

---

# *Matematica, Cultura e Società*

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

CLAUDIO BERNARDI, ANTONIO VEREDICE

## **La logica nei test di ingresso**

*Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 5*  
(2020), n.2, p. 143–156.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI\\_2020\\_1\\_5\\_2\\_143\\_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2020_1_5_2_143_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



# La logica nei test di ingresso

CLAUDIO BERNARDI

Sapienza, Università di Roma

E-mail: claudio.bernardi@fondazione.uniroma1.it

ANTONIO VEREDICE

Sapienza, Università di Roma

E-mail: antonio.veredice@uniroma1.it

**Sommario:** *Nei test per l’ammissione ai vari corsi di laurea universitari compaiono spesso quesiti di logica. Purtroppo, in questo contesto la parola logica non ha un significato univoco; e non sempre le varie precisazioni presenti nella descrizione preliminare del test sono davvero d’aiuto. Cercheremo di inquadrare il discorso sia esaminando la struttura di vari test, sia ripercorrendo alcuni momenti rilevanti sul piano storico. Porremo particolare attenzione alle domande contenute nei test per l’ingresso a Medicina e Chirurgia, sia per la maggiore risonanza sociale di questa prova, sia perché in alcuni anni (come il 2019) le domande di logica possono apparire davvero poco convincenti. Concluderemo con alcune considerazioni sulla stesura di un test, sempre con particolare attenzione alla logica.*

**Abstract:** *Logic questions often appear in the tests for admission to the various university degree courses. Unfortunately, in such a context the word logic has an ambiguous meaning, and information in the preliminary description of the test is not always helpful to clarify what a logical question is. In this paper we will discuss the structure of different tests and examine several examples of logical questions; we will briefly consider also an historical perspective. In particular, we shall focus on questions taken from Medicine and Surgery admission test, both for the wide mediatic echo of such a test and because in some years (like 2019) logical questions may seem really inadequate. Finally, we provide some suggestions on how to set up a question in a test, with special attention to logic.*

Conoscete il famoso paradosso attribuito a Thomas Huxley secondo il quale “la quantità di latte prodotto in Inghilterra è direttamente proporzionale al numero delle vecchie zitelle esistenti nel paese”? Noi no. L’unico riferimento che siamo stati in grado di trovare su tale paradosso è nel test di ingresso a Medicina del 2019, proposto come ogni anno dal Ministero. In una domanda del test, nella sezione denominata “ragionamento logico e cultura generale”, si riporta questo “famoso” (sic) paradosso e si illustra il ragionamento come segue.

*“Infatti spiega Huxley, il latte, come ben noto è prodotto dalle mucche che ne producono tanto più*

*quanto più trifoglio possono mangiare. Gli insetti che favoriscono l’impollinazione del trifoglio sono i bombi, i cui nidi sono spesso distrutti dai topi. I più feroci nemici dei topi sono i gatti che, come è ben noto, sono protetti... dalle vecchie zitelle! Quindi più zitelle più gatti, più gatti meno topi, meno topi più bombi, più bombi più trifoglio per le mucche, più mucche più latte”.*

All’aspirante studente di medicina viene chiesto di individuare se questo tipo di ragionamento “logico” può essere denominato *deduzione, abduzione, induzione, modus ponens o modus tollens*. Colui che non sa cosa siano l’abduzione, il modus ponens e il modus tollens forse si salva perché, fra induzione e deduzione, il ragionamento precedente ha certamente un “sapore” deduttivo; ma se per caso uno studente ha qualche conoscenza in più...

*Accettato: il 22 luglio 2020.*

Torneremo nel seguito sul quesito precedente (Esempio 13). L'abbiamo citato in apertura per introdurre il problema generale che intendiamo discutere: da un lato è giusto che un test di ingresso comprenda quesiti di logica, ma, di fatto, le domande di logica risultano spesso lunghe e poco convincenti.

Precisiamo subito che lo scopo del nostro articolo non è strettamente polemico: non mancheranno critiche, ma cercheremo anche di confrontare, di classificare, di avanzare qualche proposta. In particolare cercheremo via via di chiarire che cosa si intende per *logica* nei test: rientrano senz'altro sotto questa voce proprietà dei connettivi (“e”, “o”, “non”, “implica”) e dei quantificatori (“per ogni”, “esiste”), e anche, in generale, i modi in cui si articola un ragionamento; ma, come vedremo, sono presenti altre tipologie fra i quesiti di logica. Proprio perché non abbiamo intenzioni polemiche, preferiamo un'esposizione tranquilla evitando toni indignati e atteggiamenti censori.

Ci occuperemo quasi esclusivamente di test assegnati in Italia, senza cercare di stabilire confronti con test assegnati all'estero, anche perché i contesti sono inevitabilmente diversi.

### Lo scopo dei test di ingresso

I test di ingresso universitari hanno lo scopo di valutare conoscenze e competenze degli studenti che vogliono intraprendere le varie strade offerte dagli atenei.

Nei corsi ad accesso libero il test dà l'opportunità allo studente di controllare la propria preparazione e attitudine a seguire un dato percorso di studi (si parla, appunto, di test *attitudinale*); allo stesso tempo il test fornisce all'università le informazioni necessarie a predisporre, per gli studenti che ne abbiano bisogno, specifiche strategie di orientamento e recupero. In particolare è stato istituito in molti atenei il sistema degli OFA (Obblighi Formativi Aggiuntivi), una sorta di debiti formativi che devono essere sanati per mezzo di corsi online o prove d'esame.

Nel caso dei corsi di laurea ad accesso programmato entra in gioco, inoltre, l'esigenza di operare una selezione degli studenti, in base alle loro conoscenze, capacità, abilità e attitudini. A favore di

questa selezione si citano di solito le motivazioni seguenti. Il numero degli accessi deve essere programmato in modo che le strutture e le risorse disponibili negli atenei corrispondano al numero di studenti che ne usufruiranno; inoltre, il numero di persone formate per un dato percorso lavorativo deve essere adeguato agli spazi che il mondo del lavoro offre.

Fra i corsi di laurea ad accesso programmato distinguiamo quelli ad accesso programmato locale (in cui il singolo ateneo decide, in autonomia, di accogliere solo un numero determinato di studenti istituendo un test di ammissione) e quelli ad accesso programmato a livello nazionale.

### I test non sono tutti uguali

In questo articolo ci occupiamo di *test attitudinali*, ma altri test sono usati per la *valutazione* di singoli studenti, o di gruppi di studenti, o di sistema (come le prove Invalsi e i test PISA); altri test sono assegnati nelle *gare* di matematica o nelle prove INdAM per matricole di Matematica.

Tutti i test citati contengono spesso domande di logica, ma le finalità e le caratteristiche generali sono diverse.

In una gara di matematica si pongono domande che possano mettere in evidenza l'inventiva dei candidati, la loro capacità di elaborare strategie in una situazione inattesa. Nelle prove di valutazione ci si propone, invece, di verificare se determinati contenuti o competenze, oggetto dell'attività didattica, siano stati adeguatamente appresi.

