

---

# *Matematica, Cultura e Società*

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

CHIARA DE FABRITIIS

## **Didattica a distanza della matematica in ambito universitario**

*Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 6*  
(2021), n.1, p. 5–21.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI\\_2021\\_1\\_6\\_1\\_5\\_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2021_1_6_1_5_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



# Didattica a distanza della matematica in ambito universitario

CHIARA DE FABRITIIS

DIISM-Università Politecnica delle Marche

E-mail: fabritiis@dipmat.univpm.it

**Sommario:** *Stimolati dalla contingenza della scorsa primavera, in cui improvvisamente tutta la didattica è stata necessariamente erogata in remoto, suggeriamo alcune possibili strategie per l’insegnamento a distanza della matematica in ambito universitario.*

**Abstract:** *Driven from last Spring unexpected events, when all teaching was suddenly moved online, we suggest some possible strategies for the didactics of Mathematics in tertiary education.*

## 1. – Introduzione

Lo scopo di questo lavoro è proporre alcune possibili strategie per la didattica a distanza della matematica in ambito universitario che possano essere adattate alla molteplicità dei corsi insegnati e alle diverse circostanze.

Tuttavia, per un contributo come quello che state leggendo, è opportuno fare alcune premesse, personali e non.

Nassim Taleb, un autore che trovo molto stimolante nelle sue riflessioni sull’imprevedibilità di alcuni fenomeni socio-economici, ha introdotto in [Taleb1] il concetto di “Cigno nero”: un evento assolutamente imprevedibile, dalle conseguenze rilevanti sul corso della storia. Nonostante il possibile sviluppo di una pandemia su scala mondiale fosse stato paventato in varie sedi, l’emergenza Covid-19 ha senza dubbio operato come un evento assolutamente dirompente nella nostre vite quotidiane e, in particolar modo, nei sistemi scolastico e universitario italiani.

Una delle origini di questo lavoro, la più immediata indubbiamente, ma non la più rilevante, è stata l’improvvisa necessità del confinamento domestico conseguente alla chiusura di scuole e atenei che si è

verificato in Italia a cavallo fra la fine del mese di febbraio e l’inizio del mese di marzo del 2020.

Per quanto molti atenei utilizzassero già strumenti di didattica a distanza, spinti anche da una piccola componente di premialità presente nel Fondo di Finanziamento Ordinario e dalla necessità di migliorare i risultati di apprendimento dei loro iscritti, la trasformazione che si è verificata in poco più di una settimana ha avuto proporzioni impressionanti, un testo divulgativo che ben fotografa questa accelerazione è [Gastaldi1].

Nei mesi successivi alla fase più restrittiva, quando si è potuto iniziare a programmare una ripresa almeno parziale delle attività didattiche in presenza, molti hanno avvertito la tentazione di cancellare questo periodo così faticoso per tornare “ai bei tempi andati”, quelli in cui il contatto faccia a faccia con i nostri allievi durante le lezioni e gli esami era da molti considerato uno strumento importante per migliorare l’insegnamento e calibrare la valutazione.

Al momento in cui sto scrivendo, non è dato sapere con precisione se e quanto sarà possibile mantenere la didattica in presenza che è stata reintrodotta, sia pur con molte restrizioni, con l’inizio del nuovo anno accademico e in caso affermativo quali saranno le ulteriori limitazioni cui si dovrà ottemperare. Pertanto quello che vorrei offrire a chi leggerà questo lavoro è un quadro non strettamente legato alla contingenza; sarebbe infatti un vero spreco che gli enormi sforzi fatti da decine di mi-

*Accettato:* l’1 febbraio 2021.

gliaia di docenti per imparare, adattare, quando non addirittura creare *ex novo* una quantità incredibile di tecniche di insegnamento andassero dispersi.

Mi sembra doveroso precisare che non sono un'esperta di didattica della matematica: questo articolo riporta semplicemente delle riflessioni sviluppate empiricamente dal confronto con alcuni colleghi. Sono perfettamente consapevole che sotto molti aspetti le mie proposte non vanno al di là del *vieto buon senso*; sono però convinta che, in tempi come questi, anche quest'ultimo possa essere utile, e non poco.

Spesso i matematici "puri" sono accusati di essere affetti da neo-platonismo per la percezione che hanno del loro lavoro come "scoperta di risultati che esistono già di per sé"; per quanto trovi affascinante l'approccio idealistico nell'ambito della ricerca astratta, in questo contributo, data la materia affrontata, ho preferito basarmi su un taglio di stampo pragmatico-costruttivo. Per ciascun tema da affrontare, tenterò di analizzare prima la questione sotto un profilo generale, per poi approfondirne l'aspetto più propriamente matematico.

Il tema della didattica a distanza è stato oggetto negli ultimi vent'anni di numerose trattazioni, per un quadro generale si veda ad esempio [Campione]; l'irruzione sulla scena del confinamento nella primavera 2020 ha però modificato così tanto il quadro di riferimento che scarseggiano studi adatti alla situazione attuale che siano formalizzati sotto forma di libri di testo o articoli scientifici. Le fonti su cui mi appoggerò quindi saranno spesso contributi più informali, fra i quali post su blog, contributi su maddmaths!, interviste e comunicazioni private con esperti. Del resto, come ho già ricordato, non ho una formazione pedagogica o in didattica della matematica tale da rendermi una voce più autorevole rispetto ad altri colleghi e colleghe.

Già prima dell'impulso dirompente dovuto al confinamento, le tecniche di didattica a distanza erano oggetto di molti tipi di indagine; il perimetro della mia trattazione si limiterà alla didattica della matematica in ambito universitario, con qualche spunto che potrà forse essere utile ai docenti del triennio finale delle scuole medie superiori o ai colleghi di alcune altre discipline di area scientifica.

Sotto la denominazione di Didattica a Distanza vengono classificate esperienze di natura molto di-

versa, sia per chi studia sia per chi insegna. Fino al primo semestre dell'anno accademico 2019-20, il significato di questa locuzione era in molti casi "C'è un repository di qualche genere su cui viene caricato materiale di varia natura più o meno connesso al contenuto del corso". È vero che c'erano alcune eccezioni a questa regola, ma se si guarda cosa accadeva nella maggioranza degli atenei, ci si rende facilmente conto che quella sopra è un'approssimazione purtroppo non distante dalla realtà. Anche gli esperimenti didattici di alcuni docenti di matematica più curiosi e "trasgressivi" spesso non andavano oltre l'utilizzo di qualche breve filmato reperito in rete o di animazioni realizzate con software come Geogebra o Mathematica.

In quest'ottica, è importante tenere presente due percorsi particolari, l'uno per la numerosità del pubblico coinvolto e l'altro per la sua stretta attinenza all'oggetto di questo lavoro. Il primo è quello dei master di economia e materie affini: diretti a un pubblico molto selezionato e spesso già inserito nel mondo del lavoro, tipicamente professionisti/e e dirigenti d'azienda, la platea dei frequentanti online è dell'ordine delle migliaia ogni anno (ad esempio, 6.000 per la 24Ore business school, oltre alle università telematiche vere e proprie e al corso di laurea triennale online in Ingegneria Informatica del Politecnico di Milano). Il secondo è quello delle esperienze attinenti all'ambito più specificatamente matematico, per il quale un valido e recente riferimento è [Albano et al.], in particolare i lavori di Albano e Sabena [Albano-Sabena], di Lepellere, Zucconi, Al Asbahi e Carminati [Lepellere et al.], di Pierri [Pierri] e di Telloni [Telloni].

L'accelerazione improvvisa dovuta al confinamento ha provocato nel giro di pochi giorni il trasferimento di tutte le attività didattiche del secondo semestre dell'anno accademico 2019-20 alla modalità remota. Migliaia di docenti di corsi di matematica e centinaia di migliaia di studenti e studentesse si sono trovati proiettati in un universo quasi sconosciuto, in cui i punti di riferimento erano totalmente assenti. I primi da un giorno a un altro sono stati costretti a scegliere piattaforme su cui insegnare (scontrandosi in alcuni casi con la difficoltà dovuta alla mancanza di esperienza diretta del prodotto, che ha talvolta portato a una decisione presa a "scatola chiusa") o ad adattarsi a quella scelta dal loro ateneo (con i pregi e

i difetti che ogni gestione centralizzata comporta: maggiore uniformità di approccio per l'utente-studente, ma anche minore adattabilità alle diverse discipline), a procurarsi una strumentazione e una connessione sufficiente per trasmettere la loro lezione, mentre magari dovevano occuparsi nel contempo di figli piccoli lasciati a casa dalla scuola, di genitori anziani o malati, della gestione della casa. I secondi hanno dovuto tornare a casa, se erano fuorisede, procurarsi anche loro, come i docenti, una connessione stabile (le offerte di telefonia mobile che prevedono connessione internet illimitata sono parecchio costose e pochi giorni di videolezioni possono prosciugare anche il cospicuo monte-giga di un contratto medio-alto), un tablet o un computer su cui seguire le lezioni che fosse a loro disposizione durante tutto l'orario di insegnamento, ove possibile una stanza o almeno un angolo della casa in cui poter "frequentare" senza troppe distrazioni.

Sono molte le persone che devo ringraziare per la loro collaborazione, tra cui le colleghe e i colleghi dell'area MAT dell'Università Politecnica delle Marche (in particolar modo Francesca Alessio e Agnese Telloni), gli appartenenti al Gruppo Digmath! dell'UMI, il professor Giorgio Ottaviani dell'Università di Firenze, dal cui intervento [Ottaviani1] è scaturita parte di questo materiale, il professor Massimiliano Schiraldi dell'Università di Roma Tor Vergata, il gruppo di persone che ha organizzato il ciclo di webinar sulla didattica digitale curati da MIP-Politecnico di Milano e dalla Fondazione CRUI [MIP-CRUI]. Oltre a queste, un ringraziamento particolare va ai/lle referees di questo lavoro, le cui indicazioni mi sono state utilissime per mettere a fuoco in maniera più efficace una materia così multiforme.

