
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

GEMMA CAROTENUTO, MARIA MELLONE, CRISTINA SABENA, PAOLA LATTARO

Un progetto di educazione matematica informale per prevenire la dispersione scolastica

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 5 (2020), n.2, p. 157–172.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2020_1_5_2_157_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Un progetto di educazione matematica informale per prevenire la dispersione scolastica

GEMMA CAROTENUTO, Università di Napoli, gemma.carotenuto@unina.it

MARIA MELLONE, Università di Napoli, maria.mellone@unina.it

CRISTINA SABENA, Università di Torino, cristina.sabena@unito.it

PAOLA LATTARO, Istituto Professionale Statale “G. Rossini”, paolalattaro@libero.it

Sommario: *In questo articolo presentiamo un lavoro di progettazione e formazione docenti all’interno del progetto “Proud of You”, orientato alla prevenzione della dispersione scolastica in periferie svantaggiate del territorio di Napoli. Discutiamo scelte metodologiche e forniamo esempi di attività appartenenti a percorsi didattici finalizzati a obiettivi di educazione alla cittadinanza attiva e di miglioramento degli atteggiamenti verso la matematica, e più in generale verso la scuola. A partire dall’esperienza nel progetto, presentiamo le nostre riflessioni sulla costruzione di contesti di educazione matematica informale, sviluppati per includere anche gli studenti che vivono un grave svantaggio socio-culturale, e sulla relativa formazione docenti. Riteniamo che quest’ultima sia la chiave di volta per lo sviluppo di approcci didattici alla matematica efficaci, attenti agli ideali democratici e situati nella storia, nella cultura e nei bisogni specifici di un territorio.*

Abstract: *We present our work within the project, aimed at preventing school drop-out in disadvantaged suburbs of Naples. Specifically, we present aspects related to the educational design and teacher training, discussing methodological choices and providing examples of activities oriented to citizenship education’s objectives and to the development of positive attitudes towards mathematics, and more generally towards school. Starting from the experience in the project, we present our reflections on the construction of informal mathematics education contexts, developed to also include students who experience serious socio-cultural disadvantage, and on the related teacher course. We believe that the latter is essential for the development of effective didactic approaches to mathematics, which take into account democratic ideals, and that are located in the history, culture and specific needs of a specific territory.*

Introduzione

Dal secondo dopoguerra in poi le periferie urbane sono cresciute con un’accelerazione vertiginosa creando, da un lato, una percezione di virtuoso progresso, dall’altro, delle situazioni piene di contraddizioni e conflitti, evidenziate con maestria dai

film di Pier Paolo Pasolini. Questi quartieri, anche se con differenze e peculiarità specifiche, spesso condividono lo stesso urgente e preoccupante problema dell’abbandono scolastico. In luoghi di grave disagio socioculturale, infatti, la scuola non ha sempre abbastanza risorse per accogliere e includere i bambini e gli adolescenti più in difficoltà. In molti casi, inoltre, in queste realtà l’abbandono scolastico corrisponde al grave pericolo, già per i giovanissimi, di essere avvicinati da bande della

Accettato: il 30 giugno 2020.

criminalità organizzata creando un effetto sociale davvero allarmante. Per questa ragione, anche nel campo della ricerca in educazione matematica, diventa sempre più cruciale approfondire e riflettere su contesti educativi adatti a prevenire e contrastare questo fenomeno.

Dall'inizio del 2018, le autrici di questo articolo sono state coinvolte nel progetto "Proud of You" (PoY), che offre percorsi extra-curricolari alle scuole della periferia di Napoli con l'obiettivo di prevenire l'abbandono scolastico. Più precisamente, la sua azione è di creare un'ulteriore opportunità di apprendimento per gli alunni attraverso la scuola stessa, ma allo stesso tempo di andare oltre alcune delle sue pratiche tradizionali. Infatti, PoY mira a ricostruire un buon atteggiamento verso lo studio della matematica e della lingua italiana e, più in generale, verso la scuola.

Con questi obiettivi, ci siamo poste costantemente una domanda: quali scelte compiere nel progettare attività matematiche extracurricolari per prevenire l'abbandono scolastico?

La nostra esperienza all'interno del progetto ci ha permesso di raffinare la domanda da cui siamo partite e di sviluppare una metodologia didattica volta a rispondere all'emergenza della dispersione scolastica tenendo conto anche delle specificità del territorio. Facciamo riferimento in particolare alla prospettiva della *Culturally Responsive Mathematical Education* (Gay, 2010). Essa pone gli educatori in un atteggiamento di ascolto del contesto culturale in cui si muovono e cerca di individuare temi trasversali (come questioni relative all'ambiente, alle discriminazioni razziali, alla legalità ecc.) di interesse per gli studenti e gli insegnanti del territorio con cui intrecciare le attività di educazione matematica. La sostenibilità di un progetto di questa portata risiede soprattutto nella formazione docenti e nella reale possibilità e volontà degli insegnanti di integrare le attività innovative sperimentate durante il progetto anche nelle proposte curricolari. Per questa ragione, il coinvolgimento degli insegnanti è cominciato diversi mesi prima della partenza delle attività con gli allievi ed è stato articolato in regolari appuntamenti di riflessione e co-progettazione.

Nei prossimi paragrafi presenteremo le idee chiave che ci hanno guidato e le azioni che ne sono scaturite.

Il progetto Proud of You

Il progetto PoY è nato ed è gestito all'interno dell'associazione "Next-Level", che opera nel campo della promozione sociale e culturale dei giovani, ed è finanziato dal Fondo di beneficenza della banca italiana Intesa San Paolo e dalla società di Gestione dei Servizi Aeroportuali Campani (GESAC). Il macro-obiettivo di PoY è la prevenzione dell'abbandono scolastico nelle aree più socialmente svantaggiate di Napoli; questo viene declinato dai promotori del progetto in obiettivi di apprendimento nelle discipline dell'italiano e della matematica. La fase pilota, svoltasi nell'anno 2018, ha coinvolto l'istituto comprensivo "Virgilio IV" del quartiere di Scampia (Carotenuto, Sabena, & Manzone, 2019; Mellone et al., 2019) e si è realizzata attraverso due azioni: un Summer Camp della durata di un mese, con tre uscite mattutine sul territorio, e un percorso didattico in autunno di circa nove settimane, con due incontri pomeridiani settimanali a scuola. La fase del progetto attualmente in corso, cominciata all'inizio del 2019, si rivolge ai quattro plessi dell'Istituto Comprensivo "Radice Sanzio Ammaturo", situati nei rioni Battisti, Amicizia e Bussola, che sono dislocati in tre diversi quartieri della città di Napoli, offrendo due incontri pomeridiani a settimana per 16 settimane distribuite sull'intero anno scolastico.

Tutti i territori interessati dall'azione di PoY sono teatro di una vera e propria emergenza educativa. Il disagio sociale vissuto dalla popolazione adulta – caratterizzato da bassi livelli di istruzione, problemi economici e giudiziari, tossicodipendenza – travolge inevitabilmente anche i minori. In questo scenario, la Scuola non sempre riesce a orientare bambini e adolescenti in difficoltà verso la costruzione di una identità che permetta loro di emanciparsi dal disagio culturale vissuto all'interno delle proprie famiglie. Al contrario, finisce troppo spesso per perdere il suo valore istituzionale agli occhi delle famiglie e dei ragazzi stessi. Se il tasso di dispersione scolastica nel livello secondario di primo grado è preoccupante, moltissimi bambini già nel livello primario non frequentano regolarmente la scuola.

Al Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II"

e al Dipartimento di Filosofia e Scienze dell'Educazione dell'Università degli Studi di Torino sono stati affidati da Next-Level la progettazione e il supporto per l'implementazione dei percorsi matematici.