Da notare anche che in una gara è accettabile un quesito a cui risponda correttamente una piccola percentuale dei concorrenti: quel quesito, infatti, potrà contribuire a sgranare la graduatoria nella parte alta della classifica. Invece, in test *attitudinali* non c'è la necessità di evitare ex aequo nelle prime posizioni e, di conseguenza, è scarsamente utile un quesito a cui la netta maggioranza dei candidati risponde in modo errato. Come esempio riportiamo il quesito seguente tratto dalla gara a squadre svoltasi a Roma nel 2006. Si tratta di una variante del cosiddetto *test di Wason* ideato dallo psicologo cognitivo P. C. Wason nel 1966 ([14], si veda anche [12]).

### ESEMPIO 1 – (Gara a Squadre – Roma 2006)

Sopra il tavolo di un mago sono appoggiate quattro carte. Su ogni faccia di ciascuna carta è scritto un numero intero positivo. Le carte ci appaiono come nella figura seguente.



Il mago afferma che «se in una delle due facce di una carta è scritto un numero pari, allora nella faccia opposta di quella carta c'è un multiplo di 3». Per controllare se il mago dice il vero, sarà sufficiente rovesciare le carte che mostrano i numeri

- (A) 3 e 5
- (B) 4 e 6
- (C) 3, 5, 6
- (D) 4, 5, 6
- (E) 3, 4, 6

La risposta giusta è la D. Infatti il mago dice il falso se c'è almeno una carta con un numero pari su una faccia e un numero non multiplo di 3 sulla faccia opposta. Basta quindi guardare il numero sulla faccia opposta delle carte con il 4 e con il 6 (per controllare che sia un multiplo di 3) e il numero sulla faccia opposta della carta con il 5 (per controllare che sia dispari).

Si noti che l'implicazione “se in una delle due facce di una carta è scritto un numero pari, allora nella faccia opposta c'è un multiplo di 3” non equivale all'implicazione inversa “se in una faccia c'è un multiplo di 3 allora nella faccia opposta c'è un numero pari”.

Aggiungiamo qualche informazione. La Gara a squadre romana coinvolge ogni anno ottanta-novanta scuole superiori del Lazio. Ogni scuola è rappresentata da una squadra di otto studenti che svolgono gli esercizi in collaborazione; le domande sono tutte a risposta multipla (si veda il link <https://www.mat.uniroma1.it/olimpiadi>). Durante la gara del 2006, solo 6 squadre su 82 hanno risposto correttamente a questa domanda.

Nel seguito restringeremo la nostra attenzione alle prove di accesso all'Università, senza occuparci di altri test usati in ambito educativo. Pertanto non

prenderemo in considerazione ricerche di carattere generale sui test, perché preferiamo concentrarci su un tema specifico.

### Quali sono i test e chi li redige

Circa 50 università in Italia hanno liberamente aderito al CISIA (*Consorzio Interuniversitario Sistemi Integrati per l'Accesso*) che si occupa dei test d'ingresso. I test CISIA riguardano corsi di laurea ad accesso libero o ad accesso programmato locale.

Nei corsi di laurea ad accesso programmato nazionale il Ministero fissa la data del test d'ingresso, unica per tutte le sedi. In alcuni casi, come per Scienze della Formazione Primaria, il Ministero si limita a fornire un quadro di riferimento per la prova (tempi, numero di domande, struttura del test), ma i contenuti sono stabiliti dalle singole sedi; in altri casi, come nel caso di Medicina e Chirurgia, Odontoiatria e Protesi Dentaria, il Ministero decide le domande del test.

### Informazioni a disposizione degli studenti per l'accesso a Medicina

Informazioni sulle prove di accesso a Medicina e Chirurgia si possono trovare nei bandi delle diverse università. Esempi di test degli anni passati sono disponibili in un'apposita pagina web del Ministero dell'Istruzione ([https://accessoprogrammato.miur.it/2019/ME\\_HP.html](https://accessoprogrammato.miur.it/2019/ME_HP.html)), nelle pagine web di alcuni atenei (come [www.unife.it/facolta/medicina/corsi-di-studio/test\\_ammissione/](http://www.unife.it/facolta/medicina/corsi-di-studio/test_ammissione/)) e nei molti siti che si occupano di ammissione alle università (per esempio [www.testbusters.it/test-passati/](http://www.testbusters.it/test-passati/); [www.alphatest.it](http://www.alphatest.it), [www.dotto.me/test-di-ammissione/prove-di-medicina/](http://www.dotto.me/test-di-ammissione/prove-di-medicina/)).

Vediamo quanto riportato nei Decreti Ministeriali del 28 Marzo 2019 e del 16 Giugno 2020, che definiscono le modalità e i contenuti delle prove di ammissione ai corsi di laurea ad accesso programmato nazionale, riguardo alle prove di ammissione ai corsi di laurea magistrale in Medicina e Chirurgia (c'è qualche variazione di anno in anno, ma non rilevante ai nostri fini). La prova consiste in 60 domande da svolgere in 100 minuti; pertanto, un candidato può dedicare, in media, meno di due minuti a domanda. Lo studente che svolge la prova non sa quante risposte corrette gli serviranno per

essere ammesso e quindi proverà a rispondere al maggior numero possibile di quesiti, anche se per le risposte errate è prevista una penalità di  $-0,4$  punti a fronte di  $1,5$  punti per ogni risposta corretta.

Di queste 60 domande, 10 sono di ragionamento logico. Nella sezione ragionamento logico viene accertata la “capacità di usare correttamente la lingua italiana in diversi contesti e scopi e di completare logicamente un ragionamento, in modo coerente con le premesse, che vengono enunciate in forma simbolica o verbale attraverso quesiti a scelta multipla [...] I quesiti vertono altresì su casi o problemi, anche di natura astratta, la cui soluzione richiede l'adozione di forme diverse di ragionamento logico”.

Non si parla di conoscenze specifiche su argomenti di logica matematica; tuttavia, analizzando alcuni quesiti tratti dai test di ammissione di vari anni ci accorgiamo che le cose non stanno esattamente così.

#### ESEMPIO 2 – (Medicina 2018)

Se l'enunciato “Se continui a gridare, perderai la voce” vale  $[A \rightarrow B]$  e l'enunciato “Non risolverai il problema” vale  $[\sim C]$ , allora l'enunciato “Se continui a gridare, non solo non risolverai il problema, ma perderai la voce” vale:

- A)  $[A \rightarrow [(\sim C) \wedge B]]$
- B)  $[A \rightarrow [\sim [(\sim C) \wedge B]]]$
- C)  $[A \rightarrow [(\sim C) \wedge (\sim B)]]$
- D)  $[A \rightarrow [(\sim C) \rightarrow B]]$
- E)  $[A \rightarrow [(\sim C) \wedge (\sim B)]]$

La risposta giusta è la A. Il quesito riguarda sia la formalizzazione del linguaggio sia l'uso di simboli logici. Sicuramente il candidato che ha dimestichezza con la gestione dei connettivi è avvantaggiato. Il testo presenta molti punti discutibili. Innanzitutto, troviamo infelice la sovrapposizione tra l'uso delle lettere A, B, C per indicare sia alcune tra le opzioni di risposta sia le lettere proposizionali, cosa che può indurre confusione nel candidato. Notiamo inoltre che il simbolo di congiunzione  $\wedge$  viene dato per scontato e il simbolo  $\sim$  per indicare la negazione è desueto. Infine l'uso delle parentesi è decisamente anomalo. Nel distrattore E), la prima parentesi quadra si apre e non si chiude; a parte ciò, la risposta E) e la risposta C) sarebbero identiche, salvo una parentesi quadra al posto di una tonda; inoltre

appare ridondante l'uso sistematico di parentesi esterne.

