
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ENRICO GAMBA

La Scuola di Atene, matematica e filosofia

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 5
(2020), n.2, p. 135–142.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2020_1_5_2_135_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2020_1_5_2_135_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

La Scuola di Atene, matematica e filosofia

ENRICO GAMBA

E-mail: gamba.enrico2@gmail.com

Sommario: *Nell'affresco Scuola di Atene realizzato da Raffaello tra il 1509 e il 1512 compaiono due lavagnette con tracciate figure geometriche. L'articolo è un documentato tentativo di spiegare queste figure.*

Abstract: *The fresco School of Athens depicts the philosophers of antiquity chronologically from left to right. Raffaello arrange the thinkers in an upper and lower tier, in the lower one are represented those who cultivated the mathematical disciplines: Arithmetic and Music – Pythagorean school –; Geometry and Astronomy – Euclidean school –. Each school displays a slate with drawn geometric figures and diagrams that the article tries to explain.*

La *Scuola di Atene* è uno dei quattro affreschi dipinti da Raffaello nella Stanza della Segnatura in Vaticano. Il ciclo degli affreschi include la *Disputa del Sacramento*, il *Parnaso*, la *Virtù e la Legge* componendo una magistrale celebrazione delle categorie neoplatoniche del vero, del bene e del bello. Il vero razionale e naturale è rappresentato dalla *Scuola di Atene*, mentre nella *Disputa del Sacramento* è rappresentato il vero teologico, cioè il vero supremo, Dio. Il bello è figurato con il *Parnaso*, la *Virtù e la Legge* rappresenta il bene sia come legge canonica, sia come legge civile.

La posizione filosofica all'origine di un'opera unica e impareggiabile come la *Scuola*, è così riassunta da Giovanni Reale: «Viene rappresentata la storia del pensiero antico dalle sue origini alla fine, riletta nell'ottica platonica, ossia come salita verso la filosofia tramite le scienze matematiche, fino a raggiungere i vertici della metafisica»⁽¹⁾. Si tratta quindi di un'ascesa al sapere filosofico che culmina nelle figure di Platone e di Aristotele dipinte in atteggiamenti diversi eppure complementari.

Accettato: l'11 agosto 2020.

⁽¹⁾ G. Reale, *La Scuola di Atene di Raffaello*, Bompiani, Milano 2005, p. XIX. G. Reale, *Orfici*, Bompiani, Milano 2011, pp. 7-8.

La composizione prospettica della scena è coerente con l'idea di manifestare, in ordine ascendente e convergente, l'itinerario percorso dalla filosofia, che inizia dal livello più basso, il pavimento in primo piano, su cui stanno le 'matematiche' ovvero le tradizionali arti del quadrivio – aritmetica, geometria, astrologia, musica – che insieme a quelle del trivio – grammatica, retorica, dialettica, qui assenti –, erano le discipline propedeutiche ai successivi studi universitari.

Le arti del quadrivio figurano nell'affresco divise in due gruppi posti uno all'estrema destra, l'altro all'estrema sinistra. La divisione riprende una distinzione secondo cui l'aritmetica insieme alla musica è "scientia" della quantità discreta, mentre la geometria insieme all'astrologia è "scientia" della quantità continua. L'affresco mette due personaggi a presiedere i due settori: Pitagora quello della quantità discreta, Euclide quello della quantità continua.

La presenza di questi personaggi e degli oggetti ad essi associati è conforme alla fama di cui godevano al tempo di Raffaello. La loro collocazione risponde all'idea che le arti del quadrivio siano propedeutiche a più alti studi, largamente noto e citato era l'aneddoto di Platone che vietava l'ingresso nel Ginnasio a coloro che ignoravano la geometria. Frate Luca Pacioli (1445-1517), un personaggio la cui linea di vita s'interseca più volte con quella di Raffaello, nel *De divina proportionem* scritto nel 1498 poi stampato

nel 1509 si era detto convinto di «commo le discipline mathematici sono fondamento e scala de pervenire alla notitia de ogni altra scientia» ⁽²⁾.