Le attività matematiche progettate hanno coinvolto finora complessivamente circa 300 ragazzi, dalla quarta primaria alla seconda classe della scuola secondaria di primo grado, in attività di problem solving con metodologie laboratoriali. Sia visitando alcune delle zone più significative della città, sia rimanendo negli spazi scolastici, in PoY i ragazzi lavorano in piccoli gruppi (4-5 alunni) e vivono esperienze matematiche che valorizzano il movimento di tutto il corpo e, allo stesso tempo, pongono l'accento sui processi comunicativi. La gestione delle attività è curata dagli insegnanti della scuola, tra i quali anche insegnanti per esigenze speciali, con il supporto di un gruppo di tutor (studenti della laurea magistrale in matematica o in formazione primaria).

Il tipo di lavoro che abbiamo sviluppato all'interno di PoY rientra nell'emergente campo di ricerca dell'*educazione matematica informale* (Nemirovsky, Kelton, & Civil, 2017). In questo tipo di ricerche si esplorano generalmente spazi di apprendimento differenti dagli spazi scolastici, come mostre all'interno di musei della scienza o campi estivi, e vengono proposte esperienze con la matematica differenti da quelle tradizionali normalmente offerte dall'istituzione scolastica, che fanno spesso uso di libri di testo e strumenti di valutazione. Le principali caratteristiche che rendono i contesti di educazione matematica informale differenti dalle attività matematica fatte a scuola sono:

- 1) la volontarietà della partecipazione dello studente e la sua libertà nel seguire i propri interessi, anche condizionando lo sviluppo delle attività stesse;
- 2) la grandissima fluidità dei confini disciplinari: comuni sono ad esempio le connessioni della matematica con l'arte, la letteratura, le altre scienze e la tecnologia;
- 3) l'assenza di forme tradizionali di valutazione; generalmente l'apprendimento è documentato, ma senza una valutazione individuale degli studenti.

Per tutte queste ragioni, i contesti informali sono generalmente apprezzati per il loro potenziale nel trasmettere visioni alternative della matematica e nel coinvolgere tutti gli allievi in maniera creativa e differente dalla consueta pratica scolastica (Nemirovsky et al., 2017). L'ipotesi del nostro lavoro progettuale in PoY si basa proprio su questo potenziale: utilizzare i contesti informali per sostenere lo sviluppo di atteggiamenti positivi verso la disciplina, e più in generale verso la scuola, arrivando anche agli studenti più in difficoltà, in una prospettiva genuinamente inclusiva. A questo proposito ci sembra interessante la discussione condotta da Skovsmose e Penteado (2012) sul tema della relazione tra educazione matematica e democrazia durante 64° convegno della CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques - International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching*) dedicato a tale tema. Gli autori partono dalla critica a una visione (che chiamano 'prospettiva moderna sulla matematica') secondo cui la matematica viene celebrata come strumento intrinsecamente democratico. Contrapposta a questa visione, sviluppano una 'prospettiva critica sulla matematica', secondo la quale è importante considerare la matematica scevra da valori prestabiliti, perché la razionalità matematica può accompagnarsi a diversi tipi di valori:

la matematica ha bisogno di essere analizzata criticamente e non celebrata in generale, perché può asservirsi a interessi politici e socio-economici diversi, anche quelli meno democratici. Sviluppare tale critica è una importante sfida per la didattica della matematica (p. 19, nostra traduzione).

A supporto di questa tesi, Skovsmose e Penteado sottolineano le caratteristiche di una educazione matematica tradizionale:

- le attività sono definite da un libro di testo;
- gli esercizi hanno procedure univoche e un'unica soluzione, che richiedono ruoli esecutori e nei quali nulla viene posto in discussione;
- eliminare gli errori è uno degli obiettivi principali dell'educazione ("fare esercizi senza errori" è equiparato a "imparare la matematica");

- le performances degli studenti devono essere valutate (dal docente, da test standardizzati).

Gli autori evidenziano così come una educazione matematica di questo tipo non vada nella direzione di una didattica attenta agli ideali democratici. Al contrario, essa prepara gli allievi a ciò che chiamano ‘*prescription readiness*’, ossia l’essere pronti all’ eseguire comandi e prescrizioni.

In sintesi, gli autori ci mettono in guardia dalla facile tentazione di presupporre connessioni intrinseche tra matematica ed educazione matematica, da una parte, e aspirazioni democratiche, dall’altra. Al contrario: tali relazioni sono contingenti. Nel caso di PoY, le scelte fatte contrastano in modo forte con la didattica tradizionale descritta qui sopra e ci sembrano coerenti con un approccio didattico attento agli ideali democratici.

Intrecciare l’educazione matematica con l’educazione alla cittadinanza

La nostra partecipazione al progetto, in accordo con la prospettiva della *Culturally Responsive Mathematical Education*, è partita dalla forte convinzione che gli approcci all’educazione matematica in qualsiasi tipo di territorio devono “situare” gli eventi di apprendimento matematico nella storia, nella cultura e nei bisogni specifici di quel territorio, permettendo agli studenti di creare, ricreare e modellare i loro significati (Gay, 2010). Inoltre, va considerato che nei particolari contesti sociali a cui PoY si rivolge c’è spesso un rifiuto della scuola, mentre la partecipazione al progetto è volontaria (è questa la prima caratteristica dei contesti di educazione matematica informale, tra quelle enunciate sopra) e richiede ai ragazzi di rimanere a scuola di pomeriggio, volontariamente, per due volte a settimana. Per questo motivo, nel lavoro di progettazione e di supporto all’implementazione del percorso matematico di PoY non è mai mancato lo sforzo di proporre ai ragazzi attività che avessero in ogni momento “senso” ai loro occhi.

La sfida dunque, è quella di lavorare sulle immagini che gli allievi hanno della scuola e della matematica, nello specifico. Esse sono veicolate principalmente dalle pratiche didattiche e dunque, per

vincere questa sfida complessa, è necessario condividerla con gli insegnanti, oltre che sviluppare con loro strumenti teorici e pratici per perseguirli. Abbiamo quindi privilegiato un approccio di progettazione dal basso, partendo da esigenze locali, che si sono rivelate sia di tipo matematico sia di tipo linguistico. Gli specifici obiettivi didattici, infatti, sono stati determinati a partire dalle esigenze percepite dai docenti delle scuole coinvolte, raccolte a priori attraverso interviste individuali nella fase pilota e attraverso un incontro collettivo nell’edizione in corso. Sono stati individuati così obiettivi matematici ampi e verticali rispetto ai due ordini scolastici coinvolti, appartenenti all’ambito della misura in geometria piana (la scoperta o la ri-scoperta delle formule delle aree di diversi poligoni, attraverso relazioni di equiscomponibilità tra figure), all’ambito numerico (relativamente ai processi di stima e a diversi significati associati alle frazioni) e all’ambito delle relazioni e delle funzioni (la proporzionalità, le misure, i grafici di funzione). Inoltre, sono stati delineati obiettivi linguistici e argomentativi, anche essi ritenuti urgenti da parte dei docenti nel particolare contesto sociale in cui si operava, da sviluppare all’interno e attraverso la disciplina (come la spiegazione dell’approccio a un problema da parte del proprio gruppo e il confronto con risoluzioni altrui).