#### ESEMPIO 3 – (Medicina 2019)

Le tavole di verità sono tabelle usate nella logica per determinare se, attribuiti i valori di verità alle proposizioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Le tavole di verità della disgiunzione “o” ( $\vee$ ), della doppia implicazione ( $\Leftrightarrow$ ) e della negazione “non” ( $\neg$ ) sono rispettivamente:

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	B	$A \Leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A	$\neg A$
V	F
F	V

Qual è la tavola di verità della proposizione

$$P: ((A \vee (\neg B)) \Leftrightarrow B)?$$

A) 

A	B	P
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

B) 

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

C) 

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

D) 

A	B	P
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

E) 

A	B	P
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

La risposta giusta è la B. Vale il discorso dell'esempio precedente, in modo persino più netto: uno studente, anche bravo, che non ha mai visto le tabelle di verità, non è in grado, nel poco tempo a disposizione, di individuare la tavola giusta.

### Informazioni a disposizione degli studenti per l'accesso ad altri corsi di laurea

Una fonte importante di informazioni riguardo le prove di accesso è il sito del CISIA che organizza diversi tipi di test denominati TOLC (Test OnLine Cisia); la presenza della logica in questi test è diversificata a seconda dell'area disciplinare.

Ad esempio il TOLC-SU, test per l'accesso ai corsi di studi umanistici, e il TOLC-E, per l'accesso a economia, contengono una sezione denominata "Ragionamento logico" (10 quesiti su 80 per il TOLC-SU e 13 su 66 per il TOLC-E) in cui *"le domande sono volte a saggiare le attitudini dei candidati piuttosto che accertare acquisizioni raggiunte negli studi superiori. Esse non richiedono, quindi, una specifica preparazione preliminare"*.

Riportiamo un paio di esempi tratti da tali test.

#### ESEMPIO 4 – (TOLC SU, esempio di prova)

Consideriamo le seguenti affermazioni:

- Tutti i matematici sono distratti
- Luigi ama nuotare
- Tutte le persone che amano nuotare sono distratte

Se queste affermazioni sono vere, quale altra, tra le seguenti affermazioni è necessariamente vera?

- A. Tutte le persone distratte amano nuotare
- B. Luigi è un matematico
- C. Tutte le persone distratte sono matematici
- D. Luigi è distratto
- E. Tutti i matematici amano nuotare

La risposta giusta è la D. Il quesito fa riferimento alla riflessione sul linguaggio e alla sua formalizzazione, senza tuttavia introdurre alcun simbolo come accade invece nei due quesiti precedenti. Ciò può farlo apparire più semplice, ma non bisogna trascurare altri aspetti. Se analizziamo le frasi "tutti i

matematici sono distratti", "tutte le persone che amano nuotare sono distratte" ecc. viene abbastanza naturale pensare ad una formalizzazione che faccia ricorso ai *quantificatori* (in particolare al quantificatore universale  $\forall$ ) e all'*implicazione* ("se ... allora ..."). Da ciò deriva che, per rispondere a un quesito simile, si incontrano le tipiche difficoltà legate alla gestione dell'implicazione diretta e inversa: la frase "tutti i matematici sono distratti", contiene una quantificazione universale esplicita e, implicitamente, l'implicazione "se una persona è un matematico allora è distratta", che non equivale alla sua inversa "se una persona è distratta allora è un matematico". Quindi dalle premesse "Luigi ama nuotare", "tutte le persone che amano nuotare sono distratte" (cioè "se una persona ama nuotare allora è distratta") e "tutti i matematici sono distratti" (cioè "se una persona è un matematico allora è distratta") non si può concludere che "Luigi è un matematico" (risposta B).

Senza fare un esplicito ricorso alla formalizzazione con implicazione e quantificatori, si arriva rapidamente alla risposta corretta per assonanza con il classico sillogismo "Tutti gli uomini sono mortali; Socrate è un uomo. Dunque Socrate è mortale", la cui struttura si ritrova esattamente nel quesito. Invece la risposta B poteva trarre in inganno chi fosse tentato di legare le tre premesse in una sorta di "inferenza totale" con un sillogismo più lungo.

Nella domanda è presente l'avverbio "necessariamente" che potrebbe far pensare al coinvolgimento di nozioni di logica modale nella risoluzione del quesito. In effetti la presenza di tale avverbio è inessenziale: per rispondere non servono conoscenze di logica modale, mentre, come abbiamo visto, può essere utile una qualche familiarità con la logica dei predicati o con i sillogismi.

Vediamo un esempio tratto dal TOLC-E.

#### ESEMPIO 5 – (TOLC E, 2012)

Vogliamo dimostrare che tutte le volte che una funzione soddisfa la proprietà A oppure la proprietà B, essa viola la proprietà C oppure viola la proprietà D. È possibile dimostrare questa affermazione mostrando che:

- A. quando una funzione soddisfa la proprietà A, essa viola la proprietà C

- B. quando una funzione soddisfa la proprietà A e la proprietà B, essa viola sia la proprietà C che la proprietà D
- C. quando una funzione soddisfa sia la proprietà C che la proprietà D, essa viola sia la proprietà A che la proprietà B
- D. quando una funzione soddisfa sia la proprietà C che la proprietà D, essa viola la proprietà A oppure la proprietà B
- E. esiste una funzione che soddisfa la proprietà A e viola la proprietà C

La risposta giusta è la C. Anche in questo caso, come negli esempi 2 e 3, le lettere A, B, C e D indicano sia le opzioni di risposta sia le proprietà della funzione. A tal proposito osserviamo che nella soluzione al quesito, riportata nel sito del CISIA, le quattro proprietà A, B, C, D vengono rinominate I, II, III e IV “per non fare confusione”. Ma c’è un altro punto discutibile nel quesito precedente. Che cosa significa “è possibile dimostrare” nell’ultima riga prima delle opzioni di risposta? Più precisamente, abbiamo un’affermazione  $P$  di partenza; viene chiesto se “è possibile dimostrare  $P$  mostrando che vale un certo fatto  $Q$ ”. Non si sta dicendo che  $P$  e  $Q$  devono risultare equivalenti, ma solo che, mostrando  $Q$ , arriviamo anche a una dimostrazione di  $P$  (e questa è solo una possibile strada per arrivare a  $P$ ).

Il quesito, di per sé, è corretto, perché non ci sono comunque altre opzioni di risposta giuste. Non sappiamo se gli estensori della domanda fossero consapevoli del fatto che non si chiede di individuare un enunciato equivalente a quello iniziale. Tuttavia, il modo in cui è presentato il testo può aver fatto perdere tempo (e forse proprio agli studenti più attenti).

