1933 Zappa entrò nella Scuola Normale Superiore di Pisa. Frequentando il corso di "Teoria dei gruppi di sostituzioni e delle equazioni algebriche secondo Galois", tenuto dal professor Giovanni Ricci, nacque il suo interesse per la Teoria dei gruppi, disciplina in cui, come dichiarò in una bellissima intervista resa a Giorgio Patrizio nel 2005 (cfr. [26]), trovava grande armonia e precisione, che lo affascinavano. «Sento molta gratitudine per Ricci – dichiarò in [26] – se egli non avesse tenuto alla Normale il corso di Teoria dei gruppi, io non avrei seguito questo campo, e la fioritura di ricerche in questo ambito in Italia, verso la metà del Novecento ad opera mia e dei miei allievi, non ci sarebbe stata.»

Nel giugno del 1937 conseguì la laurea in Matematica a Pisa, discutendo una tesi in Teoria dei gruppi, con relatore il professor Francesco Cecioni. Dopo la laurea, dal 1937 al 1940, fu assistente presso la Facoltà di Scienze Statistiche dell'Università di Roma: le sue prime ricerche furono dunque di Statistica. Zappa però continuò a interessarsi di Teoria dei gruppi, i suoi primi lavori in quest'area sono del 1938. In questo periodo conobbe il professor Gaetano Scorza, che indirizzò la sua attenzione verso nuovi aspetti della teoria. Zappa fu profondamente colpito dalla figura di Scorza e, come ebbe a dichiarare in [26], dalla sua concezione della Matematica come regno dell'armonia. Nel 1940 Zappa fu assunto come assistente alla cattedra di Geometria presso l'Università di Roma da un altro grande matematico che ebbe forte influenza sulla sua formazione e sulla sua carriera, il professor Francesco Severi. Sotto la sua guida Zappa cominciò a lavorare in Geometria algebrica, un mondo affascinante ma «un po' insicuro», come egli stesso confessò in [26]. Dal 1940 Zappa lavorò sia in Geometria algebrica sia in Teoria dei gruppi, nel 1943 ottenne la libera docenza in Geometria e nel 1946, a poco più di 30 anni, vinse il concorso a cattedra e fu chiamato all'Università di Napoli.

Accettato: il 30 novembre 2021.

Guido Zappa a Napoli

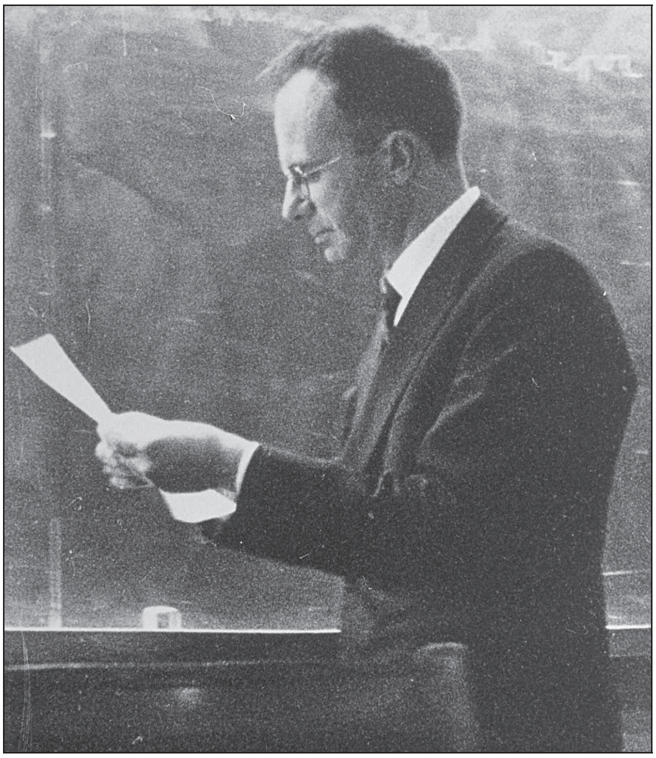
Rimase a Napoli fino al 1953, quindi solo sette anni, ma grandissima fu la sua influenza e la sua opera di proselitismo; tra i suoi allievi Rodolfo Permutti, con cui scrisse il testo “Gruppi, corpi, equazioni”, Giovanni Zacher e Mario Curzio, il nostro Maestro. Risale a questo periodo l’interesse di Zappa per il reticolo dei sottogruppi di un gruppo, argomento in cui anche i suoi allievi hanno ottenuto risultati di rilevanza internazionale.

Guido Zappa con Lucio Lombardo Radice e Renato Caccioppoli, Napoli, 1953

Nel 1953 fu chiamato presso l’Università di Firenze, prima come professore di Matematiche Complementari e poi di Algebra. Trascorse così a Firenze quasi tutta la sua brillante carriera di docente, ricercatore, direttore di ricerca, continuando a lavorare in Teoria dei gruppi e sulle Geometrie finite. Tra i suoi numerosi allievi, giunto a Firenze, ricordiamo Luigi Antonio Rosati e Adriano Barlotti che erano stati discepoli, rispettivamente, di Giovanni Sansone e Luigi Campedelli, e che furono indirizzati da Zappa nel settore della Geometria combinatoria. Successivamente si laurearono con Zappa Roberto Magari, Piero Mangani e Mario Servi che furono fondatori di una importante scuola di Logica matematica. Altri allievi di Zappa furono Gabriella Tani Corsi, Franco Migliorini, Valeria Fedri, Umberto Tiberio, Annamaria Pagliuca, Luigi Serena, Alessandro Scarselli, Sandra Tucci, Anna Luisa Gilotti, Brunetto Piochi, Francesco Brenti e poi Virgilio Pannone, Daniela Bubboloni e Silvio Dolfi. Anche Cesarina Marchionna Tibiletti, professoressa di Geometria presso l’Università di Milano, interessata alla Teoria dei gruppi, aveva preso contatto con Zappa e, seguendo suoi consigli, aveva pubblicato alcuni primi lavori su vari tipi di prodotto di gruppi.

Guido Zappa con Carlo Miranda, Taormina, 1953

Zappa fu un docente estremamente efficace. Ricordiamo con grande piacere il corso estivo SMI tenuto da lui e da Norman Blackburn a Cortona nell'agosto 1979, corso da noi seguito. Lo ricordiamo socchiudere gli occhi per concentrarsi e poi ricostruire e illustrare le dimostrazioni e i teoremi con l'entusiasmo ed il piacere di chi sembrava scoprirli per la prima volta.



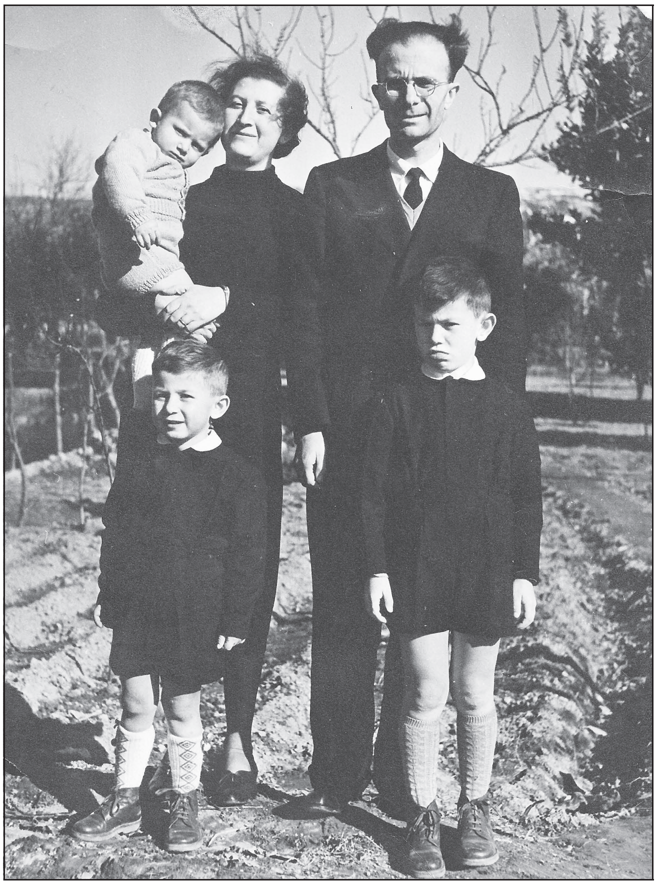
Guido Zappa
Autor: Konrad Jacobs.
Source: Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.

Guido Zappa

Nel 1986 venne nominato Professore fuori ruolo e nel 1991 collocato a riposo. Ma non smise di studiare, di fare ricerca, di partecipare a convegni. Come ebbe occasione di dire, molteplici erano i suoi interessi e le sue curiosità, ma riteneva doveroso continuare la sua attività di matematico. Orientò allora i suoi studi soprattutto verso la Storia della matematica dell'Ottocento e del Novecento, in particolare approfondendo l'opera di algebristi dell'epoca. Nel convegno che si tenne a Firenze il 9 dicembre 2005, per festeggiare i suoi 90 anni, non volle una cena sociale in suo onore, ma volle tenere una conferenza di Storia della matematica. Una scelta perfettamente coerente con il suo carattere serio, schivo, rigoroso. Ma non smise di interessarsi di Teoria dei gruppi; ricordiamo ancora con tenerezza la sua ultima conferenza sull'argomento, a quasi novant'anni, quando esordì con la seguente frase: «Io sono come un calciatore che ha militato in serie A, ed è arrivato anche in Nazionale, poi ha cominciato ad invecchiare, è stato venduto a una squadra di serie B, e ora gioca in serie C, ma continua a giocare con lo stesso entusiasmo», mostrando un aspetto ironico della sua personalità a noi sconosciuto, abituate alla sua riservatezza e al suo rigore. Ricordiamo ancora che per i suoi novant'anni come regalo volle una donazione per le Missioni, da consegnare per il tramite di uno dei suoi quattro figli, missionario. Zappa era profondamente religioso, fervente cristiano, iscritto alla Azione Cattolica e membro attivo nella FUCI (Federazione Universitaria Cattolica Italiana). Contribuì, insieme a personaggi quali Giorgio La Pira, Paolo Emilio Tavani, Aldo Moro, Giulio Andreotti ed altri alla stesura del Codice di Camaldoli (cfr. [1]). Questo codice fornì materiale importante di riflessione e di indirizzo al lavoro dei costituenti e quindi al testo stesso della Costituzione repubblicana, nonché influenzò i politici impegnati nella grande riforma degli anni cinquanta e sessanta del secolo scorso. Fu collaboratore della rivista "Studium", scrisse per la rivista "Coscienza del Movimento Ecclesiale di Impegno Culturale", meritandosi l'invito del Cardinale Piovanelli al Sinodo di Firenze aperto nel maggio 1988. Egli stesso, in [26], sottolineò il suo grande interesse per lo studio e la lettura della Bibbia e per i problemi filosofici. In tale quadro si inserivano la Matematica, che in [26] definì «un'opera d'arte, un grandioso edificio costruito dal pensiero umano», e la sua attrazione per la Teoria dei gruppi, in cui vedeva «un'armonia maggiore rispetto agli altri settori della Matematica».

Un altro aspetto della personalità di Zappa che desideriamo ricordare fu il suo grande amore per la famiglia: in primo luogo per la moglie, Giuseppina Casadio, anche lei matematica, con cui scrisse alcuni lavori di Storia della matematica e che, come Zappa ricordò sempre in [26], gli fu costantemente vicina nella sua attività di ricerca. E poi per i quattro figli, Giovanni, Paolo, Marco e Armando, cui dedicò il testo "Fondamenti di Teoria dei gruppi".

Si rimanda al bellissimo articolo [24] di Franco Migliorini e Luigi Serena per altre notizie sulla figura di Zappa.