Si comprende subito la novità, la complessità, il valore dell'opera: si possono immaginare gli incontri, i colloqui, le discussioni, che hanno portato alla ideazione dell'intera Sala e dei singoli affreschi. Ben poco sappiamo dei personaggi che hanno avuto parte in merito, è altresì evidente che un'opera di tale portata ha richiesto a Raffaello un eccezionale impegno sia artistico, sia conoscitivo. Si trattava di tradurre in immagini i filosofi e le filosofie: passare dalla filosofia scritta nei libri, alla filosofia dipinta su una parete, operazione difficile e rischiosa. La rapida esecuzione della *Scuola di Atene*, durata dal 1509 al 1512 suggerisce che le idee su cosa e come fare fossero piuttosto precise già in partenza.

Questo intervento rivolge l'attenzione ai due oggetti più palesemente matematici presenti nell'affresco, le due lavagnette, quella pitagorica e quella diciamo euclidea. Oggetti di uso corrente al tempo di Raffaello, per fare i conti, per brevi notazioni, per tracciare qualche schizzo, le lavagnette assumono nell'affresco un notevole rilievo, perché sono in primo piano e perché quanto è disegnato sopra è chiaramente visibile. Raffaello vuole che si sappia cosa i matematici stanno cogitando e discutendo, vuole che chi guarda l'affresco possa in certo modo partecipare alle discussioni tra i matematici greci. Le lavagnette mettono in collegamento il pubblico con l'affresco. È una originale scelta figurativa riservata solo ai due gruppi dei matematici: Raffaello va oltre la semplice presenza delle rispettive autorità contrassegnata dalle tradizionali simbologie – il compasso per la matematica, l'astrolabio o la sfera armillare per l'astronomia-astrologia –, non si limita alla citazione dei titoli delle opere, come per Platone il *Timeo* e per Aristotele l'*Etica*, apre un discorso leggibile sulla matematica in ambito filosofico, compito assegnato alle lavagnette.

È il caso di puntualizzare che dicendo Raffaello s'intende a volte la persona del pittore, a volte quell'ambito di sconosciuti autori che ha concepito la *Scuola di Atene*. Il contesto indica come intendere.

Le armonie della lavagnetta pitagorica

I disegni tracciati sulla lavagnetta pitagorica sono una riuscita sintesi della filosofia di una delle personalità più influenti e affascinanti della storia del pensiero sia greco, sia occidentale. Grazie alla fama del filosofo di Samo, Raffaello e chi lo affiancava nella veste di consulente 'scientifico', non hanno incontrato grandi difficoltà per trovare cosa mettere nella lavagnetta, quelle che vediamo erano tutto sommato simbologie abbastanza note e codificate: la forma geometrica dei numeri – nella parte bassa della lavagnetta –, e i rapporti numerici tra i suoni, sono e rimangono gli emblemi 'ufficiali' della filosofia pitagorica. [Fig. 1]

Il numero 10 era considerato perfetto in quanto somma delle prime quattro cifre $1 + 2 + 3 + 4$. È anche un numero triangolare equilatero, ogni lato è formato da 4 unità. Nella *Arithmetica* troviamo i numeri triangolari, quadrati, pentagonali, esagonali



FIG. 1 – Raffaello Sanzio, *Scuola di Atene*, particolare della lavagnetta pitagorica.

⁽²⁾ L. Pacioli, *Divina proportione*, Venezia 1509, f. 1v.



FIG. 2 – F. Gaffurio, *Theorica musicae*, Milano 1492.

con i relativi schemi geometrici che li rappresentano come insiemi di unità dotate di reale esistenza⁽³⁾. I numeri acquistavano dimensioni, erano anche enti geometrici, come dicono gli storici quella dei pitagorici è un'aritmetica che si fonde con la geometria, è una "aritmogeo-metria". La fonte principale di notizie sulla filosofia pitagorica era la *Arithmetica* di Severino Boezio (475c-526c) dove si trova anche l'altra figura della lavagnetta pitagorica.