Vediamo come si può affrontare il quesito. Pur non essendo presente nessun richiamo al simbolismo della logica, sembra utile formalizzare nel modo seguente:

$$(A \vee B) \rightarrow (\neg C \vee \neg D)$$

Questa implicazione equivale alla sua contronominale:

$$\neg(\neg C \vee \neg D) \rightarrow \neg(A \vee B)$$

la quale, per le leggi di De Morgan, corrisponde all’implicazione:

$$(C \wedge D) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$$

cioè alla risposta C. L’esempio ci sembra interessante perché mostra come quesiti di logica che all’apparenza possono essere risolti usando il buon senso e riflettendo accuratamente sul linguaggio sono comunque impegnativi senza un’adeguata formalizzazione. Tale circostanza emerge anche dai commenti al quesito riportati nel sito CISIA ([www.cisiaonline.it/publicazione-cisia-economia-2012.htm](http://www.cisiaonline.it/publicazione-cisia-economia-2012.htm)) e dalla bassa percentuale di risposte corrette (10,94%).

A proposito di equivalenze ed implicazioni riportiamo anche il seguente quesito.

#### ESEMPIO 6 – (Medicina 2018)

Quale/i delle seguenti regole di sostituzione è/sono corretta/e:

- 1) *tutti gli X sono Y* si può sostituire con *qualche Y è X*
- 2) *nessun X è Y* si può sostituire con *nessun Y è X*
- 3) *qualche X è Y* si può sostituire con *tutti gli Y sono X*

- A) la prima e la seconda
- B) la prima e la terza
- C) tutte
- D) nessuna
- E) solo la seconda

La risposta considerata giusta è la A (la prima e la seconda). C’è però un paio di obiezioni a tale risposta. Innanzitutto, cosa si intende con “regola di sostituzione”: dire che un’espressione  $E$  si può sostituire con un’altra espressione  $F$  vuol dire che  $E$  ed  $F$  sono equivalenti? Allora, a ben guardare, la regola di sostituzione 1) e la regola di sostituzione 3) sono la stessa regola: quindi se è corretta la 1) deve essere corretta anche la 3).

In effetti, in questo contesto non ci si riferisce a una regola di sostituzione come a una relazione di equivalenza, ma come a una regola che fa passare da  $E$  a  $F$ , e non necessariamente viceversa. Tenendo conto di ciò sarebbe stata più appropriata (e anche più breve) una formulazione del tipo seguente:

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono corretta/e:

- 1) *Se tutti gli X sono Y allora qualche Y è X*
- 2) *Se nessun X è Y allora nessun Y è X*

...

La seconda obiezione riguarda invece la correttezza della risposta. L'affermazione "se tutti gli X sono Y allora qualche Y è X" è corretta solo se esistono elementi di tipo X o, in altri termini, se X corrisponde a un insieme non vuoto. Dire che ogni UFO (inteso come nave spaziale manovrata da alieni) è un oggetto che vola è ben diverso dall'affermare che qualche oggetto che vola è un UFO (nel secondo caso sto affermando l'esistenza degli UFO). Se si vuole un esempio più canonico, affermare che ogni controesempio alla validità della congettura di Goldbach è un numero pari non equivale ad affermare che qualche numero pari è un controesempio alla congettura di Goldbach.

Si noti che questo tipo di errore ha una lunga e nobile tradizione, lo ritroviamo già in Aristotele e nella filosofia medievale. I logici terministi del Medioevo avevano dato un nome, "Darapti", ai sillogismi del tipo

Premessa maggiore: Ogni M è P

Premessa minore: Ogni M è S

Conclusione: Qualche S è P

corretto solo in una semantica in cui gli elementi M formano un insieme non vuoto. In logica, attualmente, tale sillogismo non viene considerato un ragionamento valido (si veda il primo volume di [5]), anche se nella pratica matematica capita spesso, parlando ad esempio di strutture, di sottintendere che si fa riferimento a strutture non vuote (un esempio tipico è dato da una nota condizione perché un sottoinsieme di un gruppo sia un sottogruppo).

Proseguiamo nell'analisi di conoscenze e competenze richieste agli studenti per affrontare le domande di logica in altri TOLC.

Nel TOLC-B, test per l'accesso ai corsi di studio in biologia, le domande di logica fanno parte della sezione matematica nella quale sono richieste, fra l'altro, le competenze seguenti: *in una certa situazione e date certe premesse, stabilire se un'affermazione è vera o falsa (deduzione). Negare un'affermazione data. Interpretare le locuzioni "condizione necessaria", "condizione sufficiente" e "condizione necessaria e sufficiente".* C'è da notare che le domande di matematica di base sono 20 su 80 e ci sono altre sei aree della matematica oltre a logica e linguaggio (numeri, algebra, geometria, funzioni-

grafici-relazioni, combinatoria e probabilità, modellizzazione-comprensione-rappresentazione e soluzione di problemi).

Anche nel TOLC-S, per l'accesso ai corsi di studio in scienze, c'è una sezione di logica all'interno di matematica di base; tuttavia a differenza di biologia, c'è anche una sezione a parte denominata "ragionamento e problemi" in cui vengono presentati *"problemi che richiedono di collegare dati e conoscenze in modi non immediati e di fare deduzioni logiche di qualche complessità. Per esempio, si può chiedere di stabilire se un certo enunciato, o la sua negazione, è conseguenza logica di altri enunciati, nei quali sono usati i termini: se, allora, tutti, nessuno, qualche, almeno uno. Questo tipo di quesiti può essere collocato in un contesto matematico o in un contesto di comune conoscenza quotidiana. Le conoscenze matematiche previste nei primi quattro anni delle scuole secondarie superiori di ogni tipo sono comunque sufficienti per rispondere ai quesiti".* Queste domande sono 10 su un totale di 80; inoltre anche la sezione di "Comprensione del testo" presenta interessanti spunti di riflessione che riguardano la logica: *Il modulo valuta la capacità di comprendere brevi testi, in particolare di argomento scientifico. [...] Per rispondere ai quesiti è necessario capire la struttura logica e sintattica della domanda e delle opzioni di risposta, utilizzare il linguaggio naturale, il linguaggio matematico e diversi tipi di rappresentazioni grafiche, traducendo da un linguaggio all'altro.* Le domande di comprensione del testo sono altre 10 su 80; quindi le competenze logiche vengono valutate in maniera decisamente più approfondita rispetto al test precedente.

Infine il TOLC-F, test per l'accesso ai corsi di Farmacia e Chimica e Tecnologie Farmaceutiche e ad alcuni corsi in ambito tecnico, scientifico e delle scienze motorie, presenta, oltre a una sezione di matematica, una sezione esplicitamente di logica (6 quesiti su 80) nella quale gli argomenti richiesti sono *Logica delle proposizioni. Concetto di condizione necessaria o sufficiente. Interpretazione di vari tipi di rappresentazioni grafiche e tabelle. Ragionamenti su concetti di matematica elementare.* Quindi in questo caso sembra che, al contrario dei test precedenti, siano alcuni argomenti matematici a rientrare nella sezione di logica piuttosto che il viceversa.

Ultima annotazione: nel sito CISIA è possibile esercitarsi sui quesiti dei vari test in un'apposita area detta "area esercitazione", tranne che per i test TOLC-B forse perché in alcuni casi, come Scienze biologiche alla Sapienza, l'accesso è programmato.