Guido Zappa e la sua famiglia nel 1950

La produzione scientifica

Nella sua lunga carriera di matematico Zappa scrisse più di 120 articoli e 12 libri. I suoi articoli hanno come temi, come già ricordato, la Teoria dei gruppi, la Geometria algebrica, le Geometrie finite, la Storia della matematica.

Gli articoli di Teoria dei gruppi trattano svariati argomenti ancora oggi molto attuali e spaziano dalla Teoria dei gruppi finiti allo studio di alcune classi di gruppi infiniti, alla Teoria reticolare dei gruppi.

Gli articoli [Z3], [Z7], [Z10], [Z11], [Z32], [Z56] hanno per oggetto due interessanti sottoclassi della classe dei gruppi risolubili, quella dei gruppi policiclici e quella dei gruppi supersolubili. Un gruppo G viene detto *risolubile* se esiste una catena finita, una "serie",

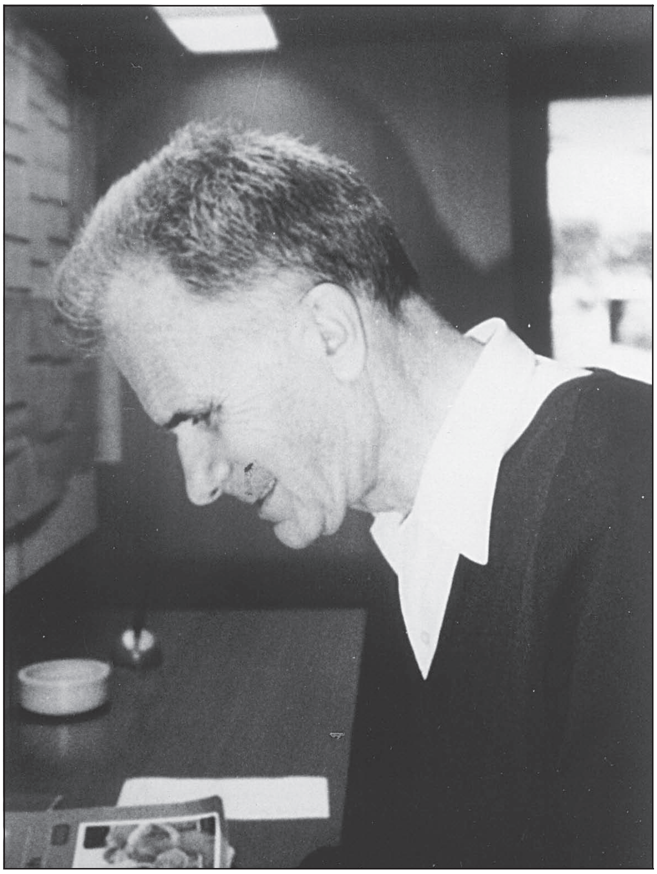
$$(\star)\ \{1\} = H_0 \trianglelefteq H_1 \trianglelefteq \cdots \trianglelefteq H_n = G$$

di sottogruppi, ciascuno normale nel successivo, i cui fattori, cioè i gruppi quoziente H_{i+1}/H_i, sono abeliani, per ogni $i \in \{0, \dots, n-1\}$. Se i quozienti H_{i+1}/H_i sono ciclici, per ogni $i \in \{0, \dots, n-1\}$, il gruppo viene detto *policiclico*. I gruppi policiclici sono esattamente i gruppi risolubili a condizione massimale sui sottogruppi, e vengono chiamati da Zappa gruppi di Hirsch, dal nome del matematico K.A. Hirsch che li introdusse e ne studiò per primo la teoria in una serie di articoli apparsi tra il 1938 e il 1954 ([10], [11], [12], [13], [14]). Se la serie $(\star)$ è *normale*, cioè ogni sottogruppo H_i è normale in G, ed i quozienti H_{i+1}/H_i sono ciclici, per ogni $i \in \{0, \dots, n-1\}$, il gruppo G viene detto *supersolubile*. Nell'articolo [Z7] compare il primo risultato di rilevanza internazionale del giovane Zappa. O. Ore, un noto algebrista americano, aveva ottenuto in [25] una caratterizzazione dei gruppi finiti supersolubili: un gruppo finito G è supersolubile se e solo, se per ogni divisore d dell'ordine di un sottogruppo H di G o di un quoziente G/N di G, esiste un sottogruppo di H, o, rispettivamente, di G/N, di ordine d. Zappa mostra in [Z7] che la condizione sui sottogruppi implica la condizione sui quozienti, pertanto un gruppo finito G è supersolubile se e solo se, per ogni sottogruppo H di G e per ogni divisore d dell'ordine di H, esiste in H un sottogruppo di ordine d.

In [Z10] e [Z11] sono contenuti due celebri, citatissimi, risultati di Zappa. Ogni gruppo policiclico ha una serie "debole" di composizione, cioè una serie $(\star)$ i cui fattori sono ciclici di ordine primo o ciclici infiniti, e anche una serie "debole" principale cioè una serie $(\star)$ normale a fattori abeliani, i cui fattori finiti sono normali minimali (e quindi abeliani elementari) e i cui fattori infiniti sono privi di sottogruppi G-invarianti di indice infinito (e dunque anche abeliani liberi). Una serie (una serie normale) di un gruppo policiclico viene detta una serie "forte" di composizione (una serie "forte" principale) se è una serie "debole" di composizione (principale) e se la lunghezza n della serie è minima per tale condizione. Zappa prova in [Z10] e [Z11] che, se G è supersolubile, allora serie forti di composizione (serie forti principali) hanno fattori isomorfi. Prova inoltre che se G è un gruppo supersolubile, allora G possiede una serie normale

$$\{1\} = H_0 \lhd H_1 \lhd \cdots \lhd H_n = G$$

in cui i fattori a partire da sinistra sono ciclici di ordini numeri primi dispari in ordine decrescente, ciclici infiniti, di ordine 2. In particolare in un gruppo supersolubile gli elementi di ordine dispari formano un sottogruppo. Più in generale è dimostrato in [Z32] un risultato valido nei gruppi policiclici: sia r il massimo numero di elementi linearmente indipendenti di un fattore infinito di una serie principale di un gruppo policiclico (ovviamente si ha $r = 1$ se G è supersolubile), allora se ogni fattore finito di una serie forte principale non è divisibile per nessun primo $\leq r + 1$, gli elementi periodici di G costituiscono un sottogruppo.



Guido Zappa
Autor: Konrad Jacobs.
Source: Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.

Negli articoli [Z53] e [Z56] viene studiata una tematica ancora oggi molto attuale. Un automorfismo α di un gruppo G viene detto *uniforme* se ogni elemento di G può essere scritto nella forma $[g, \alpha] = g^{-1}g^{\alpha}$, per un opportuno $g \in G$. Se G è finito, ovviamente un automorfismo α è uniforme se e solo se non ha punti fissi, e un celebre teorema di Thompson (cfr. [37]) assicura che se un gruppo finito G possiede un automorfismo di ordine primo, privo di punti fissi, allora G è nilpotente. In [Z56] è provato che se un gruppo policiclico G possiede un automorfismo uniforme di ordine un numero primo p, allora G è un gruppo nilpotente finito di ordine primo con p. Viene osservato inoltre che il gruppo diedrale infinito $G = \langle a, x \mid x^2 = 1, x^{-1}ax = a^{-1} \rangle$, che ovviamente non è nilpotente, possiede un automorfismo privo di punti fissi e di ordine 2, precisamente l'applicazione φ definita ponendo $\varphi(a) = a^{-1}, \varphi(x) = xa$. Sono note oggi interessanti estensioni del risultato di Zappa, dovute per esempio a D.J.S. Robinson (cfr. [27]), L. Kovacs (cfr. [16]) e, più recentemente, a E. Jabara (cfr. [20], [21]).

Sia G un gruppo e si denoti con $\mathcal{L}(G)$ l'insieme dei sottogruppi di G. È ben noto che $\mathcal{L}(G)$, ordinato per inclusione, è un reticolo, dove, se H, K sono sottogruppi di G, l'intersezione reticolare, il "meet"$H \wedge K$ è l'intersezione di H e K, e l'unione reticolare, il "join"$H \vee K = \langle H, K \rangle$ è il sottogruppo generato da H e K. L'origine dello studio della teoria dei reticoli dei sottogruppi di un gruppo risale al 1928, ad un lavoro di Ada Rottländer sulla corrispondenza di Galois tra un'estensione di campi ed il suo gruppo di Galois. Molti importanti studiosi di teoria dei gruppi si sono interessati all'argomento, per esempio R. Baer, L.E. Sadovskii, M. Suzuki. Anche Zappa ha intensamente lavorato in tale campo a partire dagli anni '40, e gli articoli [Z17], [Z18], [Z26], [Z28], [Z34], [Z36], [Z38], [Z39], [Z41], [Z42], [Z43], [Z44], [Z50], [Z51], [Z52], [Z53], [Z55], [Z71], [Z77] sono relativi a tale problematica. Sono tre le tematiche principalmente trattate. La prima è relativa agli elementi neutri nel reticolo dei sottogruppi. Un reticolo L è *distributivo* se in esso vale una (e quindi l'altra) delle due relazioni equivalenti

$$(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c),$$

per ogni $a, b, c \in L$,

$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c),$$

per ogni $a, b, c \in L$.

Un elemento a di un reticolo L è *neutro* in L se, per ogni $x, y \in L$, il sottoreticolo generato da a, x, y è distributivo. Si prova facilmente che ciò accade se e solo se valgono le seguenti tre proprietà:

(1) $a \vee (x \wedge y) = (a \vee x) \wedge (a \vee y)$, per ogni $x, y \in L$,

cioè l'applicazione $\varphi_a : x \in L \longmapsto a \vee x \in L$ è un omomorfismo,

(2) $a \wedge (x \vee y) = (a \wedge x) \vee (a \wedge y)$, per ogni $x, y \in L$,

cioè l'applicazione $\psi_a : x \in L \longmapsto a \wedge x \in L$ è un omomorfismo,

(3) da $a \vee x = a \vee y$ e $a \wedge x = a \wedge y$ segue $x = y$.