Sempre in Boezio si trovano le fonti dell'altra figura nella lavagnetta pitagorica, il diagramma dei rapporti numerici tra le note musicali consonanti⁽⁴⁾. Boezio tramanda come Pitagora «ritrovò la ragione delle musicali proporzioni al suono dei martelli». Ebbe l'intuizione quando «passando appresso una bottega di fabbri, i quali con diversi martelli batte-

vano un ferro acceso sopra l'incudine, gli pervenne all'orecchie un certo ordine de' suoni, che gli movea l'udito con dilette-tatione». [Fig. 2]

La prima ipotesi è che «cotale effetto da le forze diseguali degli uomini potesse procedere». Da accorto 'protofisico' Pitagora mette alla prova l'ipotesi delle «forze diseguali degli uomini».

«Fece che coloro i quali battevano cambiassero i martelli, ma non udendo suono diverso da quello di prima, giudicò (come era il vero) che la diversità del peso de' martelli fusse cagione».

L'ipotesi delle «forze diseguali degli uomini» si mostra errata, Pitagora formula un'altra ipotesi, «la diversità del peso de' martelli» come causa di quel «certo ordine de' suoni, che gli movea l'udito con dilette-tatione» e la mette alla prova.

«Per la qual cosa havendo fatto pesare ciascuno separatamente, ritrovò tra li numeri delli pesi [dei martelli] le ragioni de le consonanze et de l'harmonie».

L'ipotesi si rivela corretta, Pitagora ha avuto il colpo di genio di mettere in relazione i valori numerici dei pesi dei martelli, espressi dai numeri 6, 8, 9, 12, con i suoni consonanti ed armonici. È la prima formulazione in termini matematici di un fenomeno fisico terrestre.

Per quanto concerne la musica l'intuizione di Pitagora ha immediata conseguenza per il problema fondamentale della accordatura degli strumenti musicali.

«Le quali [consonanze] egli poi industriosamente accrebbe in questo modo: che havendo fatto corde di budella di pecore, di grossezza uguale, attaccando ad esse li medesimi pesi de' martelli ritrovò le medesime consonanze»⁽⁵⁾.

Le corde tese dai pesi dei martelli – poniamo di libbre 6, 8, 9, 12 –, messe in vibrazione danno gli stessi suoni dei martelli, si identificano così le note e gli intervalli consonanti tra una nota e l'altra. Un intervallo tra due note è considerato consonante se le due note suonate in contemporanea danno un effetto gradevole. Con le stesse note sono accordate le quattro corde della cetra o lira.

⁽³⁾ *Arithmetica, Geometria et Musica Boetii*, in Severino Boezio, *Opera*, Venezia 1491, ff. 164v-165v.

⁽⁴⁾ C.L. Joost-Gaugier, *Pitagora e il suo influsso sul pensiero e sull'arte*, Edizioni Arkeios, Roma 2008.

⁽⁵⁾ G. Zarlino, *Istitutioni harmoniche*, Venezia 1573, pp. 6, 70. *Arithmetica, Geometria et Musica Boetii*, op. cit., f. 175v.