## **2. – Le esigenze di chi studia e di chi insegna (matematica)**

Qualsiasi sia la materia da imparare, la prima necessità di chi studia all'università in modalità almeno parzialmente remota è il bisogno di accedere a contenuti e informazioni in maniera semplice. Ciò non significa necessariamente che il contatto con l'ateneo avvenga tramite una piattaforma unica, ma richiede

in sostanza che ci sia un "centro del sistema" che permette un primo accesso al quale siano poi eventualmente collegate altre entità. Questo punto di approdo iniziale deve essere quanto più possibile facile da utilizzare, sia per chi studia sia per chi insegna, e completo, deve cioè contenere sia le informazioni di servizio (variazioni di orario delle lezioni o del ricevimento, date previste per gli esami e loro modalità di svolgimento) che il materiale didattico (registrazioni o PDF delle lezioni sincrone, ove previste, materiale per le eventuali lezioni asincrone, dispense o testo online, figure o animazioni ottenuti con programmi come Geogebra o Mathematica, eventualmente accompagnati dai file sorgente, se possibile almeno un esempio di temi d'esame).

La piattaforma deve anche mettere facilmente in contatto studenti e docenti, il che pone non di rado un inatteso problema generazionale a proposito dell'uso dell'email: per le persone che non sono native digitali, infatti, la mail è solitamente un metodo molto efficace per inviare un'informazione a cui venga data un'importanza rilevante; per i ventenni, invece, la mail è un luogo in cui finiscono le notifiche inutili dei social network, gli avvisi pubblicitari e lo spam.

Questo fa sì che, ad esempio, un avviso dell'annullamento di una lezione possa non arrivare tempestivamente alla platea di frequentanti che non sono abituati a leggere la mail con regolarità; a mio parere una piccola ricaduta positiva della DAD è anche il fatto di insegnare ai Millennials che questo strumento ha una sua non trascurabile utilità nelle relazioni formali e lavorative. D'altro canto bisogna anche tenere presente che la richiesta di immediatezza per alcune informazioni (ad esempio l'annullamento di una lezione) è supportata meglio da strumenti come i post all'interno di una chat.

Individuata la piattaforma, bisogna poi riempirla di contenuti, il che richiede che il materiale delle lezioni venga reso disponibile agli utenti. In linea di principio si potrebbe immaginare un corso costituito esclusivamente da materiale erogato in modalità asincrona (parziali esempi di questo genere sono i master di materie economiche di alcuni atenei, diretti prevalentemente a un pubblico che possiede già conoscenze di buon livello e voglia migliorare le proprie competenze in settori specifici), ma per i corsi universitari di matematica (a qualsiasi livello si

collochino) la mia opinione è che questa strategia sia improponibile. Pretendere infatti che un gruppo di studenti magari appassionati della materia, ma con scarse o nulle conoscenze dei meccanismi dell'apprendimento a livello universitario, siano in grado di autogestire lo studio di argomenti molto astratti come quelli usualmente proposti in un corso di matematica è un'assoluta utopia.

Emerge quindi la necessità di avere a disposizione mezzi che permettano al docente di fare lezione e agli allievi di parteciparvi (e non soltanto di assistervi), prevedendo quindi una quota da stabilire di interazione sincrona. Auspicabilmente la decisione di quale sia la migliore proporzione fra modalità sincrona e asincrona dovrebbe essere lasciata alla cura del singolo professore, anche se ci sono atenei che obbligano il loro personale a svolgere tutta la didattica in diretta streaming.

Parlando di didattica universitaria, non è possibile sorvolare completamente sul momento dell'esame, sia perché una proposta innovativa come la didattica a distanza ha bisogno di essere sviluppata in maniera organica, sia perché la modalità con cui gli studenti vengono valutati influenza ciò che studiano e apprendono e il modo in cui lo fanno.

Il nucleo dei bisogni essenziali per la didattica a distanza può quindi essere riassunto nel seguente elenco:

1. una piattaforma che raccolga le informazioni e il materiale necessario per il corso, permettendo sia l'interazione fra pari sia quella fra docente e studenti;
2. gli strumenti per le lezioni, che consentano di interagire in sincrono per una certa quota delle ore di lezione previste, mentre eventualmente un'altra porzione del corso può essere insegnata in asincrono;
3. un metodo per gli esami, che tenga conto sia della modalità con cui il corso è stato svolto, sia delle condizioni al contorno di tipo socio-sanitario.

Nei prossimi paragrafi esaminerò in dettaglio queste esigenze, elencando quali siano le scelte possibili per ciascuna di esse e indicando quali a mio parere siano le più adatte nelle varie circostanze.

Prima di passare all'analisi particolareggiata degli strumenti utilizzabili, vorrei aggiungere un'ultima osservazione: qualche tempo dopo l'inizio del confi-

namento, ci siamo resi conto che va tenuta in debita considerazione anche l'importanza di creare una comunità studentesca, tema su cui tornerò anche più avanti. Il ritardo nel riconoscimento di questa esigenza è dovuto al fatto che le coorti studentesche che hanno frequentato in remoto il secondo semestre del 2019-20 avevano già frequentato in presenza almeno un semestre di università. Questi universitari avevano quindi già avuto la possibilità di conoscere i compagni e le compagne d'anno e creare una collettività, cosa che quest'anno alle matricole è impossibile fare se la scelta del loro ateneo è che non frequentino nessuna lezione in presenza.

### 3. – La scelta della piattaforma per il corso

Quello della piattaforma è forse il problema più semplice da risolvere: c'è infatti un ambiente per la gestione di corsi specificamente studiato allo scopo di gestire tutto il sistema necessario per l'apprendimento in remoto che ha anche il non trascurabile pregio di essere gratuito e open source, Moodle. L'interfaccia che garantisce è estremamente duttile, tanto che spesso viene utilizzato sia come repository di ateneo sia a livello di singoli dipartimenti. Dato che l'utilizzo di questo strumento negli atenei italiani è pressoché universale, mi limiterò ad analizzare quelle che a mio parere sono le sue funzionalità più interessanti, senza esaminare possibili alternative.

La ricchezza di attività e risorse all'interno di Moodle è notevole e permette di soddisfare moltissime necessità.

Fra le altre attività è possibile infatti creare chat, database, forum, glossari, quiz e workshop, incorporare attività create con Geogebra, eseguire sondaggi e ricevere feedback, distribuire gli studenti in gruppi (o permettere loro di iscriversi autonomamente a un gruppo); le risorse possono essere dalle più semplici come le etichette, utilizzate per inserire nella home del corso suoni, video o per dividere elenchi di attività, alle più articolate come le cartelle, usate per semplificare l'aspetto della home riunendo i file relativi a uno stesso argomento, o i libri che permettono di creare delle risorse multi-pagina, molto adatto ad esempio per presentare un portfolio di lavori degli studenti.

A mio parere all'interno dell'offerta di Moodle, oltre alle banali funzioni che permettono di caricare filmati, file o pagine di libro, le attività e risorse particolarmente adatte all'insegnamento in remoto di corsi di matematica sono

- le chat: qui i partecipanti discutono un argomento in tempo reale, quindi questo strumento si presta bene a elaborare la soluzione di un esercizio all'interno di un insieme di allievi, ad esempio durante un'esercitazione a piccoli gruppi; bisogna tenere presente che la discussione è testuale, quindi le formule matematiche possono essere complicate da scrivere, ma questo vincolo tecnologico può anche essere sfruttato sotto il profilo didattico in maniera opportuna per favorire processi di apprendimento (alcuni moduli di Moodle permettono di creare formule in LaTeX, ma sono rari gli studenti che padroneggiano questo linguaggio, soprattutto se iscritti a corsi di laurea diversi da Matematica);
- i forum: in questo caso i partecipanti si relazionano in maniera asincrona; è possibile scegliere varie tipi di interazione (fra cui "standard", in cui chiunque può avviare una discussione e "domande e risposte", in cui prima di intervenire si devono visualizzare gli interventi precedenti); due pregi notevoli sono la possibilità di allegare files, il che è molto utile perché via smartphone si possono fotografare e postare gli esercizi svolti, e quella di valutare gli interventi sia da parte del docente sia da parte degli altri iscritti;
- la possibilità di incorporare attività create con Geogebra, consentendo di registrare data, durata e le costruzioni di ogni tentativo fatto dagli utilizzatori;
- i glossari: il prodotto può ad esempio consistere in una raccolta di parole chiave del corso, stesa con la collaborazione degli studenti, il che permette di insistere sull'acquisizione del linguaggio proprio della materia, oppure in una lista di strategie utili per affrontare problemi ed esercizi; anche in questa tipologia di funzione gli utenti possono valutare ciascuna voce;
- sondaggi e feedback: sotto due forme diverse, la prima con tipologie preconfezionate e più spinte nella direzione cognitivo-pedagogica che non verso il contenuto proprio della materia, la seconda molto più libera visto che permette di utilizzare domande di svariata natura (inserendo anche

strumenti di formattazione come etichette e interruzioni di pagina o addirittura Captcha), sono molto utili per stimolare la partecipazione degli studenti (che possono eventualmente divisi in sottogruppi) e avere il polso della comprensione di un argomento;

- i quiz: questa attività permette di creare quiz con diversi tipi di domande (scelta multipla, vero/falso, corrispondenze, risposta numerica, risposta breve), sono presenti numerose scelte con le quali adattare il formato allo scopo che ci si prefigge: il quiz può essere ripetuto un numero di volte stabilito dal docente, il punteggio può essere visualizzato dall'utente oppure no, così come le risposte corrette e quelle sbagliate, volendo un'opzione permette di associare un feedback a ogni domanda e tale feedback può essere unico o specifico per per ciascuna risposta;
- i compiti: uno dei pregi di questa attività è quello di avere una struttura estremamente flessibile perché gli studenti possono consegnare qualsiasi tipo di contenuto digitale, quindi è facile caricare il pdf contenente le risposte a una serie di esercizi scritte a mano su carta e poi scannerizzate con il cellulare, oppure un file prodotto con un foglio di calcolo o con un programma come Mathematica o Matlab.