### **Che cosa si intende per logica nei test d'ingresso?**

Sulla base degli esempi esaminati e delle informazioni relative ai test possiamo individuare quattro *tipologie di quesiti di logica* in un test di ingresso, senza escludere che uno stesso quesito rientri in più di una tipologia:

- 1) quesiti che si risolvono usando il ragionamento "logico" e prestando attenzione al linguaggio; la formalizzazione del linguaggio non è strettamente necessaria ma può rivelarsi utile;
- 2) quesiti che contengono termini o concetti specifici tratti dalla logica che potrebbero essere stati oggetto di studio nella scuola secondaria durante le ore di matematica o di filosofia (connettivi, tavole di verità, sillogismi, modus ponens, ...);
- 3) quesiti che contengono domande di ambito matematico o scientifico a cui si può rispondere senza particolari tecnicismi (in particolare senza calcoli), ma piuttosto mediante l'applicazione di inferenze spesso deduttive;
- 4) problemi che si risolvono facendo ricorso a rappresentazioni varie (schemi, grafici, tabelle, ...).

### **L'inserimento della logica non è sempre coerente con le finalità del test**

Per evitare equivoci, cerchiamo di chiarire il nostro parere.

Quando si deve operare una selezione, è sicuramente utile il ricorso a un test a risposta multipla; e, fra le diverse domande, è opportuno che trovino posto quesiti di logica. In effetti, la logica può risultare utile ai fini di una selezione in base ad almeno due criteri.

Da un lato, è ragionevole pensare che le persone che vogliono intraprendere un percorso di studi che li porti a diventare specialisti in una data disciplina (medici, scienziati, giuristi...) debbano avere buone capacità deduttive perché queste si riveleranno utili nella futura professione.

Dall'altro lato, è altrettanto ragionevole pensare che, al di là delle specifiche competenze necessarie per svolgere un determinato lavoro, un quesito di logica sia utile per selezionare i candidati dotati di una più solida preparazione di base.

Tuttavia temiamo che, per il poco tempo a disposizione (nel test di medicina 100 minuti per 60 domande) e per i vari condizionamenti di ordine psicologico (la risposta giusta determina il futuro dello studente), l'atteggiamento dei candidati sia spesso improntato non tanto alla riflessione e allo sviluppo delle proprie capacità deduttive, quanto ad un addestramento preliminare e al tentativo di acquisire tecniche risolutive più o meno automatiche, complici i vari corsi di preparazione ai test di ingresso.

Con ciò non vogliamo intendere che uno sforzo di preparazione alla prova sia di per sé una tendenza negativa; anzi, un minimo di allenamento è sempre utile, quanto meno per acquisire familiarità con i test a risposta multipla. Ma se l'intento dei quesiti di logica è quello di saggiare le attitudini dei candidati piuttosto che accertare acquisizioni raggiunte negli studi superiori, allora ci lasciano perplessi le numerose pubblicazioni ad hoc in cui si spiega come rispondere ai quesiti, in particolare di logica.

Certamente è difficile prepararsi a rispondere a "domande senza contenuti" o comunque con contenuti trasversali atte a testare le non ben definite "capacità logiche" dei candidati. Nella realtà accade che la ricaduta di tutto ciò sia l'acquisizione, da parte degli studenti, di ulteriori tecniche e nozioni e si rischia che la logica, come dice G. Lolli, "finisca per diventare solo un altro formalismo da affiancare ai tanti già appresi" (dalla premessa di [8], pag. 7).

Per essere espliciti noi riteniamo che, invece di apprendere in modo frettoloso qualche accorgimento per rispondere alle domande, sia più utile per uno studente alla fine delle Superiori la lettura di libri di logica soprattutto divulgativi (per esempio, su cavalieri e furfanti), ma anche tecnici. Lo scopo, tuttavia, non può direttamente essere il superamento del test di accesso a Medicina e Chirurgia, quanto una

lettura con funzione di orientamento e di formazione culturale. Sugeriamo, per esempio, i testi [1], [7], [9], [10], [11] e [12].

Alla fine di questo articolo, torneremo sull'argomento, ma assumendo il punto di vista di chi prepara il test e cercando di dare suggerimenti sulla struttura di quesiti di logica a nostro parere coerenti con le finalità dei test.

### **Quando nasce l'idea di usare la logica nella selezione e nella formazione?**

Abbiamo accennato a come i quesiti di logica possano essere ritenuti utili per selezionare i candidati più preparati e più adatti a svolgere una professione che richieda buone capacità deduttive. Quali siano le competenze di base che un professionista debba possedere rappresenta un'annosa questione: vediamo alcune risposte date nel corso dei secoli. Platone nella *Repubblica* delinea il curriculum di studi di coloro che saranno avviati a ricoprire il ruolo apicale di filosofi-magistrati. Tale percorso, nella concezione del filosofo ateniese, si conclude, solo per chi supera una severa selezione, con un quinquennio dedicato allo studio della *dialettica*. In seguito, nel dialogo sulle *Leggi*, Platone modificherà la sua visione politica e proporrà, per i governanti, un'educazione basata non più sulla dialettica e sulla dottrina delle idee, ma sulla *geometria* e sull'*astronomia* (volume 1 di [5]). Notiamo come, pur nell'evoluzione del proprio pensiero, Platone continui ad attribuire un ruolo privilegiato, nella formazione dell'individuo, a discipline che si fondano sulle capacità logico-deduttive (dialettica prima e geometria dopo).

Nell'Alto Medioevo, in epoca carolingia, l'istituzione delle arti liberali rispondeva all'esigenza di riconoscere ufficialmente i campi del sapere nei quali istruire le persone che sarebbero diventate amministratori, burocrati, chierici etc. Le arti liberali erano divise in trivio e quadrivio. Il quadrivio era formato da aritmetica, geometria, astronomia e musica, mentre il trivio comprendeva grammatica, retorica e dialettica. La dialettica, nel periodo medioevale e in particolare con la filosofia scolastica, aveva assunto il significato di studio dei ragionamenti corretti e quindi serviva per acquisire la padronanza delle connessioni logiche e della razionalità.

In questo contesto Alcuino da York (730 ca. – 804), uno dei fautori della cosiddetta “rinascita carolingia”, si occupò di rinnovare e potenziare l'insegnamento delle arti liberali anche tramite la scrittura di libri di testo. Fra questi le “*Propositiones ad acuendo juvenes*”, una collezione di problemi matematici che rientrano in quella che viene attualmente chiamata matematica ricreativa. Problemi simili si ritrovano in altri testi antichi, dal *Papiro Rhind* ai *Nove capitoli sull'arte matematica*, testo base per la cultura orientale [2]. Le *Propositiones* di Alcuino contengono però anche problemi risolvibili senza strumenti strettamente matematici. Uno di essi è il famoso indovinello dell'attraversamento di un fiume da parte di un uomo con un lupo, una capra e un cavolo, dal quale pare derivi il detto *salvare capra e cavoli*. Al di là dell'aspetto ludico della faccenda, l'inserimento di simili problemi in un libro di testo per la formazione dei giovani ci fa capire l'importanza attribuita da Alcuino allo sviluppo delle abilità logiche.

Molti secoli dopo, nel 1700, Eulero sosteneva l'importanza della logica come strumento per educare al ragionamento; nelle “Lettere ad una principessa tedesca” [4] si afferma, a proposito della simbologia di quella che più tardi verrà denominata teoria degli insiemi, “sono termini molto usati nella logica che ci insegna le regole per ben ragionare”.