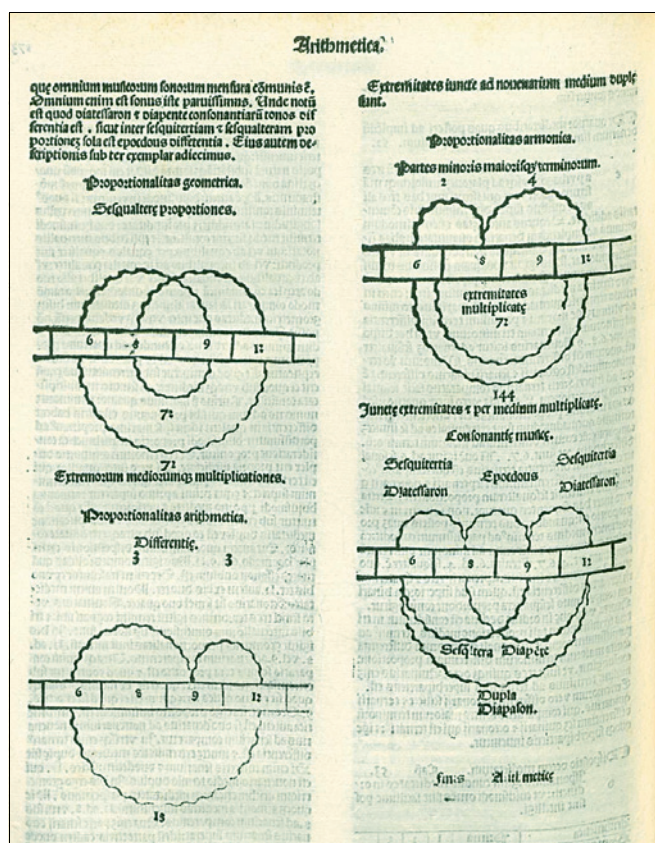


FIG. 3 – *Arithmetica, Geometria et Musica* Boetii, Venezia 1491, f. 173v.

Proporzione geometrica. Rapporto ‘sesquialtero’ tra i termini: $9/6 = 12/8 = 3/2$; il prodotto degli estremi è uguale al prodotto dei medi: $6 \times 12 = 8 \times 9 = 72$. **Proporzione aritmetica.** Uguaglianza delle differenze: $9 - 6 = 12 - 9 = 3$; somma degli estremi: $6 + 12 = 18$. **Proporzione armonica.** Differenza doppia tra i termini maggiori e minori: $12 - 8 = 4$, $8 - 6 = 2$. Prodotto degli estremi $6 \times 12 = 72$; qualora raddoppiato $72 \times 2 = 144$. **Consonanze musicali.** Sono sovrapposizioni di suoni sentite come più armoniose, sono quelle che corrispondono ai suoni emessi da corde le cui lunghezze stanno in determinati rapporti. Rapporto doppio = $2/1 \rightarrow$ diapason (intervallo di ottava do-do). Rapporto ‘sesquialtero’ = $3/2 \rightarrow$ diapente (intervallo di quinta perfetta do-sol). Rapporto ‘sesquiterzo’ = $4/3 \rightarrow$ diatessaron (intervallo di quarta perfetta do-fa). Rapporto ‘sesquiotavo’ = $9/8 \rightarrow$ epogdoon.

Per visualizzare la teoria pitagorica della musica Raffaello ricorre a un diagramma noto da secoli attraverso il *De musica* di Severino Boezio, e che compare come ultimo diagramma nell’ultima pagina del *De arithmetica*. [Fig. 3] L’unica differenza rispetto al diagramma nell’affresco è che Raffaello adotta la nomenclatura originale greca, su cui è ricalcata quella latina di Boezio, ad esempio Epocdous rende ΕΠΟΓΔΟΟΝ. In ef-

fetti nella lavagnetta troviamo ΕΠΟΓΔΟΟΝ errore di ortografia

La lavagnetta cosmica

La situazione matematica nella parte destra dell’affresco è più complicata rispetto a quella ‘pitagorica’ nella parte sinistra, infatti oltre a una lavagnetta vediamo un globo terrestre e un globo celeste, in mano ad altrettanti personaggi. La lavagnetta è qualificata ‘euclidea’ in senso generico, per rendere l’idea della geometria come disciplina dimostrativa per eccellenza, lasciando aperta la questione se questa fosse l’identità della matematica allora riconosciuta e se il personaggio raffigurato nelle sembianze dell’architetto Donato Bramante, urbinate come Raffaello, sia proprio Euclide.