L'elemento a viene detto *"join-distributivo"* se soddisfa la (1), *"meet-distributivo"* se soddisfa la (2), *"standard"* se soddisfa la (1) e la (3). Nell'articolo [Z34] vengono caratterizzati gli elementi "join-distributivi" nel reticolo $\mathcal{L}(G)$ dei sottogruppi di un gruppo finito G, è provato che un sottogruppo N di G è "join-distributivo" nel reticolo $\mathcal{L}(G)$ se e solo se esistono sottogruppi L e K di G tali che valgono le seguenti proprietà: (a) $G = L \times K$ con $(|L|, |K|) = 1$, (b) $N = L \times (N \cap K)$ e $N \cap K \leq Z(G)$, (c) per ogni primo p che divide $|N \cap K|$ i p-sottogruppi di Sylow di G sono ciclici o quaternioni generalizzati. Utilizzando questa caratterizzazione, in [Z42] è dimostrato un risultato provato indipendentemente, nello stesso anno, anche da M. Suzuki in [36]: un sottogruppo N di un gruppo finito G è elemento neutro nel reticolo $\mathcal{L}(G)$ dei sottogruppi di G se e solo se esistono sottogruppi L, H e M di G tali che valgono le seguenti proprietà: (a) $G = L \times HM$, con M normale in G e $(|L|, |H|) = (|L|, |M|) = (|H|, |M|) = 1$, (b) $N = L \times (N \cap H)$ e $N \cap H \leq Z(G)$, (c) H è nilpotente con p-sottogruppi di Sylow ciclici o quaternioni generalizzati. Nell'articolo [Z38] vengono anche caratterizzati gli elementi "meet-distributivi" nel reticolo $\mathcal{L}(G)$ di un gruppo finito G, è provato che un sottogruppo N di un gruppo finito G è "meet-distributivo" in $\mathcal{L}(G)$ se e solo se esistono sottogruppi L, H e M di G tali che valgono le seguenti proprietà: (a) $G = LHM$, con M, L normali in G e $(|L|, |H|) = (|L|, |M|) = (|H|, |M|) = 1$, (b) $N = L \times (N \cap H)$ e $N \cap H \leq Z(HM)$, (c) H è nilpotente con p-sottogruppi di Sylow ciclici o quaternioni generalizzati, (d) per ogni sottogruppo di Sylow S di H, si ha $C_L(N \cap S) = C_L(S)$, (e) per ogni sottogruppo di Sylow S di H, ogni sottogruppo di L che è normalizzato da $N \cap S$ è normalizzato da S. Quaranta anni più tardi S. Stonehewer e G. Zacher in [31] hanno dimostrato in più che il sottogruppo $[L, H]$ è nilpotente. Il precedente risultato di Zappa è stato esteso da U. Tiberio [38], da Ivanov [18] e da S. Stonehewer e G. Zacher [31] ai gruppi localmente finiti. Ivanov in [19], e Stonehewer e Zacher in [32], [33], [34] hanno poi studiato gli elementi "meet-distributivi " nel reticolo dei sottogruppi di gruppi non periodici. Infine, nell'articolo [Z77], risolvendo un problema posto da G. Birkhoff in [4], Zappa prova che un sottogruppo N di un gruppo finito G è "standard" in $\mathcal{L}(G)$ se e solo se N è un sottogruppo normale di G e l'applicazione $X \in \mathcal{L}(G) \longmapsto N \vee X \in \mathcal{L}(G)$ è un omomorfismo.

Se G e $\overline{G}$ sono gruppi, un isomorfismo di $\mathcal{L}(G)$ in $\mathcal{L}(\bar{G})$ viene detto una *proiettività*. Una seconda interessante problematica studiata da Zappa è lo studio di proprietà gruppali che sono invarianti per proiettività, tali cioè che se G e $\bar{G}$ sono gruppi, G gode di una proprietà e φ è un isomorfismo tra il reticolo $\mathcal{L}(G)$ e il reticolo $\mathcal{L}(\bar{G})$, allora anche $\bar{G}$ gode di tale proprietà. Per esempio la proprietà di essere ciclico o la proprietà di essere finito sono invarianti per proiettività. In [Z39] viene provato che la proprietà di essere un gruppo risolubile finito è invariante per proiettività, dunque se G è un gruppo risolubile finito e φ una proiettività di G su un gruppo $\bar{G}$, allora anche $\bar{G}$ è un gruppo risolubile finito. Anche questo risultato era stato ottenuto indipendentemente, nello stesso anno, da M. Suzuki (cfr. [35]).

La terza problematica investigata da Zappa relativamente al reticolo dei sottogruppi di un gruppo G ha per oggetto un sottoreticolo di $\mathcal{L}(G)$, il reticolo $\mathcal{R}(G)$ dei sottogruppi di composizione di G. Un sottogruppo H di un gruppo G viene detto *subnormale* in G se esiste una serie

$$H = H_0 \trianglelefteq H_1 \trianglelefteq \cdots \trianglelefteq H_n = G,$$

viene detto un sottogruppo di *composizione* di G se esiste una serie

$$H = H_0 \trianglelefteq H_1 \trianglelefteq \cdots \trianglelefteq H_n = G$$

in cui i fattori H_{i+1}/H_i sono gruppi semplici. è noto che i sottogruppi subnormali di G non costituiscono sempre un sottoreticolo di $\mathcal{L}(G)$, mentre ciò accade per l'insieme $\mathcal{R}(G)$ dei sottogruppi di composizione di G. Ovviamente, se G è un gruppo finito, i sottogruppi subnormali sono esattamente i sottogruppi di composizione, pertanto $\mathcal{R}(G)$ conicide con l'insieme dei sottogruppi subnormali di G. Nell'articolo [Z50] Zappa prova che il reticolo dei sottogruppi di composizione di un gruppo risolubile finito è distributivo se e solo se ogni sottogruppo di Sylow di G è ciclico. Nell'articolo [Z51] vengono infine caratterizzati i gruppi finiti in cui il reticolo $\mathcal{R}(G)$ è modulare, dove un reticolo L viene detto *modulare* se, per ogni $x, y, z \in L$, vale la legge modulare, cioè da $x \leq z$ segue $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge z$.

Molti interessanti risultati ottenuti da Zappa sono relativi alla teoria di Sylow, alla teoria di Hall e a teoremi di spezzamento, e sono contenuti negli articoli [Z46], [Z58], [Z60], [Z62], [Z64], [Z67], [Z85] e [Z86].

Se p è un numero primo che divide l'ordine di un gruppo finito G, un *p-sottogruppo di Sylow* di G è un sottogruppo che ha ordine la massima potenza di p che divide $|G|$. I teoremi di Sylow affermano che se p è un numero primo che divide l'ordine di un gruppo finito G, allora esiste un p-sottogruppo di Sylow di G, i p-sottogruppi di Sylow di G sono coniugati e ogni sottogruppo di G di ordine una potenza di p è sempre contenuto in un p-sottogruppo di Sylow. P. Hall nel periodo tra le due guerre mondiali ha generalizzato questo risultato nel caso in cui G sia un gruppo risolubile finito, provando che se $|G| = mn$ con m e n primi tra loro, allora G ha almeno un sottogruppo di ordine m, i sottogruppi di ordine m sono coniugati e ogni sottogruppo di G il cui ordine divida m è contenuto in un sottogruppo di ordine m. Se $|G| = mn$, $(m, n) = 1$, e π è l'insieme dei primi che dividono m, un sottogruppo di G di ordine m viene anche detto un *π-sottogruppo di Hall* di G. I teoremi di Hall sono stati parzialmente estesi in molte direzioni; in tale ambito si colloca il risultato di H. Wielandt che in [40] prova che se G è un gruppo finito, H un suo sottogruppo di Hall nilpotente e K un sottogruppo di G avente ordine che divide $|H|$, allora K è contenuto in un coniugato di H; tale risultato non vale se si assume solo H risolubile. In [Z46] Zappa prova un interessante risultato, che egli stesso ricorda con piacere in [26]: se H e K sono nelle condizioni precedenti e sono supersolubili, o più in generale posseggono una torre di Sylow, allora K è contenuto in un coniugato di H. Qui un gruppo G di ordine $p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$, con i p_i primi, $p_1 > p_2 > \cdots > p_n$, possiede *torre di Sylow* se esiste un sottogruppo normale di ordine $p_1^{\alpha_1}$, e, per ogni i tale che $1 < i \leq n$, esiste un sottogruppo normale di G di ordine $p_1^{\alpha_1} \cdots p_i^{\alpha_i}$. Un gruppo supersolubile finito possiede torre di Sylow, come lo stesso Zappa ritrova in [Z3].

Sia p un numero primo; si deve a R. Kochendörffer uno dei tanti criteri che assicurano l'esistenza di un *p-complemento normale* di un gruppo finito G, cioè di un sottogruppo normale H di indice potenza di p e di ordine primo con p, e dunque tale che, per ogni p-sottogruppo di Sylow P di G, si abbia $G = HP$ con $P \cap H = \{1\}$. Kochendörffer aveva introdotto in [15] il concetto di trasversale privilegiato, dove un trasversale T di un sottogruppo H è detto *privilegiato* se $T = g^{-1}Tg$ per ogni $g \in G$, e aveva mostrato che se G è un gruppo finito e P un suo p-sottogruppo di Sylow con classe di nilpotenza al più 2, e P ammette un trasversale privilegiato, allora P ha un complemento normale. In [Z58] Zappa migliora tale risultato e lo estende ai π-sottogruppi di Hall di un gruppo finito. Mostra infatti che se G è un gruppo finito e H un suo π-sottogruppo dotato di torre di Sylow (in particolare supersolubile), allora se H ammette un trasversale privilegiato, esiste in G un complemento normale di H. Migliorando un risultato apparso in [Z62], Zappa prova in [Z64] che se G è un gruppo finito, H un suo π-sottogruppo di Hall risolubile e tale che ogni π-sottogruppo di G è contenuto in un coniugato di H, allora se H ammette un trasversale privilegiato, H ha in G un complemento normale.

In [23] D.H. McLain introduce la definizione seguente: un gruppo finito G viene detto un *A_1-gruppo* se, comunque scelti $H \leq G$ e un divisore m dell'ordine di G che sia multiplo di $|H|$, esiste un sottogruppo di G di ordine m contenente H. La determinazione degli A_1-gruppi finiti si riconduce al caso $|G| = p^\alpha q^\beta$, $(p > q$ primi), e gruppi di un tale ordine posseggono un sottogruppo normale G_p di ordine p^α. In [Z60] Zappa determina tra l'altro gli A_1-gruppi di ordine $p^\alpha q^\beta$ nel caso in cui G_p sia nilpotente di classe al più 2.

Negli anni '60 si hanno notevoli progressi nello studio dei gruppi finiti risolubili. Nel 1961, nel lavoro [6], R. Carter prova che in un gruppo finito risolubile esistono sottogruppi nilpotenti che si autonormalizzano e che tali sottogruppi sono coniugati. Questi sottogruppi vengono detti i *sottogruppi di Carter* di G.

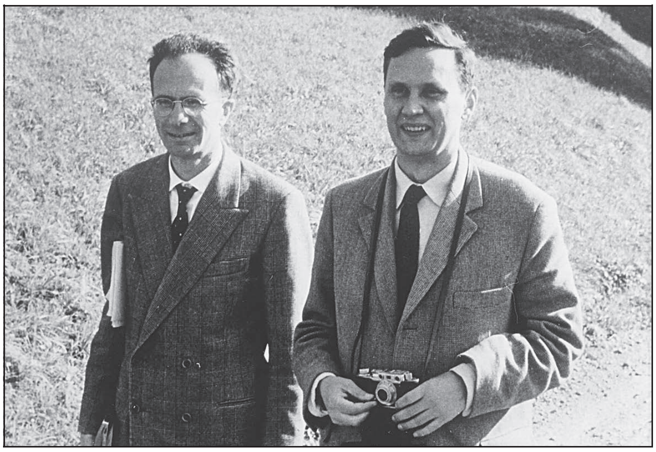
Un'elegante generalizzazione dei sottogruppi di Sylow, di Hall e di Carter è dovuta a Gaschütz che, nel 1962, nel celebre articolo [8], introduce il concetto di *formazione*: una classe di gruppi tale che, se G appartiene alla classe e N è un sottogruppo normale di G, allora G/N appartiene alla classe, e se G/N_1, G/N_2 sono nella classe, lo è anche il gruppo $G/(N_1 \cap N_2)$. Per esempio sono formazioni la classe dei gruppi abeliani, la classe dei gruppi nilpotenti, la classe dei gruppi risolubili, quella dei p-gruppi, dove p è un numero primo. Una formazione $\mathcal{H}$ di gruppi finiti è detta *saturata* se, supposto $G/\Phi(G) \in \mathcal{H}$, allora anche $G \in \mathcal{H}$, dove $\Phi(G)$ rappresenta il sottogruppo di Frattini di G, cioè l'intersezione di tutti i sottogruppi massimali di G. I gruppi abeliani finiti non sono una formazione saturata mentre gli altri tre esempi di classi nel caso dei gruppi finiti sono saturate. In un gruppo finito vengono definiti particolari sottogruppi appartenenti a una formazione $\mathcal{H}$, detti $\mathcal{H}$-proiettori e viene provato che se $\mathcal{H}$ è una formazione saturata e se G è un gruppo finito risolubile, allora esistono in G $\mathcal{H}$-proiettori e questi sono tra loro coniugati.