In accordo con una prospettiva di pedagogia rispondente alle realtà culturale a cui viene proposta, è importante che i temi proposti siano riconosciuti da studenti e insegnanti come collegati alla loro realtà e, più in generale, alle loro vite (vedi anche Ekici, Plyley, Alagoz, Gordon, & Santana, in stampa). In questo spirito, con l’obiettivo di rispondere alla fortissima esigenza di legalità del territorio, abbiamo intrecciato obiettivi matematici a obiettivi di emancipazione da confini geografici e sociali che troppo spesso sono per gli allievi una gabbia soffocante che rischia di condizionare la loro vita in maniera determinante. Fin dalle prime progettazioni, la seconda caratteristica dei contesti informali è stata perciò declinata in PoY nella fluidità tra i confini disciplinari della matematica e della educazione alla cittadinanza. Tale obiettivo è stato perseguito attraverso vari strumenti. Innanzitutto, a fare da cornice ai diversi percorsi didattici, è stato creato l’espedito narrativo della

corrispondenza epistolare con varie figure del mondo istituzionale e culturale: un consigliere responsabile alla cultura, un geometra e un architetto, tutti del comune di Napoli, e il direttore de *Il Mattino*, giornale storico della città. In questi territori, infatti, le istituzioni vengono troppo spesso vissute come nemiche – esse proibiscono, infliggono sanzioni economiche o, ancora peggio, portano via persone care per periodi di detenzione – e la comunicazione per mezzo di quotidiani difficilmente arriva ai ragazzi. L'idea è stata quella di creare per gli alunni un incontro piacevole, anche se solo fittizio, con persone appartenenti al mondo delle istituzioni e a quello della cultura. Le attività sono state perciò introdotte per mezzo di lettere attraverso cui le figure sopracitate hanno chiesto aiuto agli alunni per risolvere complessi problemi matematici riguardanti la città. Ad esempio, il geometra, dichiarandosi poco abile in matematica, si è rivolto agli allievi per chiederne l'aiuto per stabilire il numero massimo di possibili invitati a una festa che occorreva organizzare sul pontile Nord di Bagnoli. Si tratta di uno spazio molto esteso, approssimabili a un rettangolo con un lato lungo quasi un chilometro, che i ragazzi hanno esplorato muovendosi con tutto il corpo, mettendo in atto processi di misura e di stima. Il problema porta a riflettere su questioni legate alla fruizione di spazi urbani pubblici secondo regole precise che tengano in conto determinati criteri di sicurezza e di lega-

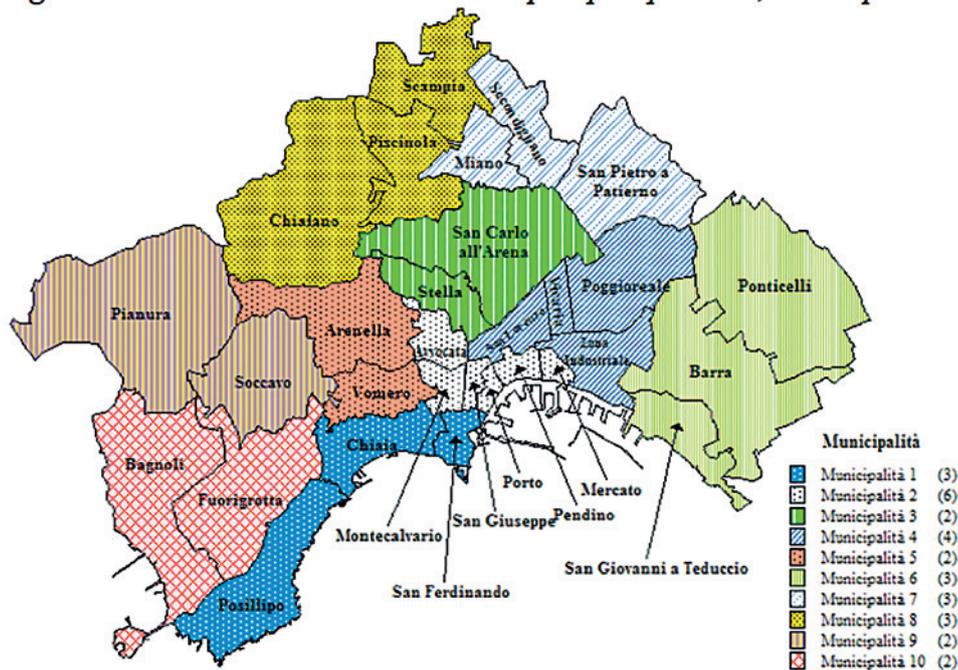
lità. Sottolineiamo il valore educativo del ricorso al sapere matematico come strumento essenziale per risolvere situazioni legate alla collettività e all'uso di spazi comuni. O ancora, l'architetto del comune di Napoli ha chiesto agli allievi di individuare attraverso *GoogleMaps* una particolare terrazza del Parco del Virgiliano, a partire da un indovinello e da alcune indicazioni geografiche, e di risolvere un problema di pavimentazione a partire da un modello di piastrella fatto arrivare direttamente a scuola.

In questo scenario di fantasia, ogni allievo ricopre il ruolo di un architetto appartenente a una squadra di lavoro. I team di giovani architetti effettuano sopralluoghi in città, in realtà o virtualmente, attraverso piccoli viaggi o a scuola, tramite *GoogleMaps*; con le informazioni raccolte costruiscono poi modelli matematici, operano al loro interno e gestiscono - leggendo e scrivendo - la corrispondenza con i loro speciali "committenti", arrivando a proporre possibili e non univoche soluzioni ai problemi che sono stati posti loro. I diversi luoghi scelti per i sopralluoghi sono siti di grande interesse storico e naturalistico di Napoli, come ad esempio il pontile Nord di Bagnoli o le Reggia di Capodimonte (Figura 1). In questa ottica, le attività di PoY sono concepite anche come un'opportunità per gli studenti coinvolti di uscire dalle loro periferie, spesso vissute come *ghetto*, e scoprire il patrimonio culturale e naturalistico della città a cui appartengono.



Figura 1 – A sinistra, il lungo pontile Nord di Bagnoli; al centro, un gruppo di allievi si prepara per il sopralluogo alla Reggia di Capodimonte; a destra, i giardini e i cortili della reggia che hanno ospitato le attività.

Fig. 1 – Articolazione del comune di Napoli per quartieri, municipalità e macro-aree



Nota: Centro storico = Chiaia, San Ferdinando, Mercato, Pendino, Avvocata, Montecalvario, Porto, San Giuseppe, San Carlo all’Arena, Stella, San Lorenzo e Vicaria; Collina = Vomero e Arenella; Est = Poggioreale, Zona industriale, Ponticelli, Barra e San Giovanni a Teduccio; Nord = Miano, Secondigliano, San Pietro a Patierno, Piscinola, Chiaiano e Scampia; Ovest = Posillipo, Soccavo, Pianura, Bagnoli e Fuorigrotta.

Figura 2 – Una mappa delle municipalità e dei quartieri della città di Napoli utilizzata nelle attività matematiche (fonte: <https://www.neodemos.info/articoli/il-comportamento-riproduttivo-nei-quartieri-di-napoli/>).

Oltre ai sopralluoghi, un altro espediente messo in atto per l’emancipazione dai confini geografici, è stato l’utilizzo della mappa di Napoli (Figura 2) per orientare gli allievi durante la lettura delle lettere e gli stessi sopralluoghi. La mappa è servita ad allargare il loro sguardo sulla città, a far scoprire loro come Napoli è organizzata dal punto di vista istituzionale, suddivisa in municipalità e quartieri. Attraverso la mappa e una serie di giochi matematici, i ragazzi hanno collocato la loro scuola, hanno scoperto in che direzione si andava ad ogni uscita, da che quartiere (e municipalità) si partiva e in che quartiere (e municipalità) si approdava.

La scoperta della città di Napoli ha contribuito a motivare gli studenti a raccogliere le complesse sfide matematiche che venivano loro proposte e che erano strettamente collegate alla città, ma è stata anche un mezzo per perseguire gli obiettivi trasversali di orientare geograficamente i ragazzi e di creare un senso di appartenenza all’intera comunità cittadina, che andasse oltre i confini del proprio quartiere.