Per ragioni compositive mentre la lavagnetta pitagorica è in posizione quasi verticale, la lavagnetta euclidea è appoggiata sul pavimento in posizione orizzontale, col risultato che la figura geometrica disegnata – una stella a sei punte con un quadrilatero all’interno – viene fortemente scorcata e quindi deformata. La presenza di una simile figura pone questioni interpretative non tutte risolvibili in modo conclusivo, come invece si riesce a fare per la lavagnetta pitagorica. Il che è piuttosto strano perché ci si aspetterebbe tutt’altro, ossia da un Pitagora partecipe dei misteri orfici, figura già leggendaria nell’Antichità, dovrebbero scaturire cose matematiche oscure e confuse rispetto a quelle provenienti da un settore della matematica come la geometria euclidea fondato su principi solidi e costruito con sicure dimostrazioni. Invece accade il contrario.

Iniziamo l’esame della figura stellata mettendoci nelle migliori condizioni possibili, pertanto la stella a sei punte è un esagono regolare stellato – detto anche esagramma o Sigillo di Salomone⁽⁶⁾ – proveniente dalla costruzione di due triangoli equilateri inscritti in una circonferenza, una delle costruzioni

⁽⁶⁾ G. Scholem, *La stella di David. Storia di un simbolo*, a cura di S. Campanini e E. Zevi, Giuntina, Firenze, 2013.

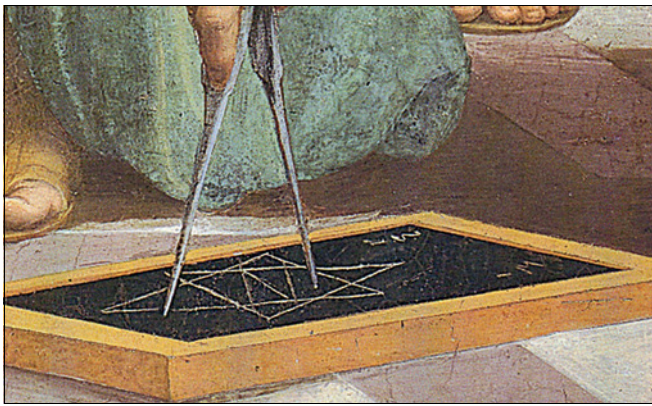


FIG. 4 – Raffaello Sanzio, *Scuola di Atene*, particolare della lavagnetta euclidea.

con riga e compasso più note e più belle. Si traccia una circonferenza, poi mantenendo invariata l'apertura del compasso si divide la circonferenza in 6 parti uguali AQ, QC, CP, PB, BR, RA . L'operazione riesce con esattezza in quanto l'uguaglianza tra il raggio della circonferenza e il lato dell'esagono regolare inscritto è dimostrata nel libro IV degli *Elementi*, prop. 15. Si mandano le "diagonali" da A la AB e la AC ; da P la PQ e la PR , così via.

Qui scatterebbe l'obiezione che in tutte le opere di Euclide non si trova nessuna figura geometrica stellata. Andiamo ugualmente avanti affermando che la geometria euclidea è in grado di trattare anche le figure geometriche stellate. [Fig. 4] Così la lezione che il nostro presunto Euclide sta tenendo è quanto di meglio per mettere alla prova gli allievi. Tante le sollecitazioni dell'esagramma, ad esempio che i triangoli $AED, QEU, UCF, FPK, KBV, VRD$ sono uguali ed equilateri. Che QR e BC sono paralleli e la loro distanza è uguale al raggio AO della circonferenza circoscritta. Che OZ è il raggio della circonferenza inscritta nell'esagono regolare $EUFKVD$, raggio che è la metà di quello della circonferenza circoscritta. I quattro allievi sono sottoposti a un "bombardamento" geometrico di tutto rispetto, naturalmente hanno reazioni diverse che Raffaello sa cogliere con grande sensibilità, per questo a mio parere il gruppo dei geometri euclidei è il più riuscito di tutti i gruppi che popolano la *Scuola di Atene*. Partendo da sinistra in alto l'allievo in piedi è quello che ha capito. [Fig. 5] Con l'indice della mano sinistra scandisce i passaggi della argomentazione, la mano destra è appoggiata sulla spalla di un

allievo in palese difficoltà che ripete anche il gesto della mano dell'amico che lo sta aiutando. L'altro allievo in piedi è colto nell'istante in cui "si accende la lampadina", tutto all'improvviso s'illumina e si collega. Il quarto allievo chiede a gran voce lumi perché non sta capendo niente.