Duale del concetto di formazione è il concetto di *classe di Fitting*, introdotto da B. Fischer, W. Gaschütz, B. Hartley nel 1967: una classe $\mathcal{F}$ di gruppi tale che un sottogruppo normale di un gruppo in $\mathcal{F}$ appartiene a $\mathcal{F}$ e il prodotto di due sottogruppi normali in $\mathcal{F}$ appartiene a $\mathcal{F}$. Per esempio, la classe dei gruppi nilpotenti è una classe di Fitting.

Se G è un gruppo finito e $\mathcal{F}$ è una classe di Fitting, l'insieme dei sottogruppi normali di G appartenenti a $\mathcal{F}$, ordinato per inclusione, ammette massimo, chiamato l'*$\mathcal{F}$-radicale* di G. Una classe di Fitting di gruppi finiti risolubili è detta *normale* se, per ogni gruppo finito risolubile G, l'$\mathcal{F}$-radicale è massimale nell'insieme dei sottogruppi di G appartenenti a $\mathcal{F}$. Nei lavori [Z89] e [Z92] vengono illustrati procedimenti per costruire classi di Fitting e classi di Fitting normali. Nel lavoro [Z93] vengono caratterizzate le classi di Fitting normali di gruppi finiti risolubili. è provato che una classe di Fitting di gruppi finiti risolubili è normale se e solo se verifica la proprietà

(α): per ogni gruppo finito risolubile G, si ha $M \in \mathcal{F}$, se M è un sottogruppo di G che verifica le seguenti tre condizioni: (i) $G = HM$ con H sottogruppo $\mathcal{F}$-massimale di G, M sottogruppo normale massimale di G, e $M \cap H$ normale in G; (ii) $(H/M \cap H)$ non centralizza $(M/M \cap H)$; (iii) per ogni sottogruppo normale N di G con $M \cap N \leq N < M$, $(H/M \cap H)$ centralizza $(N/M \cap H)$.

All'epoca non c'erano molte occasione di scambi tra i matematici, eppure Zappa riesce ad interessarsi e a dare importanti contributi in tutte le problematiche studiate all'epoca a livello internazionale. Ne sono esempi i prossimi tre argomenti trattati.



Guido Zappa e Jeno Szép
Autor: Konrad Jacobs.
Source: Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.

Negli articoli [Z15], [Z76] e [Z79] vengono considerati prodotti di sottogruppi, argomento ancora oggi molto studiato. Si assuma che il gruppo G contenga sottogruppi A e B tali che $G = AB$ e $A \cap B = \{1\}$. Allora ogni elemento di G può essere scritto in unico modo nella forma ab, con $a \in A$, $b \in B$ e nella forma $b'a'$, con $a' \in A$, $b' \in B$. Pertanto sono univocamente individuati, per ogni $a \in A$, $b \in B$ elementi $a_b \in A$, $b_a \in B$ tali che $ab = b_a a_b$. Per ogni $b \in B$, $a \in A$ le applicazioni $S_b : a \in A \longmapsto a_b \in A$ e $S_a : b \in B \longmapsto b_a \in B$ sono biettive, e in [Z15] viene provato che valgono le condizioni seguenti: (i) $a_{bb'} = (a_b)_{b'}$, (ii) $(aa')_b = a_{b_{a'}} a'_b$, (iii) $(b_a)_{a'} = b_{a'a}$, (iv) $(bb')_a = b_a b'_{a_b}$, per ogni $a, a' \in A$, $b, b' \in B$. Viceversa, dati due gruppi A e B e, per ogni $b \in B, a \in A$, delle permutazioni S_b di A, S_a di B, tali che, per ogni $a \in A, b \in B$, posto $S_b(a) = a_b$, $S_a(b) = b_a$, valgono $(i), (ii), (iii), (iv)$, allora esiste un gruppo G tale che $G = AB$, $A \cap B = \{1\}$, $ab = b_a a_b$. Un tale gruppo G viene a volte anche detto il *prodotto esterno di Zappa-Szép* dei gruppi A e B.

Negli articoli [Z76] e [Z79] con J. Szép vengono studiati i gruppi trifattorizzabili, cioè i gruppi prodotti di tre sottogruppi coniugati. Viene provato in primo luogo che ciò accade se e solo se esistono un sottogruppo H di G e un elemento $a \in G$ tali che $G = H(a^{-1}Ha)H$. È poi dimostrato che se H è un sottogruppo di Hall di G, allora $H = N_G(H)$, e se in più H è abeliano allora H possiede un complemento normale in G. Vengono infine caratterizzate le trifattorizzazioni massimali di un gruppo finito risolubile.

Nell'articolo [Z65] Zappa fornisce il suo contributo ad un problema posto da Hughes. Se G è un gruppo e p è un numero primo, la *congettura di Hughes* afferma che, posto $H_p(G) = \langle x^p \mid x \in G \rangle$, si ha $H_p = G$ o $H_p = \{1\}$ o H_p di indice p in G. Zappa mostra in [Z65] che la congettura è vera se G è un p-gruppo finito con classe di nilpotenza $\leq p$. Successivamente G.E. Wall prova in [39] che la congettura è falsa, costruendo un gruppo finito di esponente 25 tale che $|G : H_5(G)| = 25$. Tale tema è ancora oggi di interesse per i legami con le partizioni di cui scriveremo più avanti.

Se W è un insieme di parole su un alfabeto numerabile $x_1, x_2, \ldots$, la *varietà individuata da W* è la classe dei gruppi G tali che $w(g_1, g_2, \ldots) = 1$, per ogni $w \in W$, $g_i \in G$. Un celebre teorema di G. Birkhoff, Kogalovskiĭ e Šain afferma che una classe di gruppi è una varietà se e solo se è chiusa per sottogruppi, per quozienti e per prodotti sottodiretti di suoi elementi. Se $\mathcal{A}$ è una classe di gruppi, la *varietà generata* da $\mathcal{A}$ è la classe dei gruppi che si possono ottenere come sottogruppi, quozienti e prodotti sottodiretti di gruppi in $\mathcal{A}$. Considerata la varietà generata da una classe di gruppi, un interessante problema è quello di determinare un insieme di leggi che individuino tale varietà. Naturalmente una stessa varietà può essere individuata da insiemi diversi di leggi; particolarmente interessante è il caso in cui si può trovare un insieme finito di leggi che individuano la varietà. Problematiche di questo tipo vengono studiate da Zappa nei lavori [Z80], [Z82], [Z83], [Z84], [Z87]. Nell'articolo [Z80] vengono individuati due insiemi di leggi, di cui uno finito, che individuano la varietà dei gruppi supersolubili di fissato esponente finito. è determinato poi un insieme finito di leggi che individua la varietà dei gruppi supersolubili, di esponente finito e con i sottogruppi di Sylow di classe limitata. Negli articoli [Z83]. [Z84], [Z87] sono provati risultati simili per alcune altre classi di gruppi risolubili finiti. Vengono determinati infatti un numero finito di leggi che individua la varietà generata dai gruppi finiti di esponente limitato dispari e a fattori di ordine primo o quadrato di primo, e un numero finito di leggi che determina la varietà generata dai gruppi a derivato nilpotente di esponente divisore di un fissato intero n e in cui, per ogni primo p_i che divide n, l'ordine dei fattori principali, quando è potenza di p_i, è della forma p_i^s, con s divisore di un intero assegnato $e(p_i) \geq 0$ dipendente da p_i.

Gli articoli [Z12], [Z13], [Z20]-[Z25], [Z27], [Z29]-[Z31], [Z33], [Z35, [Z49] sono di Geometria algebrica, per una descrizione si rimanda alla conferenza tenuta da Gherardelli nel corso del convegno dedicato a Zappa che si tenne a Firenze nel 1986 ([8]). Desideriamo solo citare la nota [Z29], molto apprezzata e ricordata dallo stesso Zappa nell'intervista [26], in cui viene fornito un esempio di superficie algebrica dotata di un sistema continuo completo di curve algebriche tale che la serie caratteristica sopra la curva generica del sistema risulti incompleta. La Nota fa luce su un problema, quello della completezza della serie caratteristica, importante ai fini di svincolare la teoria delle superfici algebriche da ogni ricorso a metodi trascendenti.

Dal 1954, anno del suo trasferimento a Firenze, Zappa comincia ad interessarsi di Geometria combinatoria. I lavori [Z45], [Z47], [Z48], [Z54], [Z57], [Z59], [Z61], [Z63], [Z68], [Z69], [Z81], [Z95] sono sull'argomento e per una descrizione fatta da specialisti si rimanda alla conferenza tenuta da A. Barlotti e L.A. Rosati durante il convegno dedicato a Zappa del 1986 ([2]).

I lavori di Zappa in Geometria combinatoria hanno spesso un'impostazione prevalentemente gruppale. Viceversa, motivazioni di carattere geometrico/combinatorico sono a volte alla base di lavori di Zappa di Teoria dei gruppi. È il caso dei lavori sulle S-partizioni, indicati con [Z72], [Z73], [Z74], [Z75], [Z78], [Z81], [Z90], [Z96] nella bibliografia. Se G è un gruppo e S un sottogruppo di G, una *S-partizione* di G è un insieme Π di sottogruppi di G tale che ogni $g \in G \setminus S$ appartiene a uno e un solo dei prodotti HS $(H \in \Pi)$. Per $S = \{1\}$ si ottengono le usuali partizioni di un gruppo. Una S-partizione è detta *banale* se al più un $H \in \Pi$ non è incluso in S. Una S-partizione è *stretta* se $S \leq H$ per ogni $H \in \Pi$, *di Hall* se ogni $H \in \Pi$ è un sottogruppo di Hall. Un primo risultato sulle S-partizioni è nel lavoro [Z72]: se S è un sottogruppo di Hall di un gruppo finito G e G ha una S partizione di Hall non banale, allora S è normale in G e Π induce un'ordinaria partizione non banale nel gruppo quoziente G/S.

Guido Zappa e Adriano Barlotti
Autor: Konrad Jacobs.
Source: Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.

La determinazione delle S-partizioni strette di un gruppo G si riconduce facilmente al caso in cui $coreS = \cap_{g \in G} g^{-1}Sg = \{1\}$. Infatti, posto $N = coreS$, si ha $core(S/N) = \{1\}$, e un insieme Π di sottogruppi di G contenenti S è una S-partizione stretta di G se e solo se l'insieme dei sottogruppi H/N con $H \in \Pi$ è una S/N partizione stretta di G/N. Il problema della caratterizzazione dei gruppi finiti che ammettono una partizione è stato risolto, per gruppi che non sono p-gruppi, da R. Baer, O. Kegel, M. Suzuki (si veda [30] per una panoramica sull'argomento). Il caso p-gruppo è collegato invece con la congettura di Hughes richiamata in precedenza. Nel caso di S-partizioni Zappa prova, in [Z73] per gruppi finiti, e in [Z96] più in generale per gruppi localmente finiti, il seguente teorema. Siano G un gruppo localmente finito, S un suo sottogruppo con $coreS = \{1\}$. Allora G ammette una S-partizione stretta non banale se e solo se valgono le seguenti proprietà: (i) $G = SN$, con N p-sottogruppo di Sylow normale non banale di G (p primo), (ii) $S \cap S^g = \{1\}$, per ogni $g \in N \setminus \{1\}$, (iii) N ammette una partizione non banale Σ, (iv) N ha esponente p oppure il suo sottogruppo di Hughes $H_p(N)$ ha indice $\geq p^2$, (v) $S \leq N_G(K)$, per ogni $K \in \Sigma$. Ogni S-partizione non banale di G è allora costituita dai prodotti SY, al variare di Y in una partizione non banale Σ di N soddisfacente la (v). Una S-partizione Π di G è detta *regolare* se, per ogni $H \in \Pi$ e $g \in G$, si ha $g^{-1}Hg \in \Pi$, è detta *di scissione* se esiste un sottogruppo N normale in G tale che $G = NS$, $N \cap S = \{1\}$ e $\{N \cap H \mid H \in \Pi\}$ è una partizione ordinaria di N. Il principale risultato relativo a questo tipo di S-partizioni è provato da Zappa in [Z90]: siano G un gruppo risolubile finito, S un suo p-sottogruppo di Sylow tale che $coreS = \{1\}$, Π una S-partizione regolare e di Hall di G. Se $(|H|, |S|) = 1$ per ogni $H \in \Pi$, allora Π è una S-partizione di scissione.