Non nasce però in Occidente l'idea di una serie di domande come prova di *selezione*. Bisogna guardare alla Cina e al sistema degli *esami imperiali* istituito durante le dinastie *Sui* (581-617) e *Tang* (618-907) e rimasto attivo, seppur con interruzioni, dal 605 al 1905 per ben 1300 anni. Si tratta di una prova per reclutare e selezionare i funzionari governativi al servizio dell'impero sulla base di principi meritocratici [13]. Tali esami erano incentrati sull'abilità di scrittura, anche in versi, e sulla memorizzazione di testi del confucianesimo; quindi non sembra che le capacità logico-deduttive avessero un ruolo di primo piano. Tuttavia, l'idea di un sistema di reclutamento basato sul merito fu poi ripresa dall'Europa illuminista del '700 fino all'istituzione, negli Stati Uniti, del test SAT (Scholastic Aptitude Test), antenato dei vari test di ammissione universitari odierni, che, nella sua prima versione (1926) conteneva una sezione denominata “*logical inference*” [6]. Il SAT test nacque ad opera di Carl Brigham (1890-1943), pro-

fessore di psicologia a Princeton e convinto sostenitore dell'eugenetica, come rielaborazione dei test di intelligenza usati per selezionare i soldati durante la prima guerra mondiale (Army Alpha and Beta intelligence test). Da allora il SAT è stato modificato più volte nei suoi contenuti ed attualmente si articola in due parti, *ragionamento verbale* e *ragionamento matematico*. In ogni caso l'accento è posto sulle capacità deduttive del candidato, seppur legate ai due contesti, verbale e matematico. Segnaliamo infine che nell'attuale LSAT (Law School Admission Test) si fa esplicito riferimento al *ragionamento logico* come *competenza chiave* per avere successo negli studi giuridici.

### Quesiti di logica dei test di ammissione a Medicina

In questa sezione riportiamo, con brevi commenti, altri quesiti tratti dai test di ammissione a Medicina e Chirurgia. In particolare, vogliamo segnalare che nel test del 2019 comparivano soltanto tre quesiti di logica, oltre a quesiti che rientrano nella nostra tipologia 3 (quindi non strettamente legati a concetti di logica). Abbiamo già visto uno dei quesiti del 2019 (Esempio 3); vedremo nel seguito anche gli altri due (Esempi 12 e 13). Il guaio è che tutt'e tre i quesiti di logica appaiono ben poco convincenti.

Ma andiamo con ordine, iniziando con quesiti a nostro parere ragionevoli.

#### ESEMPIO 7 – (Medicina 2010)

Quale dei seguenti ragionamenti è corretto dal punto di vista deduttivo:

- A) Carlo ha 4 anni. I bambini sopra i 4 sono biondi. Quindi Carlo non è biondo
- B) se Carlo avesse sei anni e frequentasse la prima elementare, e se tutti gli altri bambini di quella classe fossero biondi, Carlo sarebbe biondo
- C) Carlo frequenta la prima elementare. La maggioranza dei bambini che frequentano la prima elementare ha sei anni, quindi Carlo ha sei anni
- D) Carlo ha 4 anni. I bambini di 4 anni sono tutti biondi. Quindi Carlo è biondo
- E) Carlo ha 4 anni. I bambini sopra i 4 anni non sono biondi. Quindi Carlo è biondo

La risposta giusta è la D. Qui non c'è bisogno di particolari nozioni o formalizzazioni, bastano una lettura attenta, un po' di buon senso e la capacità di interpretare correttamente il linguaggio comune. Il quesito rientra nella prima delle tipologie sopra esposte.

#### ESEMPIO 8 – (Medicina 2017)

*“Tutte le volte che accompagno mia figlia a scuola arrivo in ritardo”.*

Se la precedente affermazione è FALSA, quale delle seguenti è certamente vera?

- A) Tutte le volte che ho accompagnato mia figlia a scuola siamo arrivati in anticipo
- B) Tutte le volte che ho accompagnato mia figlia a scuola siamo arrivati puntuali
- C) Almeno una volta ho accompagnato mia figlia a scuola e non siamo arrivati in ritardo
- D) Almeno una volta ho accompagnato mia figlia a scuola e siamo arrivati in ritardo
- E) Quando non sono io ad accompagnare mia figlia a scuola, arrivano in orario

La risposta giusta è la C. Anche in questo quesito la logica viene intesa come riflessione sul linguaggio con un ricorso più o meno esplicito a connettivi e quantificatori. Non è necessaria una conoscenza di argomenti di logica ma una certa familiarità con la formalizzazione del linguaggio può aiutare (tipologia 1 e 2).

#### ESEMPIO 9 – (Medicina 2017)

Leggere il testo del seguente problema.

Sara, Giulia, Elena e Laura hanno ognuna un mezzo di trasporto: un'auto, una moto, una bicicletta e un fuoristrada, tra loro di colore diverso. I colori dei mezzi di trasporto sono: verde, blu, rosso e nero. Si sa che:

- 1) La moto appartiene a Sara mentre Laura non possiede un'auto
- 2) Il mezzo di trasporto di Elena è di colore nero
- 3) L'auto è di colore blu e la bicicletta è rossa

Di che colore è la moto?

- A) Rossa
- B) Blu
- C) Verde
- D) Nera
- E) Non è possibile stabilirlo con certezza

Quale mezzo di trasporto è posseduto da Giulia?

- A) La moto
- B) L'auto
- C) La bicicletta
- D) Il fuoristrada
- E) Non è possibile determinarlo con certezza

L'esempio riporta due domande che nel test sono distinte pur riferendosi allo stesso brano (e quindi hanno due valutazioni indipendenti). Le risposte corrette sono rispettivamente C e B. In questo caso non è necessario usare nozioni di logica e anche la riflessione sul linguaggio è poco utile: più che altro bisogna trovare la strategia più efficace per sintetizzare e visualizzare il problema. Il quesito rientra nella tipologia 4 proprio perché si tratta di costruire schemi e tabelle.

ESEMPIO 10 – (*Medicina 2017*)

Uno scultore vuole creare un enorme cubo composto da tanti piccoli cubetti di legno. Ha a disposizione 359 piccoli cubetti, tutti uguali. Quanti cubetti utilizzerà lo scultore per creare l'opera più grande possibile?

- A) 359
- B) 343
- C) 256
- D) 216
- E) 316

La risposta giusta è la B. Si tratta di uno di quei quesiti che rientrano sotto la voce "logica" pur trattandosi di domande più propriamente di geometria o algebra (tipologia 3). Non contestiamo questa scelta, ma abbiamo riportato un solo esempio per chiarire a cosa ci stiamo riferendo.

ESEMPIO 11 – (*Medicina 2017*)

Quali tra i termini proposti, completano correttamente la seguente proporzione verbale?

Esteriore: estremo = X:Y

- |                  |               |
|------------------|---------------|
| A) X = ottimo    | Y = buono     |
| B) X = effimero  | Y = caduco    |
| C) X = alto      | Y = supremo   |
| D) X = superiore | Y = sommo     |
| E) X = finale    | Y = terminale |

La risposta indicata come giusta è la D. Non nascondiamo un certo sconcerto. Ci vengono in mente le seguenti domande: perché la risposta D è giusta? Che c'entra la logica? Che senso ha questo quesito?