Torniamo alla figura nella lavagnetta e rimaniamo nell'ipotesi che le figure siano regolari, quindi $EUFKVD$ è un esagono regolare e il quadrilatero $LNST$ è un rettangolo. Siamo nel punto decisivo, il lato LT del rettangolo è leggermente più corto del lato DE del triangolo AED , si tratta di un fatto casuale, una inezia nel mare magnum di un affresco largo quasi 8 metri? Oppure l'esistenza dei segmenti EL e TD e la loro specifica misura, determina il significato di quello strano marchingegno geometrico? La risposta è che quello può essere un rettangolo speciale – come la diagonale preannuncia – ma a certe condizioni. [Fig. 6]



FIG. 5 – Raffaello Sanzio, *Scuola di Atene*, particolare dei geometri euclidei.

Facciamo alcuni passaggi.

- Lato QR del triangolo equilatero QPR = raggio circonfer. circoscr. $r \times \sqrt{3}$.
- Lato ED del triangolo equilatero $AED = 1/3 QR$.
- Lato LN del rettangolo $LNST = r$.
- Posto $r = 1$ si ha che $ED = \sqrt{3}/3 = 0,58$.
- $ED = 0,58$ così suddivisi: lato minore LT del rettangolo = $0,5$; i segmentini $EL = 0,04$; $DT = 0,04$.

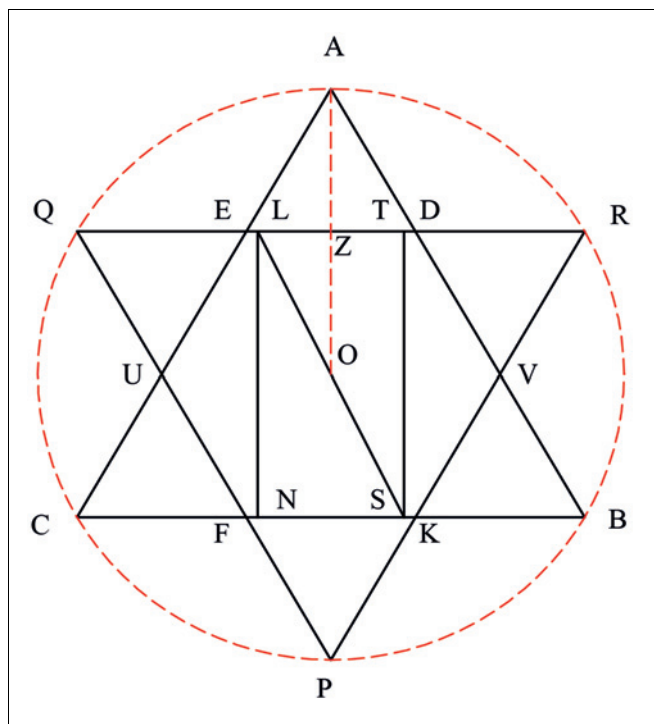


FIG. 6 – Traduzione geometrica della figura nella lavagnetta.

La conclusione è che al centro di un esagramma può essere incastonato un rettangolo avente il lato maggiore uguale al raggio della circonferenza circoscritta e lato minore metà del lato maggiore. Un rettangolo diagonalizzato di questo tipo compare in due importanti costruzioni: quella della sezione aurea, quella della duplicazione del cubo. In entrambe il lato minore del rettangolo deve essere metà del lato maggiore.