Relativamente alle partizioni dei gruppi si ricorda infine l'articolo [Z116], del 2003, sul volume speciale dell'Illinois Journal dedicato a R. Baer.

Un'accurata descrizione dei lavori di Zappa fino al 1986 è contenuta nelle conferenze tenute da Mario Curzio e Giovanni Zacher nel corso del convegno dedicato a Zappa del 1986 ([7] e [41]).

Gli articoli di Storia della matematica

Negli ultimi anni della sua carriera Zappa dedica la sua ricerca alla Storia della matematica. Il suo interesse principale resta sempre però la Teoria dei gruppi e i suoi sviluppi nei secoli. Nell'articolo [Z100], scritto in collaborazione con la moglie Giuseppina Casadio, viene raccontata la storia del Teorema di Sylow e delle sue dimostrazioni. Come già ricordato, il Teorema di Sylow, provato nel 1872 dal matematico norvegese Peter Ludwig Sylow, afferma che per ogni gruppo finito G e per ogni primo p che divide $|G|$ esiste un sottogruppo P di G

di ordine la massima potenza di p che divide l'ordine di $|G|$. Zappa in [Z100], dopo avere illustrato la dimostrazione originale del teorema, descrive le tante diverse dimostrazioni esistenti, raggruppandole in tre sottoinsiemi: (a) le dimostrazioni basate sul corrispondente teorema per gruppi di permutazioni, tra le quali ricorda quella di E. Netto nel 1878 e quella di G. Frobenius nel 1887; (b) le dimostrazioni basate sull' equazione delle classi di coniugio in un gruppo, tra queste ricorda la dimostrazione di G. Frobenius del 1884, spesso presente nei libri di testo, e quella di W. Burnside del 1893; (c) le dimostrazioni in cui si fa uso delle azioni di gruppi, tra cui quelle di A. Capelli del 1878, di G.A. Miller del 1915 e la celebre di H. Wielandt del 1959, che è quella riportata dalla maggior parte dei testi moderni di Teoria dei gruppi. Una menzione particolare merita la dimostrazione di Capelli, un matematico italiano di cui parleremo tra poco, sostanzialmente basata su un'azione del gruppo finito G su un insieme di suoi sottoinsiemi che ha cardinalità prima con p, esattamente la stessa idea della dimostrazione di Wielandt più di 80 anni dopo. Molto interessante è l'osservazione fatta da Zappa nell'articolo: il teorema di Sylow è uno dei passaggi chiave dalla teoria dei gruppi di permutazioni alla teoria astratta dei gruppi.

Nell'articolo [113], sempre in collaborazione con Casadio, viene raccontata la storia dei p-gruppi finiti dall'origine al 1919. Se p è un numero primo, un *p-gruppo* finito è un gruppo di ordine potenza di p.

Guido Zappa con la moglie Giuseppina Casadio, 1994

La Teoria dei p-gruppi finiti ha origine nei due lavori pubblicati da A. Cauchy nel 1845 e nel 1846 sui Comptes Rendues, lavori in cui prova l'esistenza di un p-sottogruppo di Sylow nei gruppi simmetrici finiti. Zappa divide in due periodi l'arco di tempo che sta considerando; il primo periodo va dal 1845 al 1900 e in questo periodo vengono provati i teoremi di Sylow, sono caratterizzati i gruppi nilpotenti finiti come gruppi finiti prodotti diretti dei propri sottogruppi di Sylow, viene investigata la struttura dei gruppi di ordine p^n, per $p > 3$ e $n \leq 5$ e vengono provati altri teoremi meno generali. La maggior parte di tali risultati, dovuti per lo più a L. Sylow, A. Capelli, G. Frobenius, E. Netto, A. Cayley, G.A. Miller, W. Burnside e G. Bagnera, sono riportati nel classico testo di Teoria dei gruppi di Burnside [5]. Nel secondo periodo, dal 1900 al 1915, ci si concentra su particolari classi di p-gruppi e sono ottenuti risultati meno generali; Zappa cita in particolare i contributi di Miller, W.B. Fite e Burnside. La nota termina con l'interessante osservazione che non ci sono poi più stati contributi generali alla teoria dei p-gruppi finiti fino alla pubblicazione, nel 1933, del lavoro [9] di Philip Hall. La teoria dei p-gruppi finiti ha poi avuto molti interessanti sviluppi in svariate direzioni, si rimanda per esempio ai testi [22], [3].

Negli articoli [101] e [102] sono illustrati i contributi alla Teoria dei gruppi da parte di due celebri matematici, Gaetano Scorza e Alfredo Capelli. Gaetano Scorza, nato nel 1876, morto nel 1939, ha scritto otto lavori in Teoria dei gruppi, dei quali il più famoso è probabilmente quello in cui studia i gruppi unione di un numero finito di sottogruppi, numero che, come è ben noto non può essere 2. Scorza caratterizza tra l'altro i gruppi unione di 3 sottogruppi. La Teoria dei gruppi non è stata però il principale campo di ricerca di Scorza, infatti Zappa illustra in ulteriori due lavori, [Z119] e [Z120], altri celebri risultati di Scorza, tra cui quelli sulle matrici di Riemann e sulle funzioni abeliane.

Alfredo Capelli (1855-1910) è stato autore di 80 pubblicazioni, di cui solo 2 riguardano la Teoria dei gruppi. Si è già parlato della dimostrazione di Capelli del Teorema di Sylow; nella nota [Z102] Zappa illustra altri importanti risultati di Capelli sui gruppi nilpotenti, sulle serie di composizione, sul sottogruppo di Frattini. Ricorda tra l'altro che Capelli fu il primo a dimostrare quello che in teoria dei gruppi è noto come Argomento di Frattini. Anche l'articolo [Z98] è dedicato alla storia della Teoria dei gruppi fino al 1939, ed in esso è messo in risalto il contributo di matematici italiani, da J.L. Lagrange e G. Frattini a M. Cipolla e G. Scorza.

La survey [Z107] è dedicata ai gruppi infiniti. Zappa mostra come nello sviluppo storico della Teoria dei gruppi ci sia stato un graduale passaggio da un interesse esclusivo per i gruppi finiti a una visione più ampia in cui i gruppi infiniti svolgono un ruolo rilevante. Zappa ripercorre la storia della Teoria dei gruppi dalle origini alla fine della seconda guerra mondiale, momento in cui la Teoria dei gruppi infiniti aveva solide basi ed era in rapido sviluppo. Il primo trattato in cui viene sviluppata la Teoria dei gruppi astratta senza distinzione tra finito e infinito è un testo in russo, del 1916, dovuto a O. Ju. Schmidt e pubblicato a Kiev [29]. Bisogna aspettare il 1937 per avere un altro testo di Teoria dei gruppi non limitato ai gruppi finiti, il testo di H. Zassenhaus [41]. Zappa ricorda infine il libro di A. Kurosh del 1944, pubblicato in russo, poi tradotto in tedesco nel 1953 e poi in inglese nel 1956 (cfr [17]), in cui compaiono tutti i risultati noti all'epoca nella Teoria dei gruppi infiniti, con due capitoli dedicati ai gruppi abeliani e uno ai gruppi liberi e ai prodotti liberi. Zappa afferma che con tale testo nasce la Teoria dei gruppi infiniti contemporanea. Una teoria che ha avuto uno sviluppo rapidissimo, basti pensare ai moltissimi risultati contenuti nel classico testo [28] di D.J.S. Robinson in due volumi sui gruppi infiniti. La survey termina con un bellissimo tributo a due matematici pionieri nella Teoria dei gruppi infiniti, Reinhold Baer e Alexander Kurosh. Come racconta Zappa, il primo, nato in Germania, è stato professore in Germania, Gran Bretagna, America, Svizzera, dunque praticamente cittadino del mondo, il secondo invece è nato e vissuto permanentemente in quella che si chiamava Unione Sovietica. Zappa ricorda «di averli conosciuti personalmente entrambi e fortemente apprezzati per la grandezza del loro genio matematico e per la profondità delle loro qualità umane».

Il lavoro [Z88] poi è un tributo a Francesco Cecioni, nato nel 1884, morto nel 1968, uno dei primi studiosi italiani di Teoria dei gruppi finiti e della Teoria delle algebre su di un campo, relatore della tesi di laurea di Zappa.

Negli articoli [Z103] e [Z104] viene descritta l'attività matematica di Francesco Faà di Bruno, nato ad Alessandria nel 1825 e morto a Torino nel 1888, studioso di geometria e soprattutto grande divulgatore di argomenti e risultati matematici. Faà di Bruno, beatificato nel 1988 da papa Giovanni Paolo II, è considerato uno dei cosiddetti Santi Sociali torinesi, un gruppo di torinesi religiosi e laici vissuti tra il XIX e il XX secolo che si dedicarono ad attività di beneficenza e sociali a Torino.

Molto interessante è l'articolo [Z111] in cui Zappa presenta i suoi ricordi sull'atteggiamento dei matematici al tempo del fascismo. Ricorda che a causa delle leggi razziali furono allontanati dall'Istituto Matematico di Roma due insigni professori ebrei, Federigo Enriques e Tullio Levi Civita. Ricorda poi che Lucio Lombardo Radice fu arrestato perché appartenente al movimento comunista clandestino. Fa capire che molti eminenti matematici, almeno ufficialmente, approvarono il regime fascista e anche le leggi razziali. Ricorda però soprattutto il comportamento di alcuni matematici, come Ugo Amaldi o Renato Caccioppoli, che mostrarono apertamente la loro opposizione al regime. Durante l'occupazione di Roma da parte dei tedeschi, la maggior parte dei matematici fu contraria alla Repubblica di Salò e quelli più esposti si nascosero in vario modo. Zappa ricorda con ammirazione Carlo Viola, in seguito professore di Analisi Matematica, che ospitò a casa sua Guido Castelnuovo, e Attilio Fraiese, cultore di Storia della matematica, che tenne presso di sé il suo maestro Federigo Enriques.

Gli articoli [Z96], [Z108], [Z112], [Z117] e [Z119] sono dedicati alla storia dell'Algebra e della Geometria nell'Ottocento e nella prima metà del Novecento. Tra i tanti aspetti interessanti questi lavori hanno avuto il grande merito di farci conoscere figure di illustri matematici, come Francesco Cecioni, Giovanni Sansone, Luigi Campedelli, Arturo Maroni, Giuseppe Gherardelli, Giovan Battista Guccia.

Zappa ha poi scritto 12 tra libri e monografie.

Il testo [LZ1], "Reticoli e geometrie finite", è una raccolta di lezioni sulla teoria dei reticoli, raccolte dal suo allievo Giovanni Zacher, che diventerà uno dei massimi esperti mondiali di tale teoria. Il libro [LZ2], "La matematica, oggi", è il suo primo scritto divulgativo di Storia della matematica, cui seguiranno, come già ricordato, tanti altri contributi sull'argomento. In esso Zappa disegna un quadro storico della matema-tica dall'età antica al 900.