Ho scelto di elencare le ultime due attività (quiz e compito) mentre affronto la questione del materiale utile per l'insegnamento perché sono convinta che questi strumenti non siano utili soltanto per far sostenere l'esame agli studenti, ma che si possano usare in maniera molto efficace per migliorare il rendimento degli studenti durante lo svolgimento del corso. Come già osservato in precedenza, soprattutto negli esami del corso di laurea in matematica, ma anche in quelli di fisica, ingegneria o informatica il tipo di prova d'esame scritto più comune non è il quiz a crocette (alias domande a risposta numerica, vero/falso o a risposta multipla) che vengono talvolta usate in questi corsi per uno screening preventivo di chi sostiene la prova scritta oppure in altri corsi di laurea. A mio parere la tipologia del quiz è particolarmente utile sia per chi studia che per chi insegna e non tanto ai fini dell'esame, quanto a quelli di un proficuo apprendimento. Infatti ai primi avere un quiz di autovalutazione a scadenza periodica, ad esempio settimanale, permette di abituarsi a uno

studio costante senza lo stimolo dato dall'aver a breve verifiche formali (che è notoriamente una delle maggiori difficoltà per le matricole), oltre alla possibilità di percepire quanto sono veramente in “contatto” con il contenuto del corso. Per i secondi, il quiz è un valido aiuto per percepire quanto gli studenti stiano riuscendo a seguire la materia, segnalando magari che un argomento è risultato di comprensione particolarmente ostica, e per aumentare la “frequenza” e lo studio (sull'uso formativo dei quiz e sulla costruzione delle domande in relazione alle specificità della matematica, si veda ad esempio [Albano-Ferrari]).

#### 4. – Gli strumenti per le lezioni

Nel titolo del paragrafo ho usato deliberatamente il plurale perché per le lezioni c'è bisogno di una (o più) apparecchiature digitali e di un programma di videoconferenza; ho deliberatamente scritto “per le lezioni” omettendo i verbi “seguire” e “fare” perché la questione va considerata sia dal punto di vista di chi insegna sia da quello di chi apprende.

Per quanto riguarda le lezioni, sia che si utilizzi la modalità sincrona sia che si preferisca quella asincrona, non mi pare che si possa prescindere dalla specificità della materia insegnata: per la matematica infatti mi sembra sia tassativo disporre di un collegamento in cui ci sia la possibilità di mostrare cosa stiamo scrivendo e far udire la voce narrante (se poi si aggiunge anche un frame in cui si vede il volto del docente, meglio ancora); infatti una delle principali differenze fra l'insegnamento della matematica e quello di altre discipline è che scrivere è una necessità inderogabile.

Ricordo una conferenza di Luciano Modica tenuta a uno dei convegni veneziani della serie “Matematica e Cultura”: all'epoca senatore della Repubblica, osservava che una delle maggiori difficoltà degli interventi in Parlamento (*nomina sunt consequentia rerum*), era il fatto che all'oratore non fosse permesso fornire preliminarmente alcuna traccia scritta del proprio contributo, rendendo spesso complicata per gli ascoltatori la comprensione di ragionamenti in cui comparisse un'ingente massa di dati a supporto dell'argomentazione.

Mentre alcune discipline si insegnano preva-

lentemente per via orale e altre si prestano benissimo ad essere trasmesse utilizzando le slides, la stragrande maggioranza delle lezioni universitarie di matematica richiedono al docente di poter produrre un testo scritto o quanto meno di poter interagire con quello che ha prodotto in precedenza.

Usare solo le slides produce infatti un'esperienza didattica di livello decisamente inferiore per lo studente rispetto alla scrittura su tavoletta grafica o tablet.

Credo che chiunque faccia matematica professionalmente si sia trovato almeno una volta ad arrancare dietro allo speaker di un convegno che visualizza le sue slides a velocità supersonica. Il risultato è che chi assiste alla conferenza rimane combattuto fra la voglia di capire l'idea cruciale che costituisce la novità del lavoro presentato e la necessità di prendere affannosamente appunti per riuscire ad annotare il passaggio algebrico su cui magari si impernia il balzo in avanti ottenuto nella teoria. Ebbene, se chi ha alle spalle anni di frequenza universitaria e spesso decenni di ricerca, fa così tanta fatica a seguire per 40 o 50 minuti un seminario, cosa dovremmo pensare di una matricola che si trova a seguire una o due ore filate di spiegazione con questo mezzo?

Per quanto ci sforziamo, contrariamente a quando scriviamo alla lavagna (o al tablet), la velocità con cui mostriamo le slides è quasi sempre tale da non permettere a chi assiste alla lezione di prendere appunti. È vero che se la lezione è registrata lo studente può andare a rivederla o in alternativa può consultare un pdf con le slides, magari annotate dal docente a lezione, ma spesso l'interesse dello studente davanti a una fila di diapositive proiettate una dopo l'altra cala rapidamente e il proposito di andare a rivedere il materiale non sempre è seguito dalla sua messa in atto, anche perché viene meno il coinvolgimento dato dalla “creazione” del materiale sotto gli occhi di chi segue la lezione.

Stabilita dunque questa caratteristica, in prima approssimazione l'idea è che ci sia un docente in un qualche luogo e che (eventualmente una parte de) gli studenti siano in un altro luogo e sia quindi necessario che i secondi possano udire cosa il primo dice e scrive.

Anche solo limitandosi a questo tipo di interazione unidirezionale, che comunque risulta spesso poco stimolante per una platea abituata a interazioni

online ben più coinvolgenti, per fare una scelta valida ci vogliono maggiori informazioni: il fatto che il docente sia in aula, nel suo studio o a casa cambia infatti non poco le cose, così come il fatto che alcuni studenti siano fisicamente presenti alla lezione o che tutti seguano online.

Se chi insegna è in aula, per trasmettere in remoto la lezione può bastare una comune lavagna su cui scrivere unita ad una webcam; questa scelta tuttavia produce spesso un risultato qualitativamente scarso: sfruttare tutta la superficie della lavagna è infatti complicato perché è facile uscire dall'area inquadrata dalla webcam.

Un notevole miglioramento rispetto a questo livello-base si ottiene utilizzando una tavoletta grafica o un tablet, anche perché questi ultimi supportano programmi di scrittura che aiutano nel disegno, permettono di aggiungere immagini o filmati al file della lezione, e consentono di passare rapidamente all'utilizzo di Geogebra o di nuclei di calcolo.

Ancora migliore è la resa quando il docente usa un programma di videoconferenza collegandosi ad esso dal PC e in aggiunta si connette al suo account dal tablet condividendo lo schermo di quest'ultimo: chi riceve vede in un'immagine ridotta il "mezzobusto" del docente e nell'immagine più grande il programma di videoscrittura o l'altra sorgente scelta.

A mio parere uno strumento che fa veramente la differenza per l'insegnamento in remoto è la light-board<sup>(1)</sup>: rispetto all'accoppiata tablet-PC stiamo parlando di una vera fuoriserie (anche sotto l'aspetto del costo, purtroppo).

Ovviamente è inimmaginabile dotare ciascuna aula, e ancor meno ciascun docente, di un dispositivo del genere, ma già averne uno in dipartimento può consentire a parecchi insegnanti di impiegarlo per preparare parte delle lezioni che hanno deciso di svolgere in asincrono, coprendo una cospicua fetta della produzione di video.

Il grande pregio di questo strumento è il fatto che sono contemporaneamente visibili il volto del docente e quanto egli scrive sulla lavagna, avendo

inoltre la possibilità di far comparire elementi già preparati in precedenza come grafici e video su cui è poi possibile interagire ulteriormente; questa caratteristica rende l'interazione con il video, pur sempre unidirezionale, molto più coinvolgente rispetto all'esperienza della lezione asincrona in cui si registrano una traccia vocale e la scrittura sul foglio di un'app.

Per quanto riguarda lo streaming, in ambito universitario i programmi più comuni per le teleconferenze sono Teams e Zoom, mentre Google Meet e Cisco Webex sono utilizzati in maniera residuale. Purtroppo questo tipo di programmi nasce da esigenze lavorative, che sono completamente diverse da quelle didattiche, e il loro uso per le videolezioni ha preso improvvisamente piede dal trasferimento in remoto della didattica. In quest'ottica, il difetto maggiore di Teams, Google Meet, Cisco Webex e Zoom, anche se per quest'ultimo in misura un po' ridotta, è dovuto al fatto che si tratta di software progettati per un utilizzo di natura paritaria e non gerarchica, mentre nella lezione il ruolo del docente è completamente diverso da quello degli allievi.