Costruire sezioni auree

La sezione aurea di un segmento AB era eseguita dai tecnici in questo modo: costruito il rettangolo diagonalizzato $ABDO$ con $AB = 2BO$, tracciata

la circonferenza di raggio OB che interseca la diagonale OA nel punto P , si riporta AP su AB in C . Sotto queste condizioni vale la proporzione $AB : AC = AC : BC$.

Questa era la “operatione” dei tecnici, che trovano AC applicando delle regole, ossia eseguendo sequenze di operazioni accettate perché portavano a un buon risultato. La “speculativa” dimostrazione dei matematici ricorreva ai teoremi della tangente e della secante, come facciamo oggi. [Fig. 7]

Troviamo il rettangolo diagonalizzato nella soluzione del problema di Delo: dato un cubo trovare lo spigolo di un cubo di volume doppio. La vicenda dei tentativi di soluzione è segnata dall'importante risultato di Menecmo (IV secolo a.C.) che trasforma il problema della duplicazione del cubo nel problema dell'inserimento tra un segmento a e il segmento doppio $2a$ di due segmenti medi proporzionali in

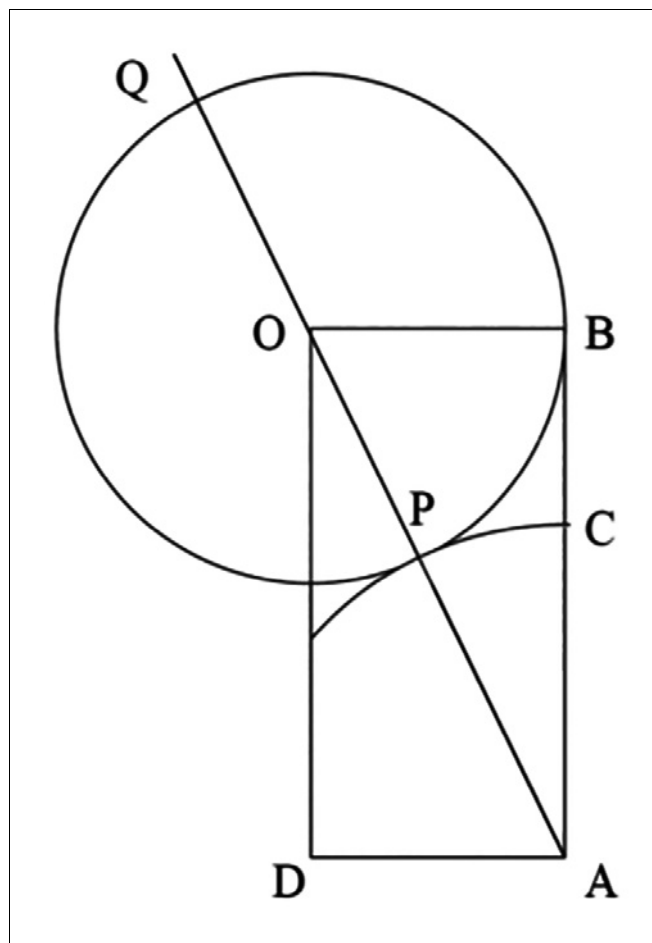


FIG. 7 – Costruzione della sezione aurea del segmento AB .

questo nel modo più bello lo effettua la proporzione»⁽⁹⁾.

Prendendo la proporzione continua semplice come «il più bello dei legami», la «vera unità» così si esplicita:

«Infatti quando di tre numeri, o pesi, o potenze qualunque $[a, b, c]$ quello di mezzo $[b]$ è tale che il primo stia ad esso come esso sta all'ultimo $[a : b = b : c]$, e inversamente che l'ultimo sta al medio come il medio sta al primo $[c : b = b : a]$, e che il medio diventi primo e ultimo $[b : a = c : b]$, allora necessariamente tutti i termini hanno la stessa funzione e comportandosi allo stesso modo gli uni rispetto agli altri formano realmente una unità»⁽¹⁰⁾.