[LZ3], [LZ4] e [LZ5] sono raccolte di dispense di Geometria e avevano uno scopo essenzialmente didattico. Gli altri testi riguardano l'Algebra e miravano anche a far conoscere in Italia aspetti di questa disciplina ancora poco noti all'epoca.

Il testo [LZ6], "Gruppi, corpi, equazioni", scritto in collaborazione con un altro allievo, Rodolfo Permutti, contiene una chiara e accurata descrizione di elementi di Teoria dei gruppi, di Teoria dei campi e della Teoria di Galois delle equazioni. All'inizio era solo una raccolta di di-spense, ma poi fu stampato prima da Liguori e successivamente dalla Feltrinelli, e rappresentò una grande novità in un'epoca in cui l'Algebra non era ancora un insegnamento istituzionale. In [26], con la sua consueta umiltà, Zappa ne parla così: «Esso fece una certa fortuna visto che in Italia era un po' una novità nel suo genere». In realtà intere generazioni hanno imparato la Teoria dei campi e la Teoria di Galois studiando sul "mitico" Zappa-Permutti.

«Molto più impegno – riconosce lo stesso Zappa in [26] – mi costò la preparazione del trattato in due volumi "Fondamenti di Teoria dei gruppi"» (cfr. [LZ7] e [LZ8]). I due volumi costituiscono infatti un'opera di ampio respiro, pregevole, chiara e completa. Si tratta di uno dei pochi testi di Teoria dei gruppi in italiano di quegli anni, sicuramente all'altezza di celebri trattati internazionali, quali [5], [17], [41]. Il testo era molto aggiornato per l'epoca, basti pensare che nel volume II comparivano risultati apparsi dopo la pubblicazione del volume I. Ancora oggi "Fondamenti di Teoria dei gruppi" rappresenta una lettura utile e piacevole per chi si occupa di Algebra e, in particolare, di Teoria dei gruppi.

Il volumetto [LZ9], "Topics in finite soluble groups", riproduce le lezioni tenute a Cortona in un corso S.M.I., corso che abbiamo avuto il grande piacere di seguire, e con noi tutti i giovani gruppisti della nostra genera-zione. In esso vengono illustrati risultati classici della teoria dei gruppi risolubili, come i teoremi di Carter e la teoria delle formazioni, di cui si è già parlato. Viene poi illustrata una dimostrazione elementare (cioè che non fa uso della teoria dei caratteri come l'originale) del teorema di Burnside sulla risolubilità di un gruppo finito di ordine prodotto di potenze di due primi, dimostrazione dovuta a Bender e non pubblicata all'epoca.

Infine [LZ10], [LZ11] e [LZ12] sono ristampe delle opere di Cipolla, di Bagnera e di Guccia, curate per iniziativa del Circolo Matematico di Palermo, in collaborazione con G. Zacher le prime due e con A. Barlotti e F. Bartolozzi la terza.

Conclusioni

Zappa è stato anche un grande Direttore di ricerca, Maestro del nostro Maestro e di tanti altri che abbiamo già citato. Ecco come descrive in [26] il suo metodo, con la solita chiarezza e semplicità: «Quando si affida un tema di ricerca a un principiante, il maestro deve, in genere, trovare lui stesso la soluzione e poi fornire all'allievo le indicazioni necessarie affinché egli possa percorrere la stessa strada. L'allievo via via matura e gli aiuti da parte del maestro progressivamente diminuiscono. A un certo momento egli è in condizioni di procedere per proprio conto, e non ha più bisogno di suggerimenti.»

Desideriamo concludere sottolineando ancora due aspetti della figura di Zappa. In primo luogo la sua curiosità, che lo rendeva giovane e moderno anche a più di novant'anni. Ecco come parla in [26] della crittografia, scienza antichissima, ma che vede recenti applicazioni della Teoria dei gruppi: «Negli ultimi 50 anni ho visto accrescersi notevolmente le applicazioni dell'Algebra specialmente nel settore informatico. A un certo punto ho scoperto la Teoria dei codici . . . . Ho letto vari trattati di tale teoria e ho tenuto diversi corsi su tale soggetto. Avrei voluto anche tentare di effettuare ricerche in tale ambito, ma poi ho desistito. La teoria era ormai molto avanzata, ed era difficile raggiungere in breve le posizioni di frontiera.»

Il secondo aspetto è l'umiltà, di cui si è già parlato e che solo un grande come lui poteva possedere. Ecco come descrive in [26] la sua carriera didattica e scientifica: «Ho cercato di svolgere con impegno e coscienza i corsi di insegnamento che mi sono stati affidati . . . . Non sono in grado di pronunciarmi sul valore dei miei risultati scientifici. Ho lavorato seriamente, ma non vi è nulla di sensazionale.»

Siamo sicure di aver dimostrato il contrario!

Speriamo con questa nota di essere riuscite nel nostro intento, che, come dice il titolo, era quello di rendere omaggio a questa grande figura di Professore, Scienziato, Maestro e Uomo, che tanto ha insegnato anche a noi e alla nostra generazione, e che può ancora insegnare tanto alle nuove generazioni sia da un punto di vista scientifico che da un punto di vista umano.

BIBLIOGRAFIA

[1] AA. VV., *Il Codice di Camaldoli*, introduzione di Savino Pezzotta, Edizione lavoro Roma, 2005.

[2] A. Barlotti, L.A. Rosati, Guido Zappa e la geometria combinatorica, Atti del Convegno Internazionale di Teoria dei Gruppi e Geometria Combinatoria, Firenze 23-25, 1986, in onore di Guido Zappa, *Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl.*, serie II, **19** (1988), 9-18.

[3] Y. Berkovich, Z. Janko, *Groups of prime power order*, vols. 1-6, De Gruyter, Berlin, 2009-2018.

[4] G. Birkhoff, *Lattice theory*, third edition, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1967.

[5] W. Burnside, *Theory of groups of finite order*, Cambridge University Press, Cambridge, 1897.

[6] R.W. Carter, Nilpotent self-normalizing subgroups of soluble groups, *Math. Z.*, **75** (1961), 136-139.

[7] M. Curzio, Guido Zappa e la teoria dei gruppi, Atti del Convegno Internazionale di Teoria dei Gruppi e Geometria Combinatoria, Firenze 23-25, 1986, in onore di Guido Zappa, *Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl.*, serie II, **19** (1988), 19-34.

[8] F. Gherardelli, I contributi di Zappa alla geometria algebrica, Atti del Convegno Internazionale di Teoria dei Gruppi e Geometria Combinatoria, Firenze 23-25, 1986, in onore di Guido Zappa, *Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl.*, serie II, **19** (1988), 35-38.

[9] P. Hall, A Contribution to the Theory of Groups of Prime-Power Order, *Proc. London Math. Soc.*, (2) **36** (1933), 29-95.

[10] K.A. Hirsch, On infinite soluble groups I, *Proc. London Math. Soc.*, (2) **44** (1938), 53-60.

[11] K.A. Hirsch, On infinite soluble groups II, *Proc. London Math. Soc.*, (2) **44** (1938), 336-344.

[12] K.A. Hirsch, On infinite soluble groups III, *Proc. London Math. Soc.*, (2) **49** (1946), 184-194.

[13] K.A. Hirsch, On infinite soluble groups IV, *J. London Math. Soc.*, **27** (1952), 81-85.

[14] K.A. Hirsch, On infinite soluble groups V, *J. London Math. Soc.*, **29** (1954), 250-251.

[15] R. Kochendörffer, Ein Satz über Sylowgruppen, *Math. Nachr.*, **17** (1959), 189-194.

[16] L.G. Kovacs, Groups with uniform automorphisms, Atti del Convegno Internazionale di Teoria dei Gruppi e Geometria Combinatoria, Firenze 23-25,1986, in onore di Guido Zappa, *Rend. Circ. Mat. Palermo (2) Suppl.*, serie II, **19** (1988), 125-133.

[17] A.G. Kurosh, *The theory of groups*, 2nd edition, Chelsea Publishing Company, New York, 1953.

[18] S.G. Ivanov, Standard and dually standard elements of the subgroup lattice of a group, *Algebra i Logica*, **8** (1969), 440-446.

[19] S.G. Ivanov, L-homomorphisms of locally soluble torsion-free groups, *Mat. Zametki*, (5) **37** (1985), 627-635.

[20] E. Jabara, Gruppi Policiclici Dotati di un Automorfismo Uniforme di Ordine *pq*, *Rend. Circ. Mat. Palermo*, (3) **54** (2005), 367-380.

[21] E. Jabara, Sugli automorfismi uniformi e privi di coincidenze dei gruppi infiniti, *Boll. Un. Mat. Ital. B*, (2) **10** (2007), 501-510.

[22] C.R. Leedham-Green, S. McKay, *The structure of groups of prime power*, Oxford University Press, Oxford, 2002.

[23] D.H. McLain, The existence of subgroups of given order in a finite group, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, **53** (1957), 278-285.

[24] F. Migliorini, L. Serena, Ricordo di Guido Zappa, *Rend. Acc. Sci. Fis. Mat. Napoli*, **LXXXIII** (2016), 1-13.

[25] O. Ore, Contribution to the theory of groups of finite order, *Duke Math. J.*, **5** (1939), 431-460.

[26] G. Patrizio, Intervista a Guido Zappa, *Boll. Un. Mat. Ital*, serie 8, **8-A** La Matematica nella Società e nella Cultura, (2005), 241-260.

[27] D.J.S. Robinson, A theorem on finitely generated hyperabelian groups, *Invent. Math.*, **10** (1970), 38-43.

[28] D.J.S. Robinson, *Finiteness Conditions and Generalized Soluble Groups*, Parts 1-2, Springer, 1972.

[29] O.Ju. Schmidt, *Abstract Theory of Groups*, W.H. Freeman and Co., 1966 (Translation by F. Holling and J.B. Roberts of the 1916 Russian edition).

[30] R. Schmidt, *Subgroup Lattices of Groups*, de Gruyter Exp. Math., **14**, de Gruyter, Berlin, New York, 1994.

[31] S. Stonehewer, G. Zacher, Dual-standard subgroups of finite and locally finite groups, *Manuscripta Math.*, **70** (1991), 115-132.

[32] S. Stonehewer, G. Zacher, Lattice homomorphisms of non-periodic groups, *J. Algebra*, **138** (1991), 48-90.

[33] S. Stonehewer, G. Zacher, Lattice homomorphisms of groups and dual standard subgroups, *Rend. Circ. Mat. Palermo (2)*, **23**(1990), 289-297.

[34] S. Stonehewer, G. Zacher, Dual standard subgroups in non-periodic locally soluble groups, *Accad. Naz. Lincei*, **9** (1990), 101-104.

[35] M. Suzuki, On the lattice of subgroups of finite groups, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **70** (1951), 345-71.

[36] M. Suzuki, On the L-homomorphisms of finite groups, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **70** (1951), 372-386.

[37] J.G. Thompson, Finite groups with fixed-point-free automorphisms of prime order, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, **45** (1959), 578-581.

[38] U. Tiberio, Sottogruppi duali standard nel reticolo dei sottogruppi di un gruppo localmente finito e numerabile, *Matematiche (Catania)*, **24** (1969), 416-428.

[39] G.E. Wall, On Hughes' H_p-problem, *Proc. Int. Conf. Theory of groups, Camberra*, (1965), Gordon and Breach, New York, (1967), 357-362.

[40] WI H. WIELANDT, Zum Satz von Sylow, *Math. Z.*, **60** (1954), 407-408.

[41] H. ZASSENHAUS, *Lehrbuch der Gruppentheorie*, Bd.1, **21**, Hamburg. Math. Einzelschriften, B.G. Teubner, 1937.