ESEMPIO 12 – (*Medicina 2019*)

Quale tra le serie ABCDE è coerente con tutte le serie 1, 2 e 3?

- 1 primavera, estate, autunno, inverno
  - 2 mattino, mezzogiorno, pomeriggio, sera, notte
  - 3 lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica
- A) Gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre, dicembre
  - B) Pollice, indice, medio, anulare, mignolo
  - C) 1, 2, 3, 4, 5, 6
  - D) George H. W. Bush, William J. Clinton, George W. Bush, Barack H. Obama, Donald J. Trump
  - E) Alisso, begonia, crisantemo, dalia, elicriso

La risposta indicata come corretta è la A. Tuttavia ci appare oscuro quale ragionamento ci si aspetti dai candidati. La serie dei mesi è "coerente" con le sequenze delle stagioni, dei momenti della giornata e dei giorni della settimana, perché si tratta di nozioni "affini"? Non ci sembra una giustificazione fondata sul "ragionamento logico"; se invece la "coerenza" si basa sull'idea di successione temporale o di sequenza in cui ogni elemento ha un successivo, tali idee sono presenti anche in altre risposte (B, C e D). Probabilmente l'unica caratteristica che lega solo la risposta A alle tre sequenze è la ciclicità, ma resta il dubbio che chi ha dato la risposta corretta sia stato guidato da una sensazione istintiva (analogia tra mesi, giorni, stagioni) più che da un'inferenza razionale.

Riportiamo per esteso il quesito citato in apertura.

ESEMPIO 13 – (*Medicina 2019*)

Una delle critiche alla teoria darwiniana si attribuisce a Thomas Huxley (1825 – 1895) con il famoso paradosso: "La quantità di latte prodotto in Inghilterra è direttamente proporzionale al numero delle vecchie zitelle esistenti nel paese.". Infatti spiega

Huxley, il latte, come ben noto è prodotto dalle mucche che ne producono tanto più quanto più trifoglio possono mangiare. Gli insetti che favoriscono l'impollinazione del trifoglio sono i bombi, i cui nidi sono spesso distrutti dai topi. I più feroci nemici dei topi sono i gatti che, come è ben noto, sono protetti ...dalle vecchie zitelle! Quindi più zitelle più gatti, più gatti meno topi, meno topi più bombi, più bombi più trifoglio per le mucche, più mucche più latte. Quale tipo di ragionamento logico ripropone il paradosso di Huxley?

- A) Deduzione
- B) Abduzione
- C) Induzione
- D) Modus ponens
- E) Modus tollens

La risposta giusta è la A. Ma perché non è giusto pensare al modus ponens applicato più volte? Inoltre la catena di deduzioni riportata nel testo del quesito non giustifica la “*proporzionalità diretta*” tra le due grandezze in gioco. Insomma il quesito è poco convincente o addirittura sbagliato sotto vari punti di vista: l’affermazione “la quantità di latte prodotto in Inghilterra è direttamente proporzionale al numero delle vecchie zitelle esistenti nel paese” *non* è dimostrata dal ragionamento. In ogni caso, il testo è molto lungo e quindi inadatto a un test.

### La stesura delle domande di un test

Cerchiamo di trarre, da tutti gli esempi visti, qualche indicazione e qualche suggerimento per chi debba preparare domande di logica in un test a risposta multipla.

Ci sono indicazioni di carattere generale per la stesura dei test. Si deve tener ben presente il tempo che i candidati hanno a disposizione. Per esempio, non è sensato che la sola lettura di un quesito, comprese le alternative di risposta, richieda un minuto o poco meno, se il tempo concesso per ogni quesito è, in media, inferiore ai due minuti.

Anche il tempo necessario per arrivare alla risposta non può essere troppo lungo. Così, a noi pare che nell’Esempio 5, al di là delle critiche già viste, si richieda un procedimento deduttivo (con o senza formalizzazione) senz’altro interessante, ma troppo

lungo. Se si ritiene che vada premiata anche la rapidità nell’individuare la risposta giusta, allora ciò deve essere esplicitato nel regolamento della prova e nelle indicazioni fornite ai candidati. Tuttavia, nelle prove che abbiamo analizzato, l’orario di consegna non contribuisce all’attribuzione del punteggio finale. Inoltre non ci sembra che i test siano intenzionalmente progettati con alcuni quesiti di rapida soluzione: in generale i tempi di svolgimento ci sembrano spesso sottostimati (è frequente che un candidato non riesca a completare il test o risponda in fretta alle ultime domande). A nostro parere non è giusto penalizzare chi ci pensa di più, se poi arriva alla risposta corretta.

Un punto fondamentale nella costruzione di un test è che, fra le varie opzioni proposte, quelle sbagliate corrispondano agli *errori più frequenti* o più spontanei che ci si aspetta dai candidati. In questo senso, il candidato *sceglie* la risposta. Ma noi siamo convinti che, di fronte al testo dell’Esempio 13, nessun candidato avrebbe risposto “*abduzione*”, e quindi non si tratta di un errore atteso.

Per motivi non troppo diversi, a noi non piace l’alternativa “*nessuna delle altre risposte è giusta*”, che spesso sembra tradire mancanza di fantasia (o peggio mancanza di sicurezza!) da parte dell’estensore.

Infine se il test è strutturato in domande a risposta multipla allora l’Esempio 7 (“*quale dei seguenti ragionamenti è corretto dal punto di vista deduttivo*”) è, a rigore, criticabile perché si tratta di 5 domande differenti il cui nucleo comune è implicito: la parte iniziale è generica e fra le opzioni di risposta non ci sono risposte attese.

Veniamo alla logica. Sinceramente, abbiamo dubbi su quesiti in cui entrano in gioco tavole di verità di formule proposizionali, sia perché la netta maggioranza dei candidati non le ha incontrate negli studi secondari, sia perché, per chi invece conosca l’argomento, si tratta solo di un calcolo meccanico. Potrebbe essere accettabile una tavola di verità solo nel caso in cui ci sia un modo rapido per arrivare alla risposta corretta. Per esempio, la tavola di verità della formula  $\neg A \wedge (B \rightarrow C) \wedge A$  può essere rapidamente individuata da chi abbia chiaro il significato linguistico dei connettivi  $\neg$  e  $\wedge$ .

Come abbiamo già accennato, vorremmo che la preparazione ai quesiti di logica non coinvolgesse nuovi contenuti che vadano ad aggiungersi alle diverse discipline previste. Per quanto possibile, dovrebbe trattarsi di quesiti che non fanno riferimento a contenuti. In questo senso, pensiamo ci siano analogie con le domande di comprensione del testo, e forse, in qualche caso, di combinatoria.

Le domande di un test devono risultare totalmente chiare, senza alcun margine di ambiguità. Questo vale per tutte le aree disciplinari ma, in particolare, per la logica dove, di fatto, è frequente che la richiesta sia meno chiara oppure siano possibili interpretazioni diverse del testo.

Le domande di logica che ci sembrano più adatte per un test attitudinale sono quelle che, secondo la nostra classificazione, rientrano nella tipologia 1 (quesiti che richiedono un ragionamento logico e attenzione al linguaggio) e forse anche nella tipologia 3 (quesiti di ambiti diversi a cui si può rispondere senza calcoli e senza tecnicismi).