Una soluzione di web conferencing progettata appositamente per la didattica è invece Big-BlueBotton: passato attraverso numerose versioni e ora basato su HTML5, BBB è un sistema open source gratuito che permette una forte integrazione con Moodle e con altri sistemi di gestione dell'apprendimento. Dotato di tutte le funzionalità comunemente presenti in questo tipo di programmi, a detta di chi lo utilizza ha risolto i problemi che ne avevano segnato le prime versioni e ha i suoi punti di forza nella naturalezza dell'interazione didattica, legata al fatto che è progettato per l'istruzione in remoto e per integrarsi in maniera immediata con le più comuni piattaforme per la formazione universitaria, in una gestione molto fluida delle breakout rooms, che permette al docente di dividere e raggruppare gli allievi con grande facilità passando rapidamente da un gruppo a un altro, e soprattutto nella lavagna multi-utente che ricorda la situazione in presenza in cui l'insegnante chiama una persona alla lavagna su cui possono scrivere entrambi.

Per quanto si scelga con cura il programma di videoconferenza, senza appoggiarsi ad altri strumenti non è possibile superare completamente gli scogli della didattica svolta in modalità ibrida,

---

<sup>(1)</sup> si tratta di uno sviluppo notevolmente migliorativo delle LIM e dei monitor interattivi, che permette di scrivere sulla lavagna in trasparenza in modo da essere ripresi frontalmente.

quando cioè una frazione degli studenti è in aula e il resto segue da remoto (con il gruppo che presenzia solitamente sottoposto a un qualche criterio di rotazione): l'interazione fra docente e pubblico è infatti molto complicata da gestire perché l'attenzione del primo è divisa fra presenti e persone che seguono in remoto ed è difficile far convivere i due livelli.

Se il professore in aula usa la lavagna, rispondere a una domanda dei presenti in aula è semplice; chi sta a casa ha però la possibilità di sentire solo la voce dell'insegnante che quindi deve prima ricordare di farsi portavoce del quesito a chi sta a casa e poi fornire la risposta; lo stesso accade se chi parla è collegato in remoto, con l'aggravante che spesso neppure ci accorgiamo della mano sollevata in chat per chiedere la parola. Le cose migliorano leggermente se utilizziamo tablet per scrivere e PC per trasmettere, ma anche in questo caso l'interazione fra le due componenti (in presenza e a distanza) è piuttosto povera; la qualità della lezione migliora non poco se tutto il pubblico segue in remoto perché con questa modalità il docente riesce a interagire con tutti gli allievi allo stesso livello. La pur rilevante obiezione che con questa strategia di insegnamento non si crea una comunità di studenti si supera con due tipi di interazione: prevedendo delle sessioni in remoto in cui gli studenti sono frazionati in piccoli gruppi e interagiscono in assenza del docente con l'utilizzo delle breakout rooms e dando agli studenti la possibilità di frequentare le esercitazioni in piccoli gruppi, se necessario non costituiti sempre dalle stesse persone. Questa strategia di didattica mista, dove si alternano momenti in cui tutti seguono in remoto ad altri in cui tutto il gruppo è in presenza, porta a mio parere a risultati migliori sia dal punto di vista dello scambio studente-docente sia da quello dell'interazione comunitaria fra gli allievi.

Per la gestione della didattica ibrida ci sono strumenti piuttosto raffinati che permettono di migliorare la qualità dell'interazione proprio perché sono progettati a scopo didattico e in modo da riuscire a mettere sullo stesso piano chi è in aula e chi segue da remoto; il più noto è Eiduco [Eiduco, D'Inella Capano-Schiraldi] che è già utilizzato da alcuni atenei italiani (Roma Sapienza, Ferrara, Roma Tor Vergata). Oltre al fatto che è progettata in modo da poter funzionare senza banda larga, il che consente anche di utilizzarla in movimento (ad

esempio in autobus se si sta arrivando in ritardo a lezione) o in zone con connessione di scarsa qualità, una notevole innovazione di questa piattaforma è il fatto che consente la sottotitolazione automatica delle lezioni (e la conseguente traduzione con Google Translator, permettendo quindi di seguire sia a studenti con deficit uditivi sia a studenti che non parlino l'italiano) e l'indicizzazione di tutto il contenuto audio. Questa funzionalità ha effettivamente un'utilità notevole perché rende possibile il reperimento immediato di un concetto, una definizione, un esercizio su tutto il materiale registrato del corso, senza bisogno di fare una ricerca all'interno di una specifica lezione andando a scorrere il video (e quindi come ulteriore risultato automatizza in sostanza la creazione di un glossario con tutte le parole pronunciate dal docente durante il corso). Per valutare quanto sia efficace uno strumento del genere, immaginate di voler trovare in un film lo spezzone in cui un personaggio pronuncia una certa frase: anche se magari avete visto il film qualche giorno fa, individuare esattamente quando accade una certa cosa è piuttosto laborioso. Ora pensate al fatto che le lezioni di un corso sono almeno una trentina: l'analogia più corretta è quindi quella con una serie televisiva con almeno una trentina di puntate in cui vogliamo scoprire in quale momento di quale episodio un personaggio pronuncia una certa frase... Usando la sottotitolazione automatica, si possono creare in tempo reale sondaggi da sottoporre al pubblico senza bisogno di scrivere una sola parola, ma utilizzando la modalità di dettatura; in questo modo non si perde la fluidità della lezione, ma il coinvolgimento degli utenti viene accresciuto in maniera notevole.

L'altra utilissima funzionalità di Eiduco è quella di fornire un'interfaccia di dialogo molto efficace fra docente e studente, riducendo di molto la differenza fra la fruizione della lezione in remoto e quella in presenza. Lo strumento essenziale per l'interazione è infatti lo smartphone, anche se gli studenti stanno assistendo in presenza: all'inizio della lezione il docente indossa un auricolare e il testo di ciò che dice compare sul telefonino degli studenti collegati all'app, insieme al contenuto della lezione (slides, grafici, video, fogli di calcolo, immagini o animazioni geogebra). Gli utenti possono taggare con una stellina un concetto che ritengono importante, chiedere un chiarimento in tempo reale premendo un tasto

con il punto interrogativo in modo che il docente capisca che deve rispiegare e, tramite la funzionalità notepad, inserire note che saranno visibili a tutta la classe e resteranno disponibili nell'after class a disposizione di tutti.

L'utilità di questo strumento non scompare nel momento in cui si torna alla didattica in presenza, ma permane anche quando si può ritornare a fare lezione in aula a tutti (o quasi). Infatti, oltre a mettere sullo stesso piano gli studenti che seguono in presenza e quelli che lo fanno in remoto e quindi annullare, o quanto meno minimizzare, i difetti della didattica ibrida (cosa che in linea di principio si può fare anche obbligando tutti a seguire le lezioni online), la possibilità di indicizzare tutto il materiale delle lezioni resta uno strumento prezioso per orientarsi nel materiale registrato che rimane disponibile per gli allievi durante tutto l'anno accademico.

Un ultimo strumento cui a mio parere vale la pena di accennare è un'app il cui scopo è valutare in tempo reale la percezione qualitativa che gli studenti hanno delle lezioni. Dopo alcuni anni di professione docente, siamo spesso convinti di essere in grado di stimare se e quanto il nostro insegnamento sia apprezzato (salvo poi essere talvolta smentiti, in bene o in male, dai questionari di fine anno). Quando non tutti seguono in presenza, però, le cose cambiano nettamente. Se almeno una parte degli allievi è in aula possiamo sperare di avere almeno un po' il polso della situazione, anche se chi segue da casa potrebbe avere una percezione molto diversa; se poi tutto il pubblico segue in remoto il feedback è in molti casi veramente indecifrabile. Recentemente è stata prodotta un'app chiamata Edu Enhancement [Edu-Enhancement] con cui si può rendere immediata la misura della propria efficacia e quindi avere la possibilità di migliorare la qualità dell'insegnamento, adattandolo alle esigenze degli studenti grazie alle informazioni ottenute in itinere. Lo scopo è di rendere più utile la valutazione di pregi e difetti del corso da parte degli utenti, facendo sì che ogni lezione sia valutata a sé, e permettendo così al docente di capire se un singolo argomento necessita di maggiori spiegazioni per essere compreso appieno oppure se sia necessario motivare ulteriormente l'introduzione di uno specifico concetto. Il fatto che il feedback sia immediato rende più facile al docente

mettere a frutto le indicazioni della platea, inoltre il coinvolgimento degli utilizzatori è accresciuto dal brevissimo tempo di compilazione (meno di due minuti) e dal fatto che le domande sono modellate sia dal punto di vista cognitivo che da quello psicologico sul profilo di ciascun singolo fruitore: all'inizio del corso infatti ogni iscritto risponde a un test (Big Five Questionnaire) che valuta fra l'altro scrupolosità, perseveranza, cooperatività, apertura all'esperienza e alla cultura. Questo permette di "ripulire" le risposte dall'effetto indotto dallo stato d'animo e consente quindi una misura della risposta psicologica della valutazione degli studenti. Un esempio molto semplice consiste nell'avviso che il sistema manda quando c'è un alto livello di discrasia fra interesse sull'argomento e self-confidence: se è il primo a predominare, la lezione è stata interessante, ma faticosa da seguire e quindi gli studenti rischiano di arrendersi davanti a quella che percepiscono come un ostacolo troppo difficile da superare. Una sosta nella lezione successiva per consolidare il materiale, fornire spiegazioni aggiuntive e risolvere qualche esercizio può riallineare i valori e rassicurare gli allievi, scongiurando il rischio di abbandono del corso.

## 5. – Una procedura per gli esami

Anche se nell'insegnamento universitario a distanza si può sperare di riuscire (almeno nella maggior parte dei casi) a far sostenere gli esami in presenza, vale la pena di accennare, sia pure in maniera più breve rispetto ad altri argomenti trattati in questo intervento, a un iter organizzativo per le prove di valutazione in remoto.