[42] G. ZACHER, Conoscenze attuali relative ad alcuni aspetti del reticolo dei sottogruppi di un gruppo, Atti del Convegno Internazionale di Teoria dei Gruppi e Geometria Combinatoria, Firenze 23-25, 1986, in onore di Guido Zappa, *Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, serie II, **19** (1988), 39-60.

Articoli di Guido Zappa

[Z1] Un criterio di non semplicità per i gruppi finiti, *Rend. Sem. Mat. Roma*, **2** (1938), 173-176.

[Z2] Un teorema sui gruppi semplici, *Rend. Sem. Mat. Roma*, **2** (1938), 245-252.

[Z3] Sui gruppi supersolubili, *Rend. Sem. Mat. Roma*, **2** (1938), 323-330.

[Z4] Sulla non-semplicità di alcuni gruppi di ordine pari, *Rend. Sem. Mat. Roma*, **3** (1939), 54-56.

[Z5] Sull'ampliamento degli automorfismi, *Rend. Sem. Mat. Roma*, **3** (1939), 133-138.

[Z6] Sui gruppi risolubili di ordine dispari, *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa*, (2) **9** (1940), 147-161.

[Z7] Remark on a recent paper of O. Ore, *Duke Math. J.*, **6** (1940), 511-512.

[Z8] Sulla risolubilità di taluni gruppi finiti, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (2) **3** (1940), 19-27.

[Z9] Sulla relazione tra il rango e il tipo di un gruppo, *Atti Accad. Italia. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat.*, (7) **2** (1941), 574-585.

[Z10] Sui gruppi di Hirsch supersolubili, I, *Rend. Semin. Mat. Univ. Padova*, **12** (1941), 1-11.

[Z11] Sui gruppi di Hirsch supersolubili, II, *Rend. Semin. Mat. Univ. Padova*, **12** (1941), 62-80.

[Z12] Sugli ipergruppi di corrispondenze ad indici limitati sopra una curva algebrica, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4) **20** (1941), 291-312.

[Z13] Sulla degenerazione delle superficie algebriche in sistemi di piani distinti, con applicazione allo studio delle rigate, *Atti Accad. Italia. Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat.*, **13** (1942), 989-1021.

[Z14] Sulle direttrici di grado virtuale minimo d'una rigata algebrica di genere $p > 0$, *Atti Accad. Italia. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat.*, (7) **3** (1942), 725-732.

[Z15] Sulla costruzione dei gruppi prodotto di due dati sottogruppi permutabili tra loro, *Atti Secondo Congresso Un. Mat. Ital. Bologna*, (1940), 119-125, Ed. Cremonese Roma, 1942.

[Z16] Sulla risolubilità di taluni gruppi finiti, II, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (2) **4** (1942), 16-25.

[Z17] Gruppi quasi-abeliani, *Pont. Acad. Sci.*, Acta **6** (1942), 249-267.

[Z18] Sui gruppi quasi-abeliani con elementi aperiodici, *Pont. Acad. Sci.*, Acta **6** (1942), 295-302.

[Z19] Miglioramento della diseguaglianza tra il rango e il tipo di un gruppo finito *Rend. Semin. Mat. Univ. Padova*, **13** (1942), 36-40.

[Z20] Caratterizzazione della curva di diramazione delle rigate e spezzamento di queste in sistemi di piani *Rend. Semin. Mat. Univ. Padova*, **13** (1942), 41-56.

[Z21] Sopra una nuova dimostrazione di un teorema di Picard, *Atti Accad. Italia. Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat.*, **14** (1943), 67-72.

[Z22] Sulle involuzioni di una varietà algebrica ad r dimensioni dotate di al più ∞^{r-2} punti di coincidenza, *Boll. Unione Mat. Ital*, (2) **5** (1943), 10-13.

[Z23] Sull'esistenza di curve algebricamente non isolate, a serie caratteristica non completa, sopra una rigata algebrica, *Pont. Acad. Sci.*, Acta **7** (1943), 1-4.

[Z24] Su alcuni contributi alla conoscenza della struttura topologica delle superficie algebriche, dati dal metodo dello spezzamento in sistemi di piani, *Pont. Acad. Sci.*, Acta **7** (1943), 4-8.

[Z25] Applicazione della teoria delle matrici di Veblen e di Poincaré allo studio delle superficie spezzate in sistemi di piani, *Pont. Acad. Sci.*, Acta **7** (1943), 21-25.

[Z26] Caratterizzazione dei gruppi di Dedekind finiti, *Pont. Acad. Sci.*, Acta 8 (1944), 443-460.

[Z27] Sul gruppo fondamentale delle curve di diramazione delle superficie algebriche suscettibili di spezzarsi in sistemi di piani, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4) **24** (1945), 139-151.

[Z28] Sul comportamento degli elementi periodici in un gruppo di Dedekind, *Comm. Math. Helv.*, **18** (1945), 42-44.

[Z29] Sull'esistenza, sopra le superficie algebriche, di sistemi continui completi infiniti, la cui curva generica è a serie caratteristica incompleta, *Pont. Acad. Sci.*, Acta **9** (1945), 91-93.

[Z30] Invarianti numerici d'una superficie algebrica e deduzione della formula di Picard-Alexander col metodo dello spezzamento in piani, *Rend. Mat. Appl.*, (5) **5** (1947), 121-130.

[Z31] Sui sistemi continui di curve sopra una rigata algebrica, *Giorn. Mat. Battaglini*, (4) **77** (1947), 172-183.

[Z32] Sui sottogruppi finiti dei gruppi di Hirsch, *Giorn. Mat. Battaglini*, (4) **78** (1948), 56-70.

[Z33] Alla ricerca di nuovi significati topologici dei generi aritmetico e geometrico di una superficie algebrica, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4) **30** (1949), 123-146.

[Z34] Sulla condizione perché un omomorfismo ordinario sia anche un omomorfismo strutturale, *Giorn. Mat. Battaglini*, (4) **78** (1949), 182-192.

[Z35] Sul limite di una serie lineare di una curva irriducibile tendente a una riducibile, *Ist. Lomb. Sci. Lett. Rend. Cl. Sci. Mat. Nat.*, (3) **13** (1949), 35-54.

[Z36] Determinazione dei gruppi finiti in isomorfismo strutturale con un gruppo ciclico, *Rend. Semin. Mat. Univ. Padova*, **18** (1949), 140-162.

[Z37] Sulle p-catene dei gruppi p-risolubili, *Giorn. Mat. Battaglini*, (4) **79** (1950), 121-126.

[Z38] Sulla condizione perché un emitropismo inferiore tipico tra due gruppi sia un omotropismo, *Giorn. Mat. Battaglini*, (4) **80** (1951), 80-101.

[Z39] Sulla risolubilità dei gruppi finiti in isomorfismo reticolare con un gruppo risolubile, *Giorn. Mat. Battaglini*, (4) **80** (1951), 213-225.

[Z40] Sui gruppi p-supersolubili, *Rend. Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli*, (4) **17** (1951), 328-339.

[Z41] Sugli omomorfismi del reticolo dei sottogruppi di un gruppo finito, *Ricerche Mat.*, **1** (1952), 78-106.

[Z42] Determinazione degli elementi neutri nel reticolo dei sottogruppi di un gruppo finito, *Rend. Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli*, (4) **18** (1951), 22-28.

[Z43] La teoria dei reticoli e le sue applicazioni a vari rami della matematica, *Atti IV Congresso UMI Taormina*, (1951), 167-185, Casa editrice Perrella, Roma, 1953.

[Z44] La teoria dei reticoli e le sue applicazioni, *Rend. Semin. Mat. Univ. Politec. Torino*, **12** (1953), 5-19.

[Z45] Sui piani grafici $(h-1)$-transitivi, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (3) **9** (1954), 18-24.

[Z46] Sopra un'estensione di Wielandt del teorema di Sylow, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (3) **9** (1954), 349-353.

[Z47] Sui piani grafici finiti transitivi e quasi-transitivi, *Ricerche Mat.*, **2** (1954), 274-278.

[Z48] Sulle omologie dei piani $(h-l)$-transitivi e dei piani sui quasicorpi, *Ricerche Mat.*, **3** (1954), 35-39.

[Z49] Sopra una probabile diseguaglianza tra i caratteri invariantivi di una superficie algebrica, *Rend. Mat. Appl.*, (5) **14** (1955), 455-464.

[Z50] Sui gruppi finiti risolubili per cui il reticolo dei sottogruppi di composizione è distributivo, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (3) **11** (1956), 150-157.

[Z51] Sui gruppi finiti per cui il reticolo dei sottogruppi di composizione è modulare, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (3) **11** (1956), 315-318.

[Z52] Questioni relative al reticolo dei sottogruppi di un gruppo: conoscenze attuali e problemi aperti, *Convegno italo-francese di algebra astratta, Padova*, (1956), 49-58, Ed. Cremonese, Roma 1957.

[Z53] Sugli automorfismi privi di coincidenze dei gruppi finiti, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (3) **12** (1957), 154-163.

[Z54] Sui gruppi di collineazioni nei piani di Hughes, *Boll. Unione Mat. Ital.*, (3) **12** (1957), 507-516.

[Z55] Uno sguardo di assieme alle attuali conoscenze sulla struttura del reticolo dei sottogruppi di un gruppo, *Matematiche (Catania)*, **11** (1957), 101-104.

[Z56] Sugli automorfismi uniformi nei gruppi di Hirsch, *Ricerche Mat.*, **7** (1958), 3-13.

[Z57] Il punto di vista gruppale nello studio dei piani grafici finiti, *Conv. Internaz.: Reticoli e geometrie proiettive, Palermo, Messina*, (1957), 63-71, Ed. Cremonese, Roma, 1958.

[Z58] Generalizzazione di un teorema di Kochendörffer, *Matematiche (Catania)*, **13** (1958), 61-64.

[Z59] Piani affini finiti con traslazioni, *Ricerche Mat.*, **7** (1958), 241-253.

[Z60] Su una classe di gruppi finiti introdotta da McLain, *Illinois J. Math.*, **3** (1959), 307-318.

[Z61] Piani grafici, *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano*, **28** (1959), 78-86.

[Z62] Sull'esistenza di sottogruppi normali di Hall in un gruppo finito, *Acta Sci. Math. (Szeged)*, **21** (1960), 224-228.

[Z63] Piani grafici a caratteristica 3, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4) **49** (1960), 157-166.

[Z64] Sur les systèmes distingués de représentants et sur les compléments normaux des sous-groupes de Hall, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.*, **13** (1962), 227-230.

[Z65] Contributo allo studio del problema di Hughes sui gruppi, *Ann. Mat. Pura Appl.*, (4) **57** (1962), 211-219.

[Z66] Un problema sui laterali dei sottogruppi di Sylow di un gruppo finito, *Arch. Math.*, **13** (1962), 169-173.

[Z67] Recenti progressi della teoria dei gruppi finiti risolubili, *Conf. Sem. Mat. Univ. Bari*, **73** (1962).

[Z68] Sugli spazi generali quasi di traslazione, *Matematiche (Catania)*, **19** (1964), 127-143.

[Z69] Sui piani quasi di traslazione secondo Lingenberg, *Rend. Mat. Appl.*, (5) **23** (1964), 124-127.

[Z70] Anelli di Lie e gruppi nilpotenti, *Conv. Internaz.: Reticoli e geometrie proiettive, Palermo, Messina*, (1957), 63-71, Ed. Cremonese, Roma, 1958.

[Z71] Recenti risultati sul reticolo dei sottogruppi subnormali di un gruppo, *Sem. 1962/63 Anal. Alg. Geom. e Topol.*, **2**, Ist. Naz. Alta Mat., 441-448, Ed. Cremonese, Roma, 1965.

[Z72] Sulle S-partizioni di Hall di un gruppo finito, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (8) **38** (1965), 775-779.