E così ogni volta c’era la curiosità di capire il problema da affrontare quale zona di Napoli li avrebbe portati a esplorare, di che quartiere si trattava, quanto era lontano dal quartiere della scuola, quanto tempo ci voleva a raggiungerlo e attraverso quali strade.

Anche i processi di comunicazione sono stati un aspetto essenziale delle attività, in linea con gli obiettivi didattici linguistici stabiliti a priori. Gli architetti hanno avuto bisogno di interpretare le lettere che sono state recapitate loro, comprendendo la richiesta matematica, di confrontarsi continuamente all’interno delle loro squadre per risolvere i problemi e, infine, di rispondere per iscritto al geometra, all’architetto, all’assessore e al direttore del giornale, producendo a loro volta delle lettere.

Sempre nell’ottica dell’educazione alla cittadinanza e allo sviluppo sociale degli allievi, sono state inoltre affrontate durante le attività due particolari tematiche: la lotta alle mafie e la lotta ai pregiudizi di genere. Si tratta di due argomenti fondamentali sia per il contesto in cui si stava operando, sia più in

generale per una Scuola che voglia ottemperare al suo compito di formazione dei futuri adulti.

Per affrontare la prima tematica, ad esempio, è stato coinvolto ancora il giornale *Il Mattino*. Parlare di un quotidiano significa parlare di informazione, che è già un modo per fare educazione alla cittadinanza, come si è già scritto, ma *Il Mattino* ha creato anche una preziosa occasione per raccontare ai ragazzi la drammatica vicenda di un giovane giornalista napoletano (che scriveva, appunto, per questo quotidiano) ucciso dalla camorra: Giancarlo Siani. Racconto particolarmente significativo se fatto a ragazzi che provengono da quartieri che vivono quotidianamente il problema della camorra; si pensi ad esempio a come Scampia nell'immaginario collettivo sia una sua roccaforte. La tematica della lotta alle mafie è stata affrontata inoltre partendo dall'ascolto attento del testo della canzone "I Cento passi" del gruppo dei Modena City Ramblers, che ha fatto da sfondo a una speciale danza matematica e alla situazione problematica dell'organizzazione di un concerto. La canzone è stata il pretesto per raccontare e discutere della figura di Peppino Impastato, giornalista e attivista siciliano, vittima di mafia, come Siani, per la sua opera di denuncia contro le attività di Cosa Nostra.

Il tema dei pregiudizi di genere è stato introdotto invece attraverso la lettura delle storie di due grandi figure femminili del mondo della matematica, in qualche modo legate alla città di Napoli (Figura 3). La prima è Mary Sommerville, astronoma e matematica nata nella campagna scozzese alla fine del diciottesimo secolo, che scelse Napoli per trascorrere gli ultimi e felici anni della sua vita e che nella città

è sepolta; mentre la seconda è Ipazia, matematica, astronoma e filosofa greca, la cui figura risplende in un murale sulla facciata di un edificio dei Quartieri Spagnoli, edificio dove ha sede l'ufficio del Comune di Napoli per le Pari Opportunità e che da sempre ospita iniziative dedicate alle donne. Si tratta di due figure femminili, che in epoche e con maniere e risultati diversi, hanno dovuto lottare contro il pregiudizio di genere per affermarsi nella comunità scientifica, e nella società.

Tutte le scelte che abbiamo qui documentato hanno portato alla creazione di un percorso trasversale, dove la matematica è stata la meta e al tempo stesso la strada per aprire lo sguardo dei ragazzi verso la città e la società, la sua storia e le sue storie e portarli ad osservare le situazioni che a mano a mano si presentavano in maniera globale, e non procedendo tra le discipline per compartimenti stagni. In questo modo è stato naturale cogliere la complessità della realtà attraverso una didattica in grado di contribuire in maniera concreta alla costruzione di quelle competenze di cittadinanza che i nostri studenti dovrebbero avere una volta usciti dalla scuola.

Fare matematica muovendosi e "con le mani sporche"

Tutti i percorsi progettati all'interno di PoY sono caratterizzati dal coinvolgimento dei partecipanti con tutto il corpo: in essi vengono valorizzati l'esperienza sensibile, l'interazione con il mondo materiale e il movimento. Infatti, consideriamo questi elementi



Figura 3 – A sinistra, la statua raffigurante Mary Somerville nel cimitero acattolico di Napoli (fonte: <https://www.storienapoli.it/2015/06/26/somerville/>); a destra, il murale "The Care of Knowledge" dedicato a Ipazia nei Quartieri Spagnoli di Napoli (fonte: <http://www.art-vibes.com/street-art/mp5-care-of-knowledge-murale-ipazia-napoli/>).



Figura 4 – Da sinistra verso destra, gruppi di allievi impegnati in attività di misura al pontile Nord di Bagnoli, al Parco del Virgiliano e in un cortile della Reggia di Capodimonte.

come funzionali a un coinvolgimento emotivo positivo e concomitanti a una produttiva attività cognitiva degli allievi, e quindi a pieno titolo come componenti stesse dell'attività matematica, e non solo come segni o manifestazioni di un pensiero "interno". Questa scelta si rifà a una concezione della cognizione umana – e quindi dei processi di apprendimento e insegnamento della matematica – che mira a superare il dualismo cartesiano tra interno e esterno, mente e corpo (Radford, Arzarello, Edward, & Sabena, 2017). Essa ha riscosso grande interesse negli ultimi venti anni nel campo dell'educazione matematica e le sue origini possono essere rintracciate nel lavoro sulla *mente embodied* (*incarnata*) e sulla sua relazione con la matematica astratta di Lakoff e Núñez (2000) e nella visione enattivista della conoscenza elaborata da Varela e i suoi collaboratori (e.g., Varela, Thompson & Rosch, 1991).

Valorizzare l'esperienza sensibile durante l'attività matematica assume un significato particolare nei territori in cui PoY opera. Infatti, oltre al vantaggio che se ne trae in termini affettivi e cognitivi in matematica, va considerato il suo grande potenziale espressivo in un contesto in cui la grande maggioranza degli allievi dimostra pochissima padronanza non solo del linguaggio scientifico, ma anche del linguaggio quotidiano. Si rifanno a questa scelta metodologica le attività di esplorazione – reale o simulata – di diversi luoghi significativi della città di Napoli (Figura 4), di cui abbiamo parlato nel paragrafo precedente, ma anche tutte le attività proposte a scuola. In queste ultime si è cercato di utilizzare quanto più possibile luoghi ampi, come atri e palestre, e i cortili all'aperto (Figura 5), ma di non rinunciare al dinamismo anche quando è stato necessario rimanere in aula.

A tal proposito, riportiamo l'esempio del percorso didattico sviluppato nella fase pilota, orientato dal punto di vista matematico all'esplorazione del grafico di funzione, e all'approfondimento delle rappresentazioni nel piano cartesiano. Il contesto creato per introdurlo è quello di una storia che coinvolge le due figure femminili di Mary Sommerville e di Ipazia, che diventa anche un pretesto per creare curiosità sulle vicende personali e scientifiche delle due matematiche, e quindi per affrontare la delicata tematica dei pregiudizi di genere.

Il grafico di funzione – oggetto matematico piuttosto sofisticato – è stato introdotto attraverso esperienze con un sensore di posizione, che le ricerche consolidate hanno indicato come strumento didattico adatto, in linea con gli approcci *embodied* all'educazione matematica (Arzarello & Robutti, 2009, Ferrara, 2012). Infatti, il sensore rileva la distanza



Figura 5 – Un gruppo di allievi delimita nel cortile della scuola una superficie allo scopo di stimare il numero di persone che possono esservi ospitate.