A noi, in particolare, sembrano convincenti domande in cui si chiede di esaminare una frase del linguaggio corrente o un proverbio: la domanda è interessante se la frase contiene parole con valenza logica, o se ha una struttura logica (eventualmente implicita) non del tutto banale. Per esempio, le parole *nessuno, tutti, almeno*, sono usate di frequente nel linguaggio comune; tuttavia, molti sbagliano se devono negare una frase del tipo “almeno due studenti di quella classe sono nati a Torino”. Analogamente, il proverbio “chi non risica non rosica” contiene, oltre alle due negazioni, un’implicazione implicita e un quantificatore universale, a sua volta implicito. In un caso del genere, possiamo limitarci a chiedere una spiegazione del proverbio.

Un’altra possibilità consiste nel chiedere la *negazione* di una frase, in cui sia necessario ricorrere alle leggi di De Morgan (senza citarle), oppure alla negazione di un quantificatore. Che cosa si può dedurre se si sa che è falso che “In nessuna materia Tommaso ha raggiunto la sufficienza”?

Tornando alla parola “almeno”, che cosa si può dire della somma e del prodotto di tre interi  $a, b, c$  se si sa che “almeno due fra i tre numeri sono dispari” e che “fra  $a$  e  $b$  c’è almeno un numero pari”?

Naturalmente, volendo, le domande si possono semplificare oppure complicare.

Oltre a proverbi e detti, un’altra fonte di materiale adatto alla riflessione sul linguaggio è costituita da leggi, norme e decreti la cui interpretazione presenta, talvolta, aspetti non banali. Si veda ad esempio il seguente comma tratto dal Dpcm del 17 Maggio 2020.

*A decorrere dal 3 giugno 2020, gli articoli 4 e 5 si applicano esclusivamente alle persone fisiche che fanno ingresso in Italia da Stati o territori esteri diversi da quelli di cui al comma 1 ovvero che abbiano ivi soggiornato nei 14 giorni anteriori all’ingresso in Italia.*

Il comma ha una struttura logica complessa: presenta una limitazione iniziale (*a decorrere dal...*), il termine *esclusivamente*, che sottintende una doppia implicazione, la dicitura *diversi da*, che corrisponde ad una negazione, e la disgiunzione *ovvero* (che equivale al *vel*).

Si possono porre domande del tipo “cosa si può dire su una persona che abbia soggiornato in uno Stato indicato al comma 1 nei 10 giorni anteriori all’ingresso in Italia?” con varie opzioni di risposta riguardanti gli articoli 4 e 5 o la data del 3 giugno 2020.

Un altro esempio. Nella normativa dell’esame di Stato della scuola secondaria superiore (A.S. 2009-2010) leggiamo che sono ammessi all’esame, tra gli altri,

*gli alunni delle scuole pareggiate o legalmente riconosciute che abbiano frequentato l’ultima classe di un corso di studi nel quale siano funzionanti almeno tre classi del quinquennio oppure che risulti in via di esaurimento*

Possiamo chiedere in quali casi il brano precedente non assicura l’ammissione all’esame: una scuola pareggiata in cui siano funzionanti le classi IV e V, oppure III e V, oppure II, III e V, o solo V?

## In conclusione

Lo scopo della nostra riflessione non è quello di condurre una “lotta contro i mulini a vento” nei confronti dell’attuale modalità di selezione e valutazione delle università. Ci rendiamo conto che nel contesto universitario, e non solo, la diffusione di una “cultura del test” è una realtà che trova una sua motivazione in fattori contingenti: numero elevato di candidati, esigenza, per quanto possibile, di *oggetti-*

vità, affidabilità (*reliability*) dello strumento di misurazione [3]. Vorremmo però che i test fossero molto curati, sia nella scelta dei contenuti sia nella formulazione, scevra da inutili ambiguità che ne oscurino il significato. Inoltre riteniamo che fornire agli studenti informazioni che li aiutino adeguatamente nella preparazione non significhi vanificare la selezione ma creare le condizioni affinché chi è veramente motivato possa esprimersi al meglio.

**Ringraziamento** Gli Autori desiderano ringraziare i due referee anonimi e la redazione della rivista per i numerosi suggerimenti che hanno migliorato la stesura finale dell'articolo.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] V. M. ABRUSCI, L. TORTORA DE FALCO, "Logica", Springer-Verlag Italia, Milano, 2014.
- [2] ALCUINO DI YORK, "Propositiones ad acuendos juvenes", a cura di R. Franci, ETS, Pisa, 2016.
- [3] L. BONCORI, "Teoria e tecniche dei test", Bollati Boringhieri, Torino, 1993.
- [4] L. EULERO, "Lettere a una principessa tedesca", a cura di G. Cantelli, Bollati Boringhieri, Torino, 2007.
- [5] L. GEYMONAT, "Storia del pensiero filosofico e scientifico", Garzanti, Milano, 1970.
- [6] I. M. LAWRENCE, G. W. RIGOL, T. V. ESSEN, C. A. JACKSON, "A historical perspective on the content of the SAT", College Board Research Report, No 2003-3.
- [7] P. LEGRENZI, A. MASSARENTI, "La buona logica", Raffaello Cortina Editore, Milano, 2015.
- [8] G. LOLLI, "QED. Fenomenologia della dimostrazione", Bollati Boringhieri, Torino, 2005.
- [9] E. MENDELSON, "Introduzione alla logica matematica", Boringhieri, Torino, 1972.
- [10] R. SMULLYAN, "Qual è il titolo di questo libro?", Zanichelli, Bologna, 1981.
- [11] C. TOFFALORI, P. CINTIOLI, "Logica matematica", McGraw Hill Italia, Milano, 2000.
- [12] V. VILLANI, C. BERNARDI, S. ZOCCANTE, R. PORCARO, "Non solo calcoli - domande e risposte sui perché della matematica", collana Convergenze, Springer Italia, Milano, 2012.
- [13] R. WANG, "The Chinese imperial examination system: an annotated bibliography", The Scarecrow Press, Plymouth, UK, 2013.
- [14] P. C. WASON (1968), "Reasoning about a rule", Quarterly Journal of Experimental Psychology, 20:3, 273-281.



Claudio Bernardi

*Claudio Bernardi, già professore presso Sapienza Università di Roma, è stato Presidente della CIIM dal 1991 al 1997 e poi Presidente della Commissione UMI per il Progetto Olimpiadi dal 1997 al 2000.*

*Ha partecipato alle attività della SSIS e del TFA (ma non ai PAS, né ad altri percorsi per abilitazioni riservate). È stato direttore della rivista Archimede.*

*Si occupa di logica matematica e di didattica della matematica. Collabora a vari progetti rivolti a insegnanti e studenti delle scuole secondarie come il PLS e il Liceo Matematico.*



Antonio Veredice

*Antonio Veredice, insegnante di Matematica e Fisica presso il Liceo Scientifico Peano di Monterotondo, si è laureato in matematica alla Sapienza Università di Roma. Attualmente sta svolgendo un dottorato di ricerca in matematica interessandosi ai temi della storia e dell'insegnamento della Logica. Ha avuto vari contratti per attività didattiche in Università e tenuto diversi seminari di formazione nell'ambito del progetto "Liceo Matematico".*