Tuttavia la proporzione continua semplice si limita a tre termini, oggi diremmo che non è un algoritmo abbastanza potente nel caso che i termini diventino quattro.

«Se dunque il corpo del Tutto fosse piano, senza profondità, una sola media basterebbe a legare insieme se stessa e le altre cose, ma poiché il corpo del Tutto doveva essere solido, e i solidi non vengono collegati da una media, ma sempre da due medie, perciò Dio ha posto l'aria e l'acqua nel mezzo, tra il fuoco e la terra disponendo, per quanto possibile, l'uno elemento rispetto all'altro nello stesso rapporto, sicché come il fuoco sta all'aria, così l'aria sta all'acqua, e come l'aria sta all'acqua così l'acqua sta alla terra».

L'algoritmo adeguato è la doppia media proporzionale, la proporzione che tiene insieme il «Tutto» è doppia:

$$\text{fuoco} : \text{aria} = \text{aria} : \text{acqua} = \text{acqua} : \text{terra}$$

Euclide nelle proposizioni 11 e 12 del libro VIII degli *Elementi* dà la formulazione matematica di

⁽⁹⁾ A. Frajese, *Platone e la matematica nel mondo antico*, Editrice Studium, Roma 1963, pp. 184-185.

Disegno di F. Bernacchia.

⁽¹⁰⁾ *Ibid.* Disegno di F. Bernacchia.



Enrico Gamba

Enrico Gamba, laurea in Fisica Università di Bologna, si occupa di Storia della scienza dal Duecento al Seicento. Ha insegnato nelle Università di Urbino e Brescia. Sta lavorando a una biografia di Albert Einstein.

queste relazioni. La proposizione 11 stabilisce che tra due numeri quadrati a^2 e b^2 si può inserire un solo numero medio proporzionale.

$$a^2 : ab = ab : b^2$$

La proposizione 12 stabilisce che tra due numeri cubi a^3 e b^3 si possono inserire due numeri medi proporzionali.

$$a^3 : a^2 b = a^2 b : a b^2 = a b^2 : b^3$$

Matematica e filosofia trovano un punto d'incontro, reso visibile dal rettangolo con la diagonale, questa semplice e strana figura è il segno di una visione cosmogonica che si è fatta concezione cosmologica. Una vicenda che ha avuto la proporzione come protagonista, i quattro elementi, terra, acqua, aria, fuoco, stanno insieme, componendo un tutto unito e armonico, solo se si trovano nelle giuste proporzioni stabilite dagli inconfutabili teoremi della geometria.

Infine avviene un altro incontro, quello tra l'esagramma – il Sigillo di Salomone – e il rettangolo con diagonale, e si realizza il pieno significato della lavagnetta euclidea. La cosmologia filosofico-matematica raggiunge la sua pienezza se nutrita e guidata da una dimensione sapienziale, la stessa che rendeva Salomone splendido e giusto sovrano. È appena il caso di dire che si tratta di una dimensione ancora tutta da esplorare.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- G. REALE, *La Scuola di Atene di Raffaello*, Bompiani, Milano 2005.
- A. FRAJESE, *Platone e la matematica nel mondo antico*, Editrice Studium, Roma 1963.
- N. TARTAGLIA, *General trattato di numeri e misure*, Venezia 1560, parte V.
- G. SCHOLEM, *La stella di David. Storia di un simbolo*, a cura di S. Campanini e E. Zevi, Giuntina, Firenze 2013.
- Arithmetica, Geometria et Musica Boetii*, in Severino Boezio, *Opera*, Venezia 1491.
- L. PACIOLI, *Divina proportion*, Venezia 1509.
- C.L. JOOST-GAUGIER, *Pitagora e il suo influsso sul pensiero e sull'arte*, Edizioni Arkeios, Roma 2008.
- G. ZARLINO, *Istitutioni harmoniche*, Venezia 1573.