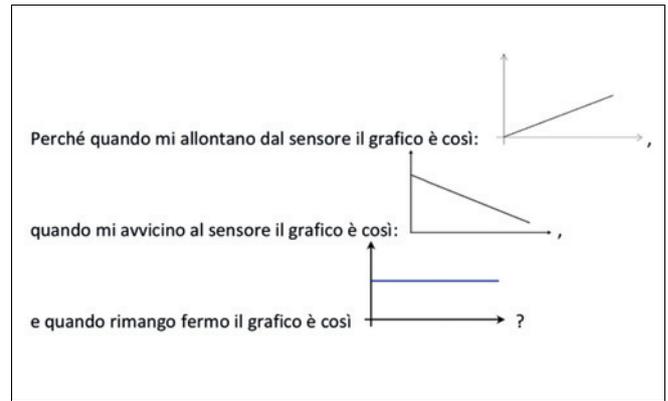


Figura 6 – A sinistra, un gruppo di studenti con il supporto di un insegnante commenta il grafico prodotto dal sensore; a destra, un esempio delle domande poste agli allievi.

di un corpo posizionato nel suo raggio di azione – un cono caratterizzato da un asse centrale lungo 6 metri – e produce in tempo reale sulla LIM il grafico che ne descrive il movimento in un breve intervallo di tempo stabilito dall’utente (per es. 20 secondi). L’esperienza percettivo-motoria è stata quindi immediatamente collegata alla rappresentazione grafica e gli studenti hanno potuto osservare come variazioni nello spazio venissero codificate in segni matematici. Le attività svolte in questa fase, come in tutti i percorsi matematici proposti, sono state differenziate in relazione ai diversi livelli scolastici, per venire incontro alle abilità e alle esigenze degli allievi, oltre che agli stili didattici dei docenti. Ciononostante, possiamo riscontrare delle caratteristiche comuni al lavoro di tutti i gruppi: il focus sulla percezione del movimento del corpo, del proprio e di quello di compagni e formatori, e sull’osservazione e l’interpretazione dei grafici prodotti dal sensore, sul formulare congetture e porsi problemi. In particolare,

indipendentemente dal livello scolastico, tutti gli allievi si sono cimentati nello scoprire e spiegare (Cusi, Morselli & Sabena, 2017): il legame tra la quota di un punto del grafico nel piano cartesiano e la distanza dal sensore dell’allievo che esegue la camminata; la relazione tra gli andamenti crescente, decrescente e costante di un grafico e le due possibili direzioni della camminata e la condizione di rimanere fermi (Figura 6).

La seconda fase del percorso ha coinvolto gli allievi in compiti di completamento di grafici e storie. Sulla base dell’esperienza vissuta in prima persona con il sensore, agli allievi è stato chiesto di completare un grafico “bucato”, da cui cioè erano stati cancellati dei tratti, utilizzando dei pezzetti di cartoncino rettangolari su cui erano rappresentati segmenti di lunghezza e orientamento differente, come in un puzzle. La scelta dei pezzi andava fatta in accordo a una storia che vedeva Mary (Sommerville) e Ipazia impegnate in una particolare passeggiata. Successivamente, i ra-

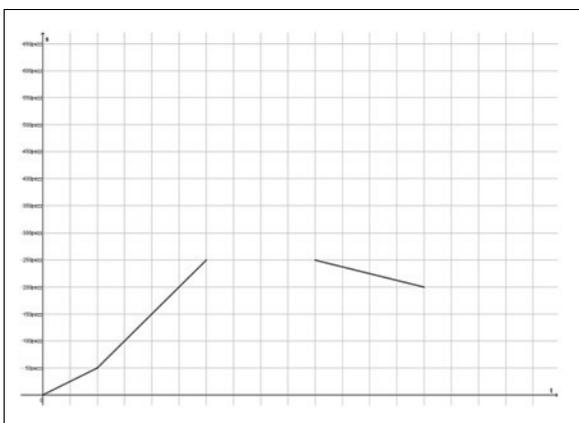


Figura 7 – A sinistra, il grafico bucato da completare in accordo alla passeggiata descritta nella storia; a destra, un gruppo di studenti con il supporto di una tutor completa il puzzle di grafici.

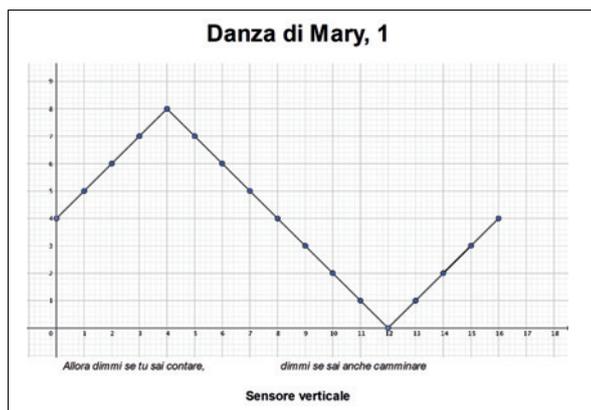


Figura 8 – A sinistra, una porzione di grafico rappresentante la danza di Mary; a destra, un’immagine della danza eseguita a grande gruppo.

gazzi hanno completato a piacere la storia, inventando una nuova passeggiata e quindi creando dal nulla un nuovo grafico di posizione.

La terza e ultima fase ha visto gli allievi impegnati in palestra nell’interpretazione e nella realizzazione di grafici associati a danze da scoprire o da inventare. Lo strumento matematico del grafico è stato collegato all’attività ricreativa della danza attraverso l’espedito di un messaggio proveniente da Mary Sommerville: la matematica del passato ha realizzato una danza misteriosa che è potuta arrivare fino ai giorni nostri solo grazie a un grafico di posizione. In un momento iniziale di questa fase ogni allievo è stato invitato a ballare liberamente a ritmo di musica sulle note della canzone de “I Cento Passi”, vincendo la timidezza iniziale di danzare insieme a compagni di scuola e formatori. Con riferimento al quadro teorico, l’attività della danza sul brano scelto (a forte componente etica-sociale) ha materialmente realizzato una proficua sinergia tra l’approccio *embodied* e la *cultural responsive education*. Non meno importante, i ragazzi si sono divertiti e sono stati molto creativi. Successivamente, i docenti hanno mostrato vari pezzi di grafico della danza di Mary, accompagnati dall’indicazione dei corrispondenti pezzi del testo della canzone. I ragazzi si sono cimentati nel compito di interpretarli in termini di posizioni e di tempi: così, dapprima in piccoli gruppi e poi tutti contemporaneamente, allievi e formatori hanno eseguito la danza, facendo attenzione ai passi indicati dal grafico, ma anche aggiungendo con creatività i movimenti delle braccia (Figura 8).

Infine, una sfida più complessa è stata lanciata agli allievi: è stato chiesto loro di inventare e poi rappre-

sentare con un grafico una nuova danza, idealmente destinata a Ipazia. Gli allievi si sono accordati all’interno delle loro squadre sui passi da eseguire e su eventuali movimenti di altro tipo, come quelli delle braccia o i salti sul posto. Ogni squadra ha quindi prodotto un cartellone attraverso il quale ha presentato la propria danza attraverso grafici a compagni e formatori prima di interpretarla al ritmo di musica (Figura 9).