Per corsi molto numerosi, infatti, il distanziamento sociale potrebbe richiedere parecchie aule di grandezza notevole e personale di sorveglianza in numero rilevante, in misura ancora maggiore rispetto agli anni passati; in alternativa si potrebbe pensare di far svolgere più turni di uno stesso scritto, ma anche questa strada pone vari ostacoli di tipo logistico. Non è detto poi che non ci troveremo mai più a situazioni di confinamento, senza dimenticare che la possibilità di sostenere gli esami non solo in presenza potrebbe allargare notevolmente la platea degli iscritti, rendendo i nostri atenei più appetibili per studenti stranieri oltre che italiani.

Anche i percorsi che si possono elaborare per sostenere gli esami di corsi di matematica hanno specificità che non possono essere trascurate: negli esami dei primi due anni del corso di laurea triennale in matematica, così come in quelli dei corsi di laurea in fisica, informatica e ingegneria, solitamente si richiede agli studenti di svolgere uno scritto consistente in alcuni esercizi più o meno articolati, seguito spesso da una prova orale in cui si affrontano gli argomenti di stampo più teorico. Non è comune, salvo che in corsi di laurea in cui il numero di studenti sia elevatissimo, eliminare del tutto la prova orale o ridurre lo scritto a un quiz a risposta multipla (anche se in alcuni casi questi strumenti vengono utilizzati come filtro preliminare o in itinere). Una procedura di questo tipo richiede l'uso di strumenti piuttosto raffinati, che non possono essere ridotti all'utilizzo di un programma di proctoring che aiuti il docente a fare sorveglianza mentre gli studenti rispondono a un quiz a risposta multipla (fra l'altro, i programmi di proctoring hanno sollevato obiezioni da parte di studenti e docenti, sia dal punto di vista del costo, dato che molti di essi sono piuttosto cari, sia da quello della tutela della privacy, senza dimenticare che possono essere una fonte di stress difficile da gestire per gli esaminandi).

Se infatti il compito consiste nel risolvere esercizi articolati in cui non ha importanza solo il risultato numerico, ma anche la procedura con cui sono stati svolti, un buon compromesso può essere quello di usare un account Zoom per osservare gli studenti e registrarne i movimenti tramite la telecamera del loro PC. Uno smartphone serve invece a fargli fotografare lo scritto, creare un unico file in formato PDF con una delle app gratuite comunemente reperibili e inviarlo sulla piattaforma Moodle dove avremo predisposto un apposito compito, avendo l'accortezza di permettere il caricamento di un solo file, di restringere l'orario di consegna ad un lasso temporale abbastanza breve e di controllare che per ciascun utente l'IP che ha inviato il compito coincida con quello che in precedenza ha caricato il documento di identità.

Con alcune accortezze, tra cui fare inquadrare tavolo e studente dall'alto verso il basso e lateralmente in modo che gli studenti non guardino mai lo schermo del PC, usare un'opportuna modalità con cui fornire il testo degli esercizi (dettatura se sono abbastanza sintetici, condivisione dello schermo del

PC con Zoom o pubblicazione su Moodle cui accedere con lo smartphone per permettere agli studenti di copiarli sul foglio se sono invece più lunghi) e una squadra di persone che monitorino gruppi di 25 studenti ciascuno, si riescono ad ottenere risultati abbastanza buoni dal punto di vista dell'affidabilità dell'attribuzione degli elaborati ai veri autori senza complicazioni o spese eccessive. Lo strumento vincente affinché lo scritto abbia veramente un potere discriminatorio è la scelta delle domande che non devono pretendere la mera esposizione di nozioni, ma richiedere allo studente di fare collegamenti fra concetti, di provare la sua padronanza del significato della materia, in modo da non costringere il docente a una sorveglianza esasperata dei comportamenti degli esaminandi dietro lo schermo.

## 6. – Le istituzioni universitarie e la DAD

Questo paragrafo riguarda un punto di vista spesso trascurato quando si parla di didattica a distanza, quello istituzionale. È vero che alcuni di questi organismi non sono deputati unicamente a occuparsi dell'insegnamento della matematica; di seguito cercheremo di mettere in luce alcune necessità specifiche della disciplina, senza dimenticare il quadro generale. Il compito delle istituzioni universitarie per la didattica a distanza rimane spesso in ombra, ma ha una notevole importanza. Gli attori coinvolti (dipartimenti, facoltà o scuole, amministrazione centrale, segreterie studenti, solo per nominare i principali) sono numerosi e il quadro normativo in cui si muovono è assolutamente deficitario. Il fatto che lo scenario legislativo sia molto carente, tuttavia, oltre ad essere un limite è anche un pregio, in quanto per un certo verso permette una non disprezzabile libertà di manovra.

Come già osservato in precedenza, fatte salve alcune esperienze innovative, gli atenei non erano assolutamente preparati a gestire il passaggio della didattica in modalità remota e all'inizio del lockdown gli sbandamenti sono stati rilevanti. Riporto un piccolo esempio di situazione paradossale: ad Ancona abbiamo sia un moodle di ateneo (learn.univpm.it) che uno dell'area di scienze matematiche all'interno del nostro dipartimento (math-moodle); per una serie di complicazioni burocratico-ammi-

nistrative, all'inizio dell'anno accademico i precorsi sono stati erogati appoggiandosi a math-moodle su cui gli studenti hanno dovuto registrarsi; dopo due settimane di precorsi, gli studenti hanno dovuto nuovamente registrarsi sul moodle di ateneo per poter seguire i corsi di studio ordinari. Con una gestione organizzativo-logistica ben ponderata si può evitare un inconveniente di questo genere che produce nelle matricole una sensazione di disorientamento che non li aiuta all'inizio del loro percorso universitario.

La prima necessità che devono soddisfare le strutture amministrative è la fornitura di strumentazioni adeguate, sia dal punto di vista dell'hardware che da quello del software. Purtroppo i tempi richiesti per l'acquisto delle attrezzature possono essere molto lunghi, così come quelli dell'adeguamento delle aule, e alcune spese, ad esempio quella per una o più lightboard, un numero cospicuo di tablet di alta qualità o il cablaggio e la predisposizione per la registrazione di numerose aule, arrivano ad essere proibitive per atenei piccoli o con bilanci in dissesto. Certo questo tipo di attrezzature non servono esclusivamente all'insegnamento della matematica, ma bisogna riconoscere che per questa disciplina sono quasi imprescindibili.

Le richieste alle istituzioni universitarie mi sembra si possano riassumere nei seguenti punti:

- **La fornitura di hardware adeguato.** La differenza fra la resa di una tavoletta grafica (il cui costo è dell'ordine di un centinaio di euro, penna compresa) e quella di un tablet di alto livello (che però costa 10 volte tanto) è notevolissima; una lezione insegnata a una lavagna in ardesia o in PVC e ripresa dalla telecamera di un portatile è molto meno facile e accattivante da seguire rispetto alla stessa lezione fatta con la lightboard. Oltre a questo è necessario che i server su cui sono ospitate le piattaforme di ateneo per la didattica siano adeguatamente dimensionati all'aumentato numero di accessi, sia da parte dei docenti sia da parte degli studenti.

In molti casi tali server non sono di proprietà dell'università, ma vengono retti da consorzi universitari che riuniscono numerosi atenei, rendendo così il numero di accessi giornaliero dell'ordine di grandezza delle centinaia di migliaia, se non addirittura del milione. I frequenti

disservizi e rallentamenti che hanno caratterizzato il secondo semestre dell'anno accademico 2019-20 e che continuano a verificarsi, sia pure in maniera minore, nel primo semestre del 2020-21 richiedono un investimento infrastrutturale e in personale che non può essere rinviato, pena la disaffezione degli studenti a questa forma di apprendimento.

- **La fornitura di software adeguato.** Abbiamo parlato in precedenza di software che permettono al docente di interagire in maniera efficace con i propri allievi e allieve, soprattutto quando il numero delle persone che seguono è elevato. Bisogna tenere conto che i corsi di laurea con un alto numero di iscritti che frequentano uno o più esami di matematica sono prevalentemente quelli di ingegneria, economia, scienze biologiche, chimica, farmacia, architettura, agraria dove la matematica insegnata è, per usare una locuzione sintetica, una disciplina "di servizio". Per gli studenti di tali curricula, avere a che fare con un corso di matematica insegnato in remoto con gli strumenti più adatti oppure con mezzi rimediati può fare davvero la differenza non solo nell'apprendimento della materia, ma più in generale nella scelta di continuare o abbandonare gli studi universitari. Anche qui, la spesa per fornire programmi adeguati può essere alta, ma si può ridurla in maniera cospicua derogando a un criterio di uniformità che non ha ragione di essere e accettando che discipline diverse utilizzino strumentazioni didattiche differenti. Ad esempio, il costo per l'ateneo di EIduco può essere relativamente abbordabile, soprattutto se si divide su un cospicuo gruppo di professori di materie scientifico-economiche che lo utilizzano (non dimentichiamo che, contrariamente all'apparenza, per le università non sono gratuite neppure applicazioni come Teams, Google Meet, Cisco Webex o Zoom).
- **Il riconoscimento delle specificità dell'insegnamento della matematica.** Anche all'interno delle "scienze dure", la matematica ha sempre avuto strategie didattiche peculiari, che non di rado mettono in difficoltà studenti e studentesse abituati ad affrontare materie diverse: spesso gli esami più problematici dei corsi di laurea in architettura, biologia, geologia, solo per citarne al-

cuni, sono proprio quelli di matematica. Appunto per questo, lasciare ai docenti di matematica una sufficiente libertà di decidere come organizzare il loro corso può migliorare di gran lunga l'apprendimento degli studenti. Questo problema si avverte di più nei corsi di laurea in aree diverse dalla matematica e che hanno una forte connotazione applicativa e sperimentale, ad esempio ingegneria, biologia, chimica, mentre è una necessità forse meno stringente per fisica o informatica.