[Z73] Sulle S-partizioni di un gruppo finito, *Ann. Mat. Pura Appl.*, **4** (1966), 1-14.

[Z74] Sulle S-partizioni semiristrette di Hall nei gruppi finiti metanilpotenti, *Matematiche (Catania)*, **22** (1967), 375-382.

[Z75] Sur les S-partitions de Hall dans les groupes finis, *Proc. Int. Conf. Theory of Groups, Camberra 1965*, 395-397, Gordon and Breach Sci. Publ., New York, London, Paris, 1967.

[Z76] (con J. Szép), Sui gruppi trifattorizzabili, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (8) **45** (1968), 113-116.

[Z77] Risoluzione del problema 61 di Birkhoff 1967, *Period. Mat.*, (4) **46** (1968), 395-398.

[Z78] Partizioni ed S-partizioni dei gruppi finiti, *Symposia Mathematica Ist. Naz. Alta Mat. Roma 1967/68*, **1**, 85-94, Acad. Press, London, 1969.

[Z79] (con J. Szép), Über dreifaktorisierbare Gruppen. I, *Acta Sci. Math. (Szeged)*, **31** (1970), 173-178.

[Z80] Su alcune varietà generate da gruppi supersolubili, *Matematiche (Catania)*, **25** (1971), 182-191.

[Z81] Gli spazi generali r-transitivi e le S-partizioni dei gruppi, *Atti Convegno Geom. Comb. e Appl., Perugia*, (1970), 427-429, Ist. Mat. Perugia, 1971.

[Z82] Sulla varietà generata da certi gruppi risolubili, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (8) **50** (1971), 642-645.

[Z83] Sul certe varietà di gruppi di esponente limitato *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (8) **51** (1972), 287-292.

[Z84] Sulla varietà generata da certi gruppi finiti a derivato nilpotente, *Matematiche (Catania)*, **26** (1972), 201-205.

[Z85] (con J. Szép), Generalizzazione di un teorema di Gaschütz sui sylowizzatori *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (8) **55** (1973), 167-171.

[Z86] (con J. Szép), A generalization of Gaschütz's theorem on Sylowizers, *Acta Sci. Math. (Szeged)*, **37** (1973), 161-164.

[Z87] (con B. Piochi), Sulle leggi di alcune varietà generate da gruppi finiti risolubili, *Matematiche (Catania)*, **29** (1974), 42-53.

[Z88] Francesco Cecioni, *Boll. Unione Mat. Ital,*, (4) **10** (1974), 741-743.

[Z89] Su certe classi di Fitting normali, *Boll. Unione Mat. Ital,*, (4), **11** (3) (1975), 525-530, suppl. dedicato a Giovanni Sansone nel suo ottantacinquesimo compleanno.

[Z90] Partizioni generalizzate nei gruppi, *Coll. Intern. Geom. Comb. Roma*, (1973),Tomo II, 433-437, Atti Conv. Lincei Roma 1976.

[Z91] Su certe varietà generate da gruppi risolubili, *Symposia Mathematica Ist. Naz. Alta Mat. Roma*, **17**, 201-205, Acad. Press, London, 1976.

[Z92] Sulla costruzione di classi di Fitting, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur*, (8) **62** (1977), 725-727.

[Z93] Un'osservazione sulle classi di Fitting normali, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur*, (8) **70** (1981), 1-5.

[Z94] On the normal classes of finite soluble groups, *Studia Sci. Math. Hungar.*, **16** (1981), 175-179.

[Z95] Applicazioni della teoria dei gruppi finiti alle strutture di incidenza, *Symposia Mathematica Ist. Naz. Alta Mat. Roma*, **28** (1983), 37-43, Acad. Press, London, 1986.

[Z96] La scuola matematica di Francesco Severi intorno al 1940, *Riv. Mat. Univ. Parma*, (4) **10** (1984), special vol. 10*, 11-14.

[Z97] Sulle S-partizioni strette nei gruppi localmente finiti, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (8) **78** (1985), 129-132.

[Z98] Il contributo italiano alla teoria dei gruppi dalle origini al 1939, *Atti Conv. I Centenario Circolo Mat. Palermo*, (2) 8 (1985), 205-215.

[Z99] Normal Fitting classes of groups and generalizations, Algebra – Some current trends (Varna, 1986), *Lecture Notes in Math.*, **1352**, 219-226, Springer, Berlin, 1988.

[Z100] (con G. Casadio), Storia del teorema di Sylow e delle sue dimostrazioni, *Boll. Stor. Sci. Mat.*, **10** (1990), 29-75.

[Z101] I contributi di Gaetano Scorza alla Teoria dei Gruppi, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (9) Mat. Appl. **2** (1991), 95-101.

[Z102] (con G. Casadio), I contributi di Alfredo Capelli alla teoria dei gruppi, *Boll. Stor. Sci. Mat.*, (2) **11** (1991), 25-54.

[Z103] (con G. Casadio), L'attività matematica di Francesco Faà di Bruno tra il 1850 e il 1859, *Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (5) **16** (1992), 29-75.

[Z104] (con G. Casadio), I contributi matematici di Francesco Faà di Bruno nel periodo 1873-1881, con particolare riguardo alla teoria degli invarianti, Algebra e Geometria: il contributo italiano (Cortona 1992), *Rend. Circ. Mat. Palermo*, (2) Suppl. n. **36** (1994), 47-69.

[Z105] Gruppi finiti con molti sottogruppi seminormali, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur*, (9) Mat. Appl. **4** (1-2) (1993), 25.

[Z106] Luigi Antonio Rosati, scholar and teacher, *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena*, **44** (1) (1996), 27-42.

[Z107] From finite to infinite groups: a historical survey, *Infinite groups 1994 (Ravello)*, de Gruyter, Berlin (1996), 315-320.

[Z108] The development of research in algebra in Italy from 1850 to 1940, Logic and algebra (Pontignano, 1994) *Lecture Notes in Pure and Appl. Math.*, **180**, Dekker, New York, (1996), 283-291.

[Z109] Storia della risoluzione delle equazioni di quinto e sesto grado, con particolare rilievo sui contributi di Francesco Brioschi, *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano*, **65** (1995), 89-107.

[Z110] Sui gruppi finiti con il rango di Cipolla uguale a uno, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (9) Mat. Appl. **9** (2) (1998), 81-88.

[Z111] Matematica ai tempi del fascismo. Ricordi di un vecchio docente, *Boll. Unione Mat. Ital. Sez. A Mat. Soc. Cult.*, **8 2**, (1999), (1), 37-40.

[Z112] La scuola algebrico-geometrica romana dal 1938 al 1946, *Seminari di Geometria, 1998-1999*, Univ. Stud. Bologna, Bologna (2000), 81-89.

[Z113] (con G. Casadio) Storia dei p-gruppi dalle origini al 1919, *Boll. Stor. Sci. Mat.*, (1) **21**(2001), 15-33.

[Z114] Sui gruppi finiti i cui sottogruppi non normali hanno tutti lo stesso ordine, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (9) Mat. Appl., **13** (1) (2002), 5-16.

[Z115] Sui gruppi finiti i cui sottogruppi non normali hanno tutti lo stesso ordine II, *Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, (9) Mat. Appl., **14** (1) (2003), 13-21.

[Z116] Partitions and other covering of finite groups, Special issue in honor of Reinhold Baer (1902-1979), *Illinois J. Math*, **47**(1-2) (2003), 571-580.

[Z117] Some Tuscan scholars of algebraic geometry, *Pure Math. Appl.*, **16** (2005), 15-18.

[Z118] Cremona's influence on the work of Giovan Battista Guccia, *Luigi Cremona (1830-1903)*, *Istit. Lombardo Accad. Sci. Lett.*, Milan, Incontr. Studio, **36** (2005), 43-54.

[Z119] The use of trascendental methods by Italian geometers from 1895 to 1915, with a focus on the contributions of Gaetano Scorza, *Geometry Seminars, 2005-2009*, Univ. Stud. Bologna, Bologna (2010), 149-165.

[Z120] Gaetano Scorza and Riemann matrices, *Geometry Seminars, 2005-2009*, Univ. Stud. Bologna, Bologna (2010), 167-180.

Testi e monografie di Guido Zappa

[LZ1] *Reticoli e geometrie finite, Lezioni raccolte dal dott. Giovanni Zacher*, Libreria Editrice Liguori, Napoli, 1952.

[LZ2] *La matematica, oggi*, Universale Studium vol. **16**, Editrice Studium, Roma, 1952.

[LZ3] (con R. Permutti) *Complementi ed esercizi di geometria descrittiva*, Libreria Editrice Liguori, Napoli, 1952.

[LZ4] *Lezioni di geometria descrittiva*, Editrice Studium, Roma, 1953.

[LZ5] *Geometria analitica e proiettiva*, Editrice Studium, Roma, 1956.

[LZ6] (con Rodolfo Permutti) *Gruppi corpi equazioni*, Seconda Edizione, Giangiacomo Feltrinelli Editore, Milano, 1965.

[LZ7] *Fondamenti di Teoria dei gruppi. Vol. I*, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Monografie Matematiche, vol. **13**, Edizioni Cremonese, Roma, 1965.

[LZ8] *Fondamenti di Teoria dei gruppi. Vol. II*, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Monografie Matematiche, vol. **18**, Edizioni Cremonese, Roma, 1970.

[LZ9] *Topics on finite solvable groups*, Istituto Nazionale di Alta Matematica Francesco Severi, Roma, 1982.

[LZ10] (con G. Zacher) *Opere di Michele Cipolla*, Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, ser. 2, n. **47**, 1997.

[LZ11] (con G. Zacher) *Opere di Giuseppe Bagnera*, Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, ser. 2, n. **60**, 1999.

[LZ12] (con A. Barlotti, F. Bartolozzi) *Opere di Giovan Battista Guccia*, Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, ser. 2, n. **67**, 2001.

Patrizia Longobardi

Patrizia Longobardi si è laureata in Matematica presso l'Università degli Studi di Napoli "Federico II" nel 1976, ed è stata ricercatore confermato e poi professore associato di Algebra presso la stessa Università. Dal 2000 è professore ordinario di Algebra presso l'Università degli Studi di Salerno. Ha pubblicato oltre cento articoli su riviste internazionali e tre testi didattici. Ha tenuto numerose conferenze su invito in convegni internazionali, è stata professore visitatore in università straniere ed ha frequenti collaborazioni scientifiche con colleghi italiani e stranieri. Organizza dal 2004, ogni due anni, il Convegno Internazionale "Ischia Group Theory" ed è editor dei relativi proceedings. È editor della rivista "International Journal of Group Theory". È stata coordinatore del Dottorato di Ricerca in Matematica ed è attualmente coordinatore del Dottorato di Ricerca in Matematica, Fisica e Applicazioni dell'Università di Salerno. È direttore dell'Unità di Ricerca INdAM dell'Università di Salerno.

Mercede Maj

Mercede Maj si è laureata in Matematica presso l'Università degli Studi di Napoli "Federico II" nel 1976, ed è stata prima ricercatore confermato e poi professore associato di Algebra presso la stessa Università. Dal 1996 è professore ordinario di Algebra presso l'Università degli Studi di Salerno. Ha pubblicato oltre cento articoli su riviste internazionali e tre testi didattici. Ha frequenti collaborazioni scientifiche con colleghi italiani e stranieri, ha tenuto numerose conferenze su invito in convegni internazionali, è stata professore visitatore in università straniere. È stata responsabile locale di numerosi progetti PRIN. Organizza dal 2004, ogni due anni, il Convegno Internazionale "Ischia Group Theory" ed è editor dei relativi proceedings. È stata presidente della Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali dell'Università di Salerno, presidente del Consiglio di Corso di Laurea In Matematica ed è attualmente direttore vicario del Dipartimento di Matematica dello stesso Ateneo.