Caratteristica costante di tutti gli incontri, indipendentemente dal luogo dove sono stati ospitati, è stata la modalità laboratoriale. In particolare, nel nostro contesto, abbiamo trovato una fonte particolarmente ispiratrice nel lavoro di Emma Castelnuovo (1963), nel suo «fare matematica con le mani sporche». Questa espressione le era stata attribuita con accezione dispregiativa da matematici della sua epoca (Castelnuovo, 2003), abbagliati dalle promesse – in seguito tradite – di un ricorso radicale al formalismo in

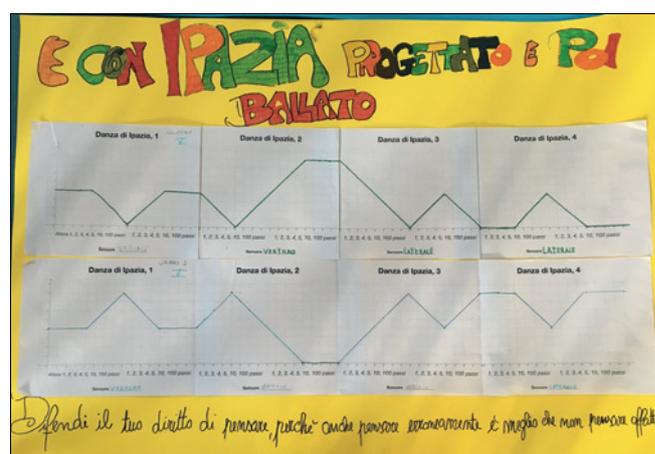


Figura 9 – Il cartellone con cui un gruppo di allievi ha rappresentato la danza da loro inventata: i due grafici indicano i passi per ciascuno dei due sottogruppi in cui hanno deciso di suddividersi.



Figura 10 – Da sinistra verso destra: un’attività sull’equiscomponibilità di figure piane nel Parco del Virgiliano, un’attività sul confronto di figura piane a partire da ritagli di giornale su una terrazza di Castel dell’Ovo e un’attività orientata alla scoperta della formula dell’area del parallelogramma a scuola.

ambito didattico, anche per allievi giovani. Secondo Emma Castelnuovo, invece, la scuola dovrebbe incoraggiare gli alunni a usare processi simili a quelli usati dai matematici nelle loro ricerche, in cui la capacità di “vedere” precede sempre qualsiasi processo di sistematizzazione. In linea con questa visione, nei percorsi di PoY, il lavoro è iniziato spesso con l’osservazione di fenomeni, forme concrete o con la manipolazione di artefatti, promuovendo e valorizzando l’esperienza sensibile, provando così a massimizzare i benefici per l’apprendimento dati dall’interazione dell’allievo con il mondo materiale. D’altra parte, come amava ripetere Emma Castelnuovo, “Le mani sono più democratiche delle testa” (Lorenzoni, 2019) e quindi, alla luce delle difficoltà linguistiche di molti degli allievi delle scuole coinvolte nel progetto, che spesso sanno parlare solo in dialetto, la manipolazione di oggetti materiali è stata anche una scelta all’insegna di inclusione e un punto di partenza anche per un lavoro di sviluppo di competenze linguistiche e argomentative.

Nel progettare le attività di PoY, ci siamo dovute confrontare con una questione tipica dei contesti educativi informali: il delicato equilibrio tra coinvolgimento emotivo, esperienza concreta, divertimento e riflessione, discussione matematiche. Nei percorsi didattici di PoY, proporre agli allievi un’attività di pura formalizzazione dei propri processi matematici e delle proprie scoperte sarebbe potuto risultare dissonante rispetto al contesto educativo di tipo informale che ci eravamo proposte di costruire. Non volendoci rinunciare, però, abbiamo dedicato una parte di ognuno dei percorsi progettati alla comunicazione, e quindi alla rievocazione, da parte degli allievi dell’attività matematica sviluppata all’interno

del proprio gruppo. L’espedito narrativo della corrispondenza con le figure del mondo istituzionale non sempre si è rivelato efficace in questo senso, in quanto gli allievi hanno spesso mostrato resistenza a rispondere per iscritto alle lettere ricevute. Sono state perciò trovate in itinere strade alternative, che rispondessero anche all’esigenza di documentare gli apprendimenti, in accordo con la terza caratteristica dei contesti di educazione matematica informale, riguardante la valutazione di progetto.

Nell’edizione pilota, all’interno del torneo a squadre creato per l’intero percorso, sono state create diverse sfide comunicative. Al termine di ogni modulo, i vari gruppi hanno realizzato e presentato a compagni e formatori dei poster, che sono stati poi valutati secondo criteri di correttezza e completezza matematica, creatività e chiarezza espositiva (Figura 9 e Figura 11).



Figura 11 – Una squadra presenta a compagni e formatori il suo cartellone relativo all’attività dei puzzle di grafici e del completamento della storia.



Figura 12 – Un gruppo di allievi con un poster su un problema affrontato alla Reggia di Capodimonte pronto per l'esposizione matematica finale.

Nell'edizione in corso, invece, al termine delle attività verrà realizzata una mostra matematica, aperta a genitori, compagni di scuola e ospiti esterni, dal mondo della scuola e dell'università. Il design della mostra si ispira all'idea di *esposizione matematica* di Emma Castelnuovo (2003). In essa, infatti, gli studenti mostreranno agli ospiti sia i manufatti che hanno costruito e utilizzato che le idee matematiche che hanno sviluppato all'interno dalla loro esperienza in PoY (Figura 12).

Esposizione. Cosa vuol dire? Il verbo "esporre" ha un doppio significato:

- 1° – *mostrare qualcosa, degli oggetti*
- 2° – *spiegare verbalmente.*

Un'esposizione matematica, da parte degli allievi, deve avere i due significati. Ora, perché questo sia possibile, l'allievo deve aver fatto suo il concetto; deve aver creato lui il concreto e l'astratto, e cioè il materiale da esporre e l'argomento da esporre verbalmente.

(Castelnuovo, 2003, p. 133)

Dalle attività per gli studenti alla formazione insegnanti

La partecipazione al progetto PoY ci ha dato la possibilità di riflettere, come insegnanti, come ricercatrici e come formatrici di insegnanti, sui nostri obiettivi nel campo dell'educazione matematica in contesti informali e, allo stesso tempo, sul ruolo dell'educazione matematica nella prevenzione dell'abbandono scolastico. Queste tematiche di ricerca sono piuttosto giovani, sebbene entrambe stiano assumendo sempre più importanza nella comunità dell'educazione matematica (Cai, 2017).

Come scritto sopra, i contesti informali sono generalmente riconosciuti per avere un potenziale nel trasmettere visioni alternative della matematica e quindi nel sostenere lo sviluppo di atteggiamenti positivi verso la disciplina, anche in una prospettiva inclusiva (Nemirovsky et al., 2017). Nelle sezioni precedenti abbiamo mostrato come abbiamo cercato di attuare questo potenziale, attraverso una progettazione che ha tenuto conto delle particolari caratteristiche culturali del territorio in cui opera PoY, rispetto agli scopi educativi, al senso per gli allievi e alle scelte metodologiche. Siamo però sempre più convinte che la sola partecipazione degli studenti - specialmente se in gravi difficoltà - a contesti educativi informali non sia sufficiente per intervenire positivamente sul loro atteggiamento nei confronti della matematica, e della scuola (Carotenuto, Manzone, & Sabena, 2019). Infatti, sebbene la ricerca ci dimostra che si è sempre in tempo per un lavoro sugli atteggiamenti (Di Martino & Zan, 2010), vediamo due ostacoli principali in questa direzione. Innanzitutto, le attività di questo tipo sono, per loro stessa natura, esperienze educative sporadiche e delimitate nel tempo, mentre un lavoro efficace sugli atteggiamenti è un processo che richiede un tempo lungo, e dunque deve necessariamente essere svolto anche a scuola. Inoltre, le attività svolte in contesti informali, sempre per loro natura, sono a livello metodologico molto distanti dalle pratiche di studio della disciplina normalmente portate avanti a scuola; ciò è ancora più evidente se le confrontiamo con un insegnamento scolastico di tipo tradizionale, ancora largamente diffuso sul territorio nazionale. Troviamo conferma di queste ipotesi nello studio di Deborah Perry (Nemirovsky et al., 2017). Da esso emerge

come bambini e adulti possano anche essere coinvolti molto positivamente in un ciclo di visite a una mostra matematica, e dichiarare di averlo apprezzato, ma allo stesso tempo non percepire alcun legame con la matematica conosciuta a scuola.