Non bisogna tuttavia trascurare che anche nel corso di laurea in matematica, discipline diverse potrebbero aver bisogno di strategie differenti, e addirittura che la stessa materia insegnata alla laurea triennale, a quella magistrale o al dottorato potrebbe richiedere tecniche didattiche adattate ai vari livelli di approfondimento.

- **Il problema della proprietà intellettuale del materiale.** In linea di principio, la questione si pone sia nei confronti dell'ateneo sia nei confronti degli studenti. Il fatto che un allievo effettui una registrazione della lezione che poi diffonde indebitamente o che più in generale materiali del corso prodotti dal docente vengano condivisi al di fuori della platea degli iscritti è un comportamento che viola i regolamenti di condotta dell'ateneo (quando non è addirittura una condotta fraudolenta, nel caso in cui ne venga ricavato lucro) che non dà luogo a fattispecie diverse da quelle già accadute in precedenza. L'unica differenza che si riscontra è infatti nella maggior facilità di diffusione del materiale, ma il commercio di prove d'esame o di testi fotocopiati illecitamente non è certo una novità degli ultimi mesi. La gestione da parte dell'università di diritti connessi alla proprietà intellettuale del materiale caricato su una piattaforma di ateneo è invece questione di maggior finezza e richiede un adeguamento del quadro normativo o quanto meno un'esplicito riconoscimento da parte dell'istituzione. Vero è che qualche anno fa sembrava che i MOOC (Massive Open Online Courses) avrebbero svuotato le aule di Harvard Law School o di London School of Economics, mentre poi si sono ritagliati una modesta fetta del mercato dell'istruzione universitaria, ma l'idea che fra 5 o 10 anni i corsi di analisi matematica o di geometria a ingegneria possano essere insegnati

da 4 avatar e gli esami svolti sotto i vigili occhi di un programma di proctoring controllato da qualche studente part-time dovrebbe stimolare una riflessione nella comunità dei matematici.

Anche se a prima vista non si direbbe, questo problema è legato alla matematica come disciplina specifica. Altre materie, infatti, si insegnano prevalentemente in maniera orale e, dal punto di vista cognitivo, guardare il video di un latinista che illustra l'opera di un autore o di una filosofa che commenta un testo fornisce un valore aggiunto abbastanza scarso rispetto alla lettura di una dispensa scritta dal docente stesso (altra cosa sono il livello di coinvolgimento e la motivazione offerti da questi strumenti). Per la matematica invece, l'interazione con il docente è essenziale per la comprensione della materia, a due livelli differenti. Per chi segua un corso online, la prima difficoltà che pone la matematica è quella di essere percepita come un flusso di informazioni che scorre costantemente, senza che si riesca a "capirla" veramente andando al di là del formalismo. Il rischio è quindi quello di creare un effetto "serie tv", in cui i concetti non vengono padroneggiati, compresi e pertanto fissati nella memoria, ma semplicemente percepiti, soprattutto se chi guarda il video non prende appunti seduto a un tavolo guardando uno schermo di dimensioni adeguate, ma usa lo smartphone, magari sdraiato sul divano o sul letto. Questo problema di comprensione superficiale per gli elementi di un corso, ne produce uno ancora maggiore a livello generale: per quanto uno studente padroneggi ciascun singolo frammento, la comprensione globale della materia trattata a livello metacognitivo (il perché si studi un oggetto invece di un altro, il motivo per il quale si privilegia la scelta di una struttura al posto di un'altra, le analogie e i contrasti fra le varie nozioni) potrebbe essere del tutto assente.

Oltre a ciò, la produzione di materiale di qualità è spesso molto più faticoso per un corso di matematica, o più in generale di materie scientifiche, che per un corso di altre tipologie di discipline: provate a paragonare il tempo impiegato per creare una lezione di diritto, in cui il docente illustra a voce articoli di legge o sentenze che magari proietta con l'ausilio di slides, con quello

necessario per creare una semplice animazione con geogebra che dura al massimo un paio di minuti.

Infine, mi permetto un'ultima richiesta: dal punto di vista burocratico, sarebbe lecito aspettarsi dalle strutture amministrative una certa flessibilità nelle richieste di rendicontazione delle ore della didattica sincrona e asincrona e di analoghe attività, partendo dall'assunto che i docenti non sono un gruppo di scansafatiche patentati, ma questa non è tema che riguardi soltanto i matematici.

## 7. – Riassumendo: un possibile abbozzo di struttura didattica per un corso di matematica

In questo paragrafo cercherò di delineare una configurazione flessibile che possa soddisfare le varie esigenze che ho descritto in precedenza, presentando soluzioni che si adattino alle diverse specificità che dipendono dal fatto che il corso sia o meno “di servizio”, dal livello di studi a cui si indirizza l'insegnamento, dalla numerosità del pubblico: un corso destinato a 200 matricole di ingegneria non può ovviamente essere gestito come uno diretto a 6 dottorandi di matematica.

La prima cosa da fare è tenere conto delle condizioni al contorno, su cui in molti casi non possiamo intervenire: se il nostro ateneo impone l'uso di un programma di teleconferenza, se prevede tassativamente la didattica ibrida oppure che gli studenti del nostro corso seguano tutti in remoto, non possiamo che adattarci. Come ho detto però nel paragrafo precedente, possiamo cercare di ottenere una maggiore flessibilità organizzativa per le varie discipline, investendo i nostri rappresentanti nei vari organi accademici del compito di sollevare il problema. Spesso infatti le strutture centrali pensano di semplificare le cose affidandosi a un unico modello standardizzato per tutti, mentre adattarlo ai vari casi produce certamente un risultato migliore senza necessariamente produrre un aggravio in termini di costi, tempo o complessità.

La mia proposta centrale, soprattutto per corsi della laurea triennale, è basata sull'utilizzo della flipped classroom che sto personalmente speri-

mentando da qualche mese e che mi sembra molto adatta alla popolazione studentesca che abbiamo in questo momento: i nostri allievi hanno infatti alle spalle già qualche mese di esperienza con la didattica a distanza e questa caratteristica si risconterà nelle prossime coorti per svariati anni a venire. Per una breve presentazione della metodologia si vedano ad esempio [Maglioni-Biscaro], incentrato sull'insegnamento primario e secondario, [Love-Hodge-Grandgenett-Swift], dedicati invece a esperienze più specifiche in ambito matematico a livello universitario e [Cheng-Ritzhaupt-Antonenko, Aka] lavori di metanalisi le cui parti introduttive presentano brevemente questa strategia didattica.

La progettazione di un corso a distanza in modalità flipped richiede un'accurata organizzazione del materiale, in modo da produrre per ciascun soggetto tre momenti di apprendimento: nel primo, detto *before class* e che ciascuno studente affronta in solitaria, si presenta il contenuto dell'argomento, nel secondo, *during class*, che raduna docente e allievi, si analizza e discute quanto illustrato dal materiale fornito dal docente, nel terzo, *after class*, nuovamente in solitaria o in piccoli gruppi, gli studenti rielaborano quanto appreso e testano la loro comprensione in proposito.

È quindi necessario suddividere il contenuto del corso su Moodle in una serie di argomenti di dimensione opportuna (per un corso semestrale una buona stima del numero di unità didattiche è data dalla semisomma fra il numero di settimane del corso e quello dei crediti), facendo precedere il tutto da una ricca sezione informativa in cui siano presenti dettagliate “istruzioni” che spieghino come seguire il corso, quali sono i compiti degli studenti, sotto che forma viene messo a disposizione il materiale, oltre a fornire agli studenti un canale comunicativo con il docente e fra pari.

In maggior dettaglio, per ciascuna “lezione” la documentazione da utilizzare nella prima fase, che sarà fornita in modalità asincrona, può consistere in lezioni registrate in cui il docente scrive sul tablet definizioni, enunciati, esempi, così come farebbe a lezione, caricando poi i file video sulla piattaforma. Per una lezione di un'ora accademica, una stima ragionevole della durata si aggira sui 20-25 minuti, che conviene spezzare in almeno due tranches, se non addirittura tre; se poi i mezzi dell'ateneo consentono

di registrare usando una lightboard, è chiaro che il prodotto ha una riuscita di qualità decisamente più alta. La struttura ad albero che Moodle permette di implementare si presta molto bene a dare una gerarchia di quanto viene fornito agli studenti: se ad esempio la dimostrazione di un enunciato non fosse considerata indispensabile fin dal primo impatto con l'argomento, la si può fornire in un video a parte che collocheremo "a bandiera a destra", segnalando così agli utenti che la sua visione può essere rimandata a un secondo momento. Oltre ai video prodotti dal docente, fornire uno o più libri di testo è comunque importante, soprattutto per i corsi dei primi anni, per abituare gli allievi ad avere un riferimento affidabile per la teoria e a utilizzare un linguaggio adeguato alla materia.

La seconda fase, quella di interazione sincrona, richiede una sceneggiatura precisa per permettere agli studenti di comprendere al meglio il materiale che hanno già visto, in modo da poter poi svolgere gli esercizi relativi, e prepararli alla visione dell'argomento successivo. I quattro momenti della lezione sincrona possono essere sintetizzati nella seguente scaletta:

- il docente richiama il materiale messo a disposizione degli studenti, descrivendone il contenuto e sottolineando i punti salienti;
- l'insegnante risponde alle domande degli eventuali presenti e di coloro che sono a casa sia sulla teoria sia sugli esercizi assegnati;
- un'attività molto proficua da svolgere, soprattutto per i corsi del primo anno di matematica e per quelli di servizio, è la creazione in diretta di materiale come disegni e animazioni con Geogebra e lo svolgimento di esercizi con nuclei di calcolo (dai più semplici motori computazionali come WolframAlpha all'uso di programmi avanzati come Mathematica o MatLab);
- infine si illustra il materiale per la prossima lezione, solitamente diviso in due parti: gli esercizi o quiz di ripasso e consolidamento di quanto visto in precedenza e il contenuto della lezione successiva, descrivendone brevemente le linee di sviluppo concettuali.

Per tenere viva l'attenzione della platea si rivelano molto efficaci strumenti interattivi disponibili nei programmi di videoconferenze come il lancio di un

sondaggio con una semplice domanda sull'argomento che si sta svolgendo ("Questa funzione è continua?") oppure l'apertura di una pagina di Wikipedia o del glossario che si sta costruendo su Moodle.

Se la durata prevista della lezione fosse di due o addirittura tre ore (come capita in alcuni corsi di laurea), a mio parere è bene spezzarla in due periodi di al massimo 40-45 minuti ciascuno, inframmezzati da 10-15 minuti di pausa.

La terza fase, che si svolge nuovamente in modalità asincrona, prevede che gli studenti applichino le conoscenze acquisite nelle prime due fasi per risolvere esercizi, rispondere a quiz, progettare attività Geogebra in autonomia, in modo da consolidare le proprie conoscenze e rendersi conto delle eventuali difficoltà di apprendimento che possono essere risolte ricorrendo al docente, a lezione oppure al ricevimento o, se presenti, ai tutor.

La necessità di creare una comunità studentesca cui accennavo all'inizio, può essere a mio parere soddisfatta prevedendo esercitazioni in presenza a gruppi ristretti, in modo che tutti abbiano la possibilità di partecipare. Sicuramente, date le circostanze attuali, ci sarà una fetta di studenti che non frequenterà alcun tipo di attività in presenza, per cui prevedere lo streaming anche delle esercitazioni è comunque indispensabile.

Se l'ateneo impone che tutte le ore di lezione si svolgano in modalità sincrona, il contenuto di questa proposta sembra destinato al cestino, mentre invece con alcuni accorgimenti se ne può recuperare una buona quota.

La prima parte, prevista in modalità asincrona, può essere limitata a uno schema in cui si danno soltanto definizioni ed enunciati, riducendo il materiale da visionare in anticipo a un paio di video da 7-8 minuti l'uno per ciascuna ora di lezione programmata. La fase in sincrono avrà la durata effettiva prevista (sempre tenendo conto della necessità di introdurre una pausa di una quindicina di minuti per ciascuna ora di lezione) e i compiti assegnati saranno in misura ridotta rispetto alla proposta illustrata sopra perché c'è più tempo per introdurre esempi e svolgere esercizi nella fase di didattica sincrona.

Per i corsi della laurea magistrale, quasi esclusivamente appannaggio del corso di laurea in matematica, le scelte da fare sono in parte diverse: salvo rare eccezioni, non ci sono atenei che siano dotati di

risorse così cospicue da poter mettere a disposizione esercitatori alla magistrale, e quindi la didattica va strutturata in un altro modo. A mio parere questo livello è anche quello in cui la flipped classroom funziona meno perché gli argomenti cominciano ad avere un grado di complessità ed astrazione elevato; richiedere quindi agli studenti di affrontarli prima della discussione a lezione potrebbe essere un'incombenza molto faticosa per loro. A questo stadio di istruzione, quindi, per quanto riguarda il contenuto teorico la strategia migliore è l'insegnamento "frontale", cercando di stimolare la partecipazione degli studenti con frequenti domande-sondaggio nella chat, allo scopo sia di tenere alta l'attenzione, sia di sottolineare gli snodi fondamentali della teoria e segnalarne le maggiori difficoltà.

Molti dei corsi della laurea magistrale, anche fra quelli obbligatori, hanno un numero di studenti non troppo elevato e questo, assieme a una maggior maturità della platea, permette l'utilizzo di attività come i forum su Moodle, allo scopo di sfruttare le potenzialità di uno strumento didattico relativamente poco usato in Italia, ma che può essere molto utile sia per creare affiatamento fra gli allievi sia per coinvolgerli nello studio: il role-play, introdotto circa 15 anni fa da Albano et al. (si vedano ad esempio [Albano-Bardelle-Ferrari, Albano1, Albano-Pierri, Albano2, Albano3]). L'idea centrale consiste nel dividere gli studenti in tre gruppi (A, B, e C) che svolgono tre attività su un determinante argomento: a rotazione, la prima consiste nel preparare materiale (solitamente si tratta di creare esercizi), la seconda è risolvere gli esercizi preparati da un altro gruppo e infine correggere gli esercizi risolti dal terzo. Questo tipo di esercitazione consente agli allievi di mettere a fuoco le difficoltà e le sottigliezze della materia quando svolgono la prima consegna (creando gli esercizi), li spinge a elaborare tecniche di risoluzione quando affrontano il secondo passo (svolgendo il compito), e li mette davanti alle possibili difficoltà ed errori nella soluzione, oltre che alle improprietà di linguaggio (quando nel terzo stadio correggono gli elaborati altrui). In questo modo gli studenti riescono a padroneggiare in maniera molto più efficace la materia, acquisendone una maggior profondità di comprensione concettuale.

Per quanto riguarda il dottorato, se ci riflettiamo bene, la flipped classroom è sostanzialmente la tra-

duzione moderna di quelli che abbiamo sempre chiamato "corsi di lettura". In questo caso, dati anche il numero ridotto di partecipanti e il fatto che ormai abbiamo auspicabilmente a che fare con "professionisti dello studio", gli strumenti necessari si riducono a Moodle e a un programma di video-conferenza che permetta alle persone di collegarsi per seguire le lezioni del docente o i seminari che verranno tenuti a rotazione fra i partecipanti. Anche in questo caso ci sono ovviamente accorgimenti per migliorare il risultato, ad esempio fornire allo speaker un'aula attrezzata con lavagna, webcam e microfono direzionale, rende la lezione più simile a quelle "di un tempo" e probabilmente tiene più alto il livello di attenzione del pubblico rispetto all'uso congiunto di portatile e tablet, accoppiata che gestita da una persona con discrete capacità di fascinazione può comunque portare a risultati più che apprezzabili.

## **8. – Se si vuole fare di più: il progetto strategico "Didattica Multimediale della Matematica"**

Avendo insegnato negli ultimi anni quasi soltanto corsi "di servizio" a ingegneria, le mie prime esperienze con la didattica a distanza sono state sotto forma di affiancamento dell'e-learning al corso tradizionale, per cercare di migliorare la comprensione di una materia (geometria per i corsi di ingegneria) che gli studenti percepiscono spesso come ostica, anche perché sono meno abituati agli argomenti che vengono affrontati nel corso rispetto a quanto vedono in analisi o in fisica.

Il nostro ateneo, per quanto medio-piccolo e di fondazione piuttosto recente, ha infatti una discreta tradizione nell'insegnamento a distanza, legata a un filone di ricerca che per anni è stato sostenuto anche da un corso di dottorato in e-learning. Questa sensibilità già da vari anni lo ha portato a sostenere con l'attribuzione di fondi di ricerca aggiuntivi coloro che avessero accettato di insegnare i loro corsi o in modalità "Technology Enhanced", affiancando cioè al corso svolto regolarmente in presenza materiale di varia natura messo a disposizione su Moodle che veniva anche usato come canale di comunicazione con gli studenti, o addirittura in modalità "Blended",

in cui una piccola quota dell'insegnamento in presenza veniva sostituito da materiali (soprattutto filmati) preparati dal docente.

Questa scelta ha creato un piccolo gruppo di docenti, tra cui quasi tutti quelli afferenti all'area MAT, che maneggiavano con discreta disinvoltura gli strumenti per la didattica a distanza e che le avevano anche dedicato una parte della propria riflessione sulle metodologie di insegnamento, si vedano ad esempio [Albano-Kondratieva-Telloni, Alessio1, Cusi-Morselli-Telloni]. Un ulteriore miglioramento delle conoscenze in ambito propriamente matematico è stato frutto dell'utilizzo di fondi di ateneo: questo cospicuo finanziamento ha consentito a un gruppo di matematici, coordinati dalla professoressa Alessio, di creare un'aula didattica attrezzata e di usufruire di un'assegnista per un anno. Abbiamo quindi potuto avviare un progetto strategico dal titolo "Didattica Multimediale della Matematica", avente lo scopo di migliorare l'insegnamento della matematica tramite tecnologie digitali. Oltre alle pubblicazioni scientifiche, fra cui [Alessio2], il cuore del progetto è il sito "Matematica per immagini e animazioni" [Alessio1] in cui vengono proposte numerose immagini, animazioni e attività interattive, suddivise fra varie tematiche (matematica di base, algebra lineare e geometria, analisi matematica 1 e 2, meccanica razionale, probabilità e statistica matematica).

Il materiale del sito offre circa 250 attività di diverse tipologie costruite con l'uso di Geogebra: quelle contenute nella sezione matematica di base sono volte a consolidare la comprensione di concetti che l'utente dovrebbe avere già appreso alle scuole superiori, mentre quelle delle altre sezioni sono di supporto all'insegnamento dei vari corsi di ingegneria.