Per queste ragioni, crediamo che un lavoro efficace contro l'abbandono scolastico dovrebbe mirare ad assicurare condizioni favorevoli, per ogni studente, per costruire la propria identità matematica soprattutto all'interno della scuola e nell'orario curricolare, più che in altri luoghi e in altri momenti. A nostro avviso, in contesti socialmente svantaggiati, ciò significa innanzitutto consentire agli alunni di fare matematica a scuola affrontando compiti che siano significativi ai loro occhi, per cui possano sentirsi sufficientemente competenti e che siano in grado di coinvolgerli, insieme con i propri compagni, in un lavoro collaborativo di esplorazione e scoperta (Skovsmose, 2019). Siamo consapevoli di quanto ambizioso possa essere questo obiettivo e che esso possa essere perseguito solo attraverso un dialogo autentico tra ricercatori e insegnanti finalizzato alla ricerca comune di pratiche efficaci nel particolare contesto in cui si opera.

Alla luce di questa riflessione, durante l'edizione in corso abbiamo colto l'opportunità di coinvolgere insegnanti e tutor in un processo di formazione e co-progettazione lungo e strutturato. Ciò è stato possibile grazie ai tempi distesi di cui abbiamo beneficiato prima dell'avvio delle attività didattiche e alla grande fiducia concessaci dalla dirigente della scuola coinvolta. Abbiamo potuto così costruire un dialogo con i docenti della scuola e le tutor a partire dal mese di maggio 2019, dunque diversi mesi prima dell'avvio dei percorsi didattici a ottobre. Gli incontri sono stati dedicati a due tipi di attività: la discussione sugli scopi didattici ed educativi e la riflessione sulle metodologie didattiche, finalizzati alla realizzazione del progetto, ma guardando anche oltre, e il lavoro congiunto alla progettazione delle attività del progetto.

Sono stati coinvolti contemporaneamente tutti i docenti della scuola (16) e le tutor (6) impegnati nei percorsi di matematica, allo scopo di beneficiare al massimo dell'incontro delle diverse esperienze professionali provenienti da chi opera nella scuola primaria, da chi insegna matematica e scienze nella scuola secondaria di primo grado, da chi è insegnante di sostegno in uno dei due livelli, e infine da chi sta ultimando la

formazione iniziale. Questo incontro ha arricchito la discussione e il lavoro più teorico-metodologico e la progettazione congiunta, oltre ad aver alimentato il dialogo tra docenti della scuola che operano su livelli scolastici differenti, in prospettiva verticale.

Particolare peso durante la riflessione sulle metodologie didattiche è stato dato al lavoro sulla decostruzione di alcuni stereotipi riguardo al ruolo degli errori in attività matematiche, cercando di sviluppare un atteggiamento di curiosità e apertura nei confronti dei ragionamenti non-standard o errati dei propri alunni, che superasse un approccio puramente valutativo, per assumerne uno "interpretativo". Con alcune attività mirate allo sviluppo della "conoscenza interpretativa" degli insegnanti (Mellone et al., 2020), abbiamo infatti esplorato durante la formazione i potenziali vantaggi in termini di apprendimento matematico di perseguire con flessibilità idee e strade non previste suggerite dagli stessi allievi, provando a trarre vantaggio proprio da un'efficace gestione dei loro errori o ragionamenti non-standard, usandoli cioè nell'attività di classe come trampolini di lancio da cui costruire nuova conoscenza e consapevolezza matematica.

Riguardo alla co-progettazione delle attività, dopo aver raccolto in fase di avvio le esigenze didattiche percepite dagli insegnanti sugli argomenti matematici da affrontare e sulle principali difficoltà e potenzialità degli alunni, la prima autrice ha proposto di volta in volta delle bozze di progettazione che sono state discusse, rifinite e migliorate durante gli incontri. In questo modo la progettazione congiunta è risultata sostenibile in termini di tempo richiesto a docenti e tutor, beneficiando allo stesso tempo della professionalità e dell'esperienza sul territorio degli insegnanti.

Riflessioni conclusive

Nella sua fase pilota, su richiesta dell'ente finanziatore di PoY gli studenti sono stati sottoposti a una valutazione individuale degli apprendimenti (aspetto, questo, in contrasto con i caratteri dell'educazione matematica informale esposti sopra), svolta attraverso tre test (pre-test, test intermedio e test finale). L'analisi quantitativa dei dati mostra un certo miglioramento degli studenti che hanno partecipato più assiduamente ai percorsi, accompagnato

da una maggiore frequenza scolastica nei giorni in cui avvenivano le attività del periodo autunnale.

Al di là di risultati misurabili, vogliamo sottolineare ancora una volta la nostra convinzione nel valore di percorsi didattici come quelli proposti, non solo rispetto allo sviluppo del pensiero matematico degli allievi. Infatti, crediamo che gli ambienti educativi che mettono in gioco gli studenti in tutta la loro corporeità e con le “mani sporche”, che li invitano a porsi domande, formulare ipotesi, sostenere e ascoltare argomentazioni con spirito di collaborazione, e in cui anche i ragazzi più in difficoltà sono in grado di dare il loro contributo, siano esperienze positive per la loro crescita democratica e la loro emancipazione culturale.

Inoltre, in contrapposizione a metodologie (pur troppo ad ampia diffusione) che propongono agli allievi con difficoltà in matematica delle scorciatoie cognitive che smorzano o annullano ogni complessità, la nostra scelta di fondo è stata quella di proporre problemi e argomenti complessi, non trascurando i processi argomentativi e comunicativi (pur nella consapevolezza – e anzi anche per quella – delle grandi difficoltà linguistiche della maggior parte degli allievi). In particolare, questa scelta ci sembra coerente con un approccio didattico attento agli ideali democratici così come sottolineato in (Skovsmose e Penteado, 2012).

Tutto questo ha un valore particolare nei territori socialmente svantaggiati a cui il progetto si rivolge, ma non andrebbe sottovalutato nemmeno nei contesti più fortunati. Era dello stesso parere il matematico e pedagogista Lucio Lombardo Radice - alla cui figura è intitolato l'istituto comprensivo a cui attualmente si rivolge PoY – che, dopo aver preso parte all'esposizione matematica della scuola media Tasso organizzata a Roma da Emma Castelnuovo nel 1971, scrisse sull'*Unità*: «La matematica si dovrà insegnare così a tutti e nel più breve tempo possibile, perché la matematica è questo e non il calcolo della radice quadrata o di lunghe espressioni (...) la classe diventa un collettivo, libero, operoso, collaborativo» (Capocci, 2019).

Un secondo aspetto che vogliamo sottolineare qui riguarda il grande potenziale che un progetto come PoY può avere per lo sviluppo professionale degli insegnanti coinvolti e, a ricaduta, sui loro studenti anche futuri. Infatti, grazie al supporto organizzativo

ed economico offerto dal progetto, è possibile per insegnanti e tutor riflettere e sperimentare approcci metodologici che sono molto diversi dalle pratiche didattiche largamente diffuse a scuola e spesso inefficaci. Inoltre, uno dei principali punti di forza di un corso di formazione insegnanti all'interno di un progetto come PoY è a nostro avviso quello di essere orientato alla progettazione e alla creazione di spazi informali di educazione matematica, in cui bambini e ragazzi partecipano volontariamente. In fase di realizzazione, infatti, ogni allievo che decide di non partecipare più ai percorsi didattici rappresenta una sconfitta per tutti gli attori del progetto. La caratteristica di volontarietà della partecipazione non solo richiede, ma rende obbligatoria, una riflessione da parte di ricercatori, insegnanti e tutor sul significato delle attività matematiche che si offrono a bambini e ragazzi e sulla loro accessibilità a tutti gli allievi. Non è questo un compito a cui tutti gli educatori dovrebbero prestare molta attenzione? Soprattutto in un territorio ad alto tasso di dispersione scolastica, ma anche altrove e a ogni livello di istruzione?