Molte delle attività proposte sono esempi di costruzioni geometriche, risoluzioni di semplici equazioni o disequazioni, realizzazioni di grafici di funzioni in cui è possibile interagire con il programma, ad esempio intervenendo sui punti coinvolti nella costruzione geometrica, inserendo i membri dell'equazione o della disequazione da risolvere o scegliendo la funzione di cui si vuole tracciare il grafico.

In altre tipologie di applet, si utilizza la funzione slider di Geogebra per modificare un parametro presente nel problema per aiutare lo studente a riflettere sul ruolo della grandezza coinvolta: ad

esempio variando l'esponente di una funzione potenza o la base di un'esponenziale o un logaritmo, oppure scegliendo posizione e velocità iniziali e frequenza in un oscillatore armonico (e potendo anche intervenire sullo smorzamento nel caso dell'oscillatore smorzato), o attribuendo valori a piacimento ai parametri che compaiono nei vari modelli di variabili aleatorie discrete o continue, di cui vengono presentate le più comuni distribuzioni di probabilità.

In un numero più ristretto di attività, la proposta ha un carattere più articolato: si può trattare di un esercizio con un itinerario in cui sono presenti aiuti o feedback di varia natura che indirizzano verso la risposta corretta, come quando viene richiesto di calcolare le derivate successive di una funzione in un punto, noto il polinomio di Taylor, o si deve estrarre una base di uno spazio vettoriale da un insieme di generatori. Ci sono anche casi in cui è presente una successione di considerazioni guidate, ad esempio su un sistema dipendente da un parametro in cui vengono poste una serie di domande per far giungere lo studente ad una previsione di quello che potrebbe accadere prima di effettuare i calcoli, oppure un percorso interattivo di riflessione sulla struttura di un risultato teorico, come quelli sulla proprietà associativa della somma fra vettori o sulla dimostrazione del teorema della dimensione: nella prima applicazione vengono mostrati tre vettori  $u, v, w$  nel piano assieme alle somme necessarie per confrontare  $u + (v + w)$  e  $(u + v) + w$  e vengono formulate alcune domande che stimolano il ragionamento su cosa significhi dimostrare una proprietà, richiedendo allo studente di progettare attività analoghe per la verifica di altre proprietà della somma fra vettori; nella seconda si forniscono dei blocchi che costituiscono lo schema argomentativo e che per fasi successive scendono sempre più in dettaglio, conducendo l'utente a una comprensione sempre maggiore dell'iter dimostrativo.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[Akayir-Akayir] AKAYIR G., AKAYIR M. (2018) The Flipped classroom: A review of its advantages and challenges, *Computers & Education*, 126, 334-345

[Albano1] ALBANO, G. (2009). A case study about mathematics and elearning: First investigations. *Quaderni di Ricerca in*

- Didattica (Mathematics), vol. 19, supplemento 3 (CIEAEM 67, Srni, Check Republic: July 2631, 2006); p. 35-42
- [Albano2] ALBANO, G. (2017). Script cooperativi in comunità di apprendimento online a supporto della transizione verso l'università. L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate vol. 40 AB N.2, pp. 273-294
- [Albano3] ALBANO, G. (2017). E-mathematics engineering for effective learning. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini & U. Gellert: Mathematics and Technology. Advances in Mathematics Education, 349-370, Cham: Springer
- [Albano-Bardelle-Ferrari] ALBANO, G., BARDELLE, C., FERRARI, P. L. (2007). The impact of elearning on mathematics education: some experiences at university level. La Matematica e la sua didattica, Anno 21, n. 1, 2007, ISSN 11209968, Special Issue Joint Meeting of UMISIMAI/SMAISMF "Mathematics and its Applications", Panel on Didactics of Mathematics, pp. 61-66
- [Albano et al.] ALBANO, G. et al (eds.), (2020) E-learning e matematica nella formazione universitaria e postuniversitaria: da buone pratiche a linee di ricerca, Quaderni di Ricerca in Didattica, n. speciale 8  
[http://math.unipa.it/grim/quaderno\\_2020\\_numspeg\\_8.htm](http://math.unipa.it/grim/quaderno_2020_numspeg_8.htm)
- [Albano-Ferrari] ALBANO, G. e FERRARI P.L., (2013) Mathematics education and elearning: meaningful use of the quizmodules, Faggiano E. e Montone A. (eds), Proc. of International Conference on Technology in Mathematics Teaching 11, pp. 53-58
- [Albano-Kondratieva-Telloni] G. ALBANO, M. KONDRATIEVA, A.I. TELLONI (in press), Online resources for mathematics teaching and learning at the university level: Three case examples that highlight principles for task design driven by students' and teachers' needs. A. ClarkWilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalová and HG. Weigand (Eds.), Mathematics Education in the Digital Age: Learning Practice and Theory. Abingdon, UK: Routledge
- [Albano-Pierrri] ALBANO, G., PIERRI, A. (2014). Mathematical competencies in a roleplay activity. In Nicol, C., Liljedhal, P., Oesterle, S. & Allan, D. (Eds.). Proc. of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME38) and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2), pp. 17-24. Vancouver, Canada: PME. July 15-20, 2014
- [Albano-Sabena] ALBANO, G. e SABENA C., (2020) Elearning for fostering the growth of students responsible for their own learning: didactic organization and theoretical reflections, [http://math.unipa.it/grim/quaderno\\_2020\\_numspeg\\_8.htm](http://math.unipa.it/grim/quaderno_2020_numspeg_8.htm), 9-19.
- [Alessio1] ALESSIO F. G. et al., (2020)  
<https://mathdiism.univpm.it/progetto/>
- [Alessio2] ALESSIO F. G. et al., (2020) New Multimedia Technologies as Tools for a Modern Approach to Scientific Communication and Teaching of Mathematical Sciences.
- Saggio in "The First Outstanding 50 Years of "Università Politecnica delle Marche", Longhi et al. eds., Springer, Berlin 2019, 393-402
- [Campione] CAMPIONE V. (ed.), (2015), La didattica nell'era digitale. Il Mulino
- [Cheng-Ritzhaupt-Antonenko] CHENG, L., RITZHAUPT, A.D., ANTONENKO, P. (2019) Effects of the Flipped classroom instructional strategy on students' learning outcomes: a metaanalysis Education Tech Research Dev 67, 793-824
- [Cusi-Morselli-Telloni] CUSI, A., MORSELLI, F. and TELLONI, A.I., (2020) Promoting formative assessment in mathematics teacher education: an experience of distance learning, accettato per la presentazione al convegno CELDA, novembre 2020
- [D'Inella Capano-Schiraldi] D'INNELLA CAPANO V., SCHIRALDI M.M., (2017) Verso Università 4.0, Rivista Scuola Istruzione a Distanza (IaD), N. 13/14, 2017
- [Eiduco] <https://www.eiduco.com/en/>
- [EduEnhancement] <https://eduenhancement.com>
- [Gastaldi1] GASTALDI S. (2020) Lo so f@re!. Mondadori Università
- [Johnston] JOHNSTON B., (2017) Implementing a flipped classroom approach in a university numerical methods mathematics course Int. Jou. Math. Edu. Sci. Tech. 48 (4), 485-498
- [Lepellere et al.] LEPELLERE M. A., ZUCCONI F., AL ASBAHI N. S., CARMINATI A., (2020) Interactive tools to support Linear Algebra students: GeoUniud,  
[http://math.unipa.it/grim/quaderno\\_2020\\_numspeg\\_8.htm](http://math.unipa.it/grim/quaderno_2020_numspeg_8.htm), 45-52.
- [Love-Hodge-Grandgenett-Swift] LOVE B., HODGE A., GRANDGENETT N., SWIFT A. (2014) Student learning and perceptions in a Flipped linear algebra course Int. Jou. Math. Edu. Sci. Tech. 45 (3), 317-324
- [Maglioni-Biscaro] MAGLIONI M., BISCARO F. (2014) La classe capovolta. Innovare la didattica con la Flipped classroom, Erickson
- [MIPCRUI] MIP-Politecnico di Milano, Fondazione CRUI (2020)  
<https://www.som.polimi.it/formazione/ripensare-la-didattica-attributo-la-tecnologia-una-risposta-proattiva-alla-sfida-del-coronavirus/>
- [Ottaviani1] OTTAVIANI, G., (2020)  
<http://maddmaths.simai.eu/didattica/matematica-a-distanza-ottaviani/maddmaths/>
- [Pierrri] PIERRI A., (2020) Formative peerreview practices in online environment to promote the undergraduate students' mathematical thinking,  
[http://math.unipa.it/grim/quaderno\\_2020\\_numspeg\\_8.htm](http://math.unipa.it/grim/quaderno_2020_numspeg_8.htm), 53-59.
- [Taleb1] TALEB N.N., (2008). *Il cigno nero. Come l'improbabile governa la nostra vita.* Il Saggiatore
- [Telloni] TELLONI A. I., (2020) Routes of digital tasks for promoting individualization of teaching and learning at university level,  
[http://math.unipa.it/grim/quaderno\\_2020\\_numspeg\\_8.htm](http://math.unipa.it/grim/quaderno_2020_numspeg_8.htm), 61-68



Chiara de Fabritiis

*Chiara de Fabritiis è professoressa ordinaria di geometria presso l'Università Politecnica delle Marche. I suoi interessi di ricerca principali sono l'analisi complessa e quaternionica, con particolare attenzione alla teoria delle funzioni; si occupa inoltre di didattica digitale della matematica e di promozione dell'uguaglianza di genere nelle discipline scientifiche.*