Ringraziamenti

Desideriamo ringraziare l'associazione Next-Level e tutti coloro che hanno dato il loro contributo per la realizzazione delle attività di matematica di PoY, nell'edizione pilota e in quella in corso, con passione e professionalità. Per l'edizione pilota, ringraziamo il borsista Daniele Manzone e tutti i docenti della scuola “Virgilio IV” che hanno preso parte al progetto, la dirigente Lucia Vollaro e i tutor Christian Bisogni, Simone Esposito, Luisa Ferrara, Miriana Gagliano, Ivano Vettigli. Per l'edizione in corso, siamo grati a tutti i docenti dell'istituto “Radice Sanzio Ammaturo” che stanno partecipando a PoY, alla dirigente Filomena Nocera, alla responsabile delle tutor per le attività di matematica Rosalia Lo Sapio e alle tutor Ilaria Grande, Maria Guadagno, Luciana Sammarco, Claudia Spada, Chiara Spedaliere.

BIBLIOGRAFIA

- ARZARELLO, F., & ROBUTTI, O. (2009). Embodiment e multimodalità nell'apprendimento della matematica. *Insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 32, A-B n. 3, pp. 243-268.

- CAI, J. (2017). (Ed.). *Compendium for Research in Mathematics Education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- CAPOCCI, A. (2019, 21 aprile). La realtà dei campi senza riga e compasso. *Il Manifesto*. Reperibile online al sito: <https://ilmanifesto.it/la-realta-dei-campi-senza-riga-e-compasso/>
- CAROTENUTO, G., MANZONE, D., & SABENA, C. (2019). Educazione matematica informale: un'esperienza nel quartiere di Scampia a Napoli. In E. Luciano, M. Oggero & C. Sabena (Eds.), *Conferenze e seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2018-2019*. Savigliano, Italy: L'Artistica Editrice.
- CASTELNUOVO, E. (1963). *Didattica della matematica*. Firenze: La Nuova Italia.
- CASTELNUOVO, E. (2003). Le esposizioni di matematica. Perché?. *Atti del Convegno Emmatematica. L'insegnamento di Emma Castelnuovo: «Vedere oltre le figure e i numeri»*, Liceo Scientifico A. M. Enriques Agnoletti, Sesto Fiorentino, 26 ottobre 2001. Firenze: Edifir, pp. 133-153.
- CUSI, A., MORSELLI, F., & SABENA, C. (2017). Promuovere strategie di valutazione formativa in Matematica con le nuove tecnologie: l'esperienza del progetto FaSMEd. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, vol. 9, n. 14, *Strategie e metodologie didattiche in Matematica e nelle Scienze*, pp. 91-107.
- DI MARTINO, P., & ZAN, R. (2010). 'Me and maths': towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teachers Education*, vol. 13, n. 1, pp. 27-48.
- EKICI, CELIL, PLYLEY, CHRIS, ALAGÖZ, CIDEM, e HENRY, MICHEAL (in stampa). Professional development of mathematics and science teachers with culturally responsive interdisciplinary modeling practices. In H. Borco & D. Portati (Eds.), *Proceedings of ICMI Study 25, Lisbon, Portugal, 3-7 February 2020*.
- FERRARA, F. (2012). Sensori di moto e didattica della matematica: Esperienze dalle classi. *Bricks*, vol. 2, n. 4, pp. 129-136.
- Gay, G. (2010). *Culturally responsive teaching: Theory, research, and practice*. Teachers College Press.
- LAKOFF, G., & NÚÑEZ, R. (2000). *Where mathematics come from? How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- LORENZONI, F. (2019). *I bambini ci guardano*. Sellerio Editore Palermo.
- MELLONE, M., MIGUEL RIBEIRO, JAKOBSEN, A., CAROTENUTO, G., ROMANO, P., & PACELLI, T. (2020): Mathematics teachers' interpretative knowledge of students' errors and non-standard reasoning. *Research in Mathematics Education*, doi: 10.1080/14794802.2019.1710557.
- MELLONE, M., SABENA, C., CAROTENUTO, G., GAGLIANO, M., BISOGNI, C., & LO SAPIO, R. (2019). Informal Mathematical education contexts to prevent the school drop-out. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien, & P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4), p. 163. Pretoria, South Africa: PME.
- NEMIROVSKY, R., KELTON, M. L., & CIVIL, M. (2017). Towards a vibrant and socially significant informal mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, pp. 968-980, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.
- RADFORD, L., ARZARELLO, F., EDWARDS, L., & SABENA, C. (2017). The Multimodal Material Mind: Embodiment in Mathematics Education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, (pp. 700-721). Reston, VA: NCTM.
- SKOVSMOSE, O., & PENTEADO, M. G. (2012). Mathematics education and democracy: an on-going challenge, *International Journal for Mathematics in Education*, vol. special issue, n. 4, pp. 15-29. Reperibile online al sito: http://www.hms.gr/sites/default/files/subsites/publications/issues_files/HMS_i_JME_vol4_0.pdf.
- SKOVSMOSE, O. (2019). Inclusions, Meetings and Landscapes. In D. Kolloosche, R. M. J. de Souza, M. Knigge, M. G. Penteado, & O. Skovsmose (Eds.), *Inclusive Mathematics Education*, pp. 71-84. Springer Nature Switzerland AG.
- VARELA, F., THOMPSON, E., & ROSCH, E. (1991). *The embodied mind: Cognitive science and human experience*. Cambridge, MA: MIT Press.



Gemma Carotenuto

Gemma Carotenuto è assegnista presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" dell'Università di Napoli Federico II e docente del corso di "Matematica di base e didattica della matematica" per il corso di laurea in Scienze della formazione primaria dell'Università di Salerno. Nel 2015 ha conseguito un dottorato di ricerca in matematica con una tesi in teoria degli insiemi. Attualmente, i suoi principali interessi di ricerca riguardano i contesti informali di apprendimento matematico, la formazione insegnanti di ogni livello scolastico e l'educazione matematica nella scuola dell'infanzia.



Maria Mellone

Maria Mellone è Professore Associato presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" dell'Università Federico II di Napoli ed è anche docente del corso di Didattica della matematica, per il corso di laurea in Scienze della formazione primaria presso l'Università Suor Orsola Benincasa di Napoli. I suoi principali interessi di ricerca riguardano l'educazione matematica con particolare attenzione ai fattori culturali delle diverse prassi didattiche, la formazione insegnanti con attenzione allo sviluppo di capacità interpretativa delle risposte degli studenti e l'apprendimento della matematica in contesti sociali svantaggiati.



Cristina Sabena

Cristina Sabena è Professore Associato presso il Dipartimento di Filosofia e Scienze dell'Educazione dell'Università di Torino, dove è docente di Fondamenti e didattica della matematica per il Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria da diversi anni. Le sue ricerche vertono principalmente sul ruolo del corpo, degli strumenti e dei segni nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica e sullo sviluppo di competenze argomentative, anche con strumenti di valutazione formativa.



Paola Lattaro

Paola Lattaro è laureata in Matematica all'Università di Napoli Federico II ed è insegnante di matematica presso l'Istituto professionale "G. Rossini" di Napoli e nella terza media della scuola sperimentale "Dalla Parte dei Bambini". Inoltre è socia fondatrice dell'associazione "Matematici per la città" ed è docente del laboratorio "Passeggiate matematiche: guardare la città con occhi nuovi" nel corso di laurea di Scienze della Formazione Primaria dell'Università di Napoli Suor Orsola Benincasa.