
Matematica, Cultura e Società

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

PAOLO VALABREGA

Paolo Salmon e le origini dell'Algebra commutativa in Italia

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 4 (2019), n.1, p. 67–71.

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2019_1_4_1_67_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2019_1_4_1_67_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Paolo Salmon e le origini dell’Algebra commutativa in Italia

PAOLO VALABREGA

Accademia delle Scienze di Torino
Email: valabrega.p@gmail.com

Paolo Salmon nasce a Firenze nel 1930 in una famiglia ebraica ed ha fra i suoi antenati Alessandro D’Ancona, scrittore, critico letterario e uomo politico, senatore del Regno, bisnonno materno, e il fratello Vito, noto e apprezzato pittore macchiaiolo, entrambi rappresentanti dell’ebraismo della seconda metà dell’Ottocento, ben integrato nella società italiana, dopo le leggi promulgate da Carlo Alberto.

Nel 1938, all’età di otto anni, per effetto delle leggi razziali, viene espulso dalla scuola elementare pubblica e deve continuare gli studi presso la sezione speciale istituita dal regime fascista per i bambini “di razza ebraica”, separati dai bambini “di razza italiana”; nel 1943-44 vive nascosto, presso contadini che ospitano lui e la sua famiglia (padre, madre e due sorelle più giovani) nella campagna toscana, fino alla liberazione di Firenze nell’agosto del 1944. La sua famiglia rischia anche la deportazione quando l’esercito tedesco (per fortuna non le SS) ferma il padre e la madre, che riescono però a convincere il comandante tedesco che Salmon (diventato Salmòn) è un nome francese e non ebraico. Ricordo ancora che il ramo della famiglia cui lui è più legato (e lo sarà per tutta la vita), i cugini Cividalli, si è trasferito in Israele. Fino alla morte Salmon ha stretti rapporti con il cugino Piero Cividalli, combattente della Brigata ebraica nella seconda guerra mondiale, del quale parla frequentemente e che vede talvolta a Firenze o a Genova.

Normalista, si laurea a Pisa nel 1952 con Giovanni Dantoni, geometra algebrico della scuola italiana. Non segue tuttavia Dantoni nello studio della Geometria algebrica classica, che dichiara di non riusci-

re a comprendere. Nei primi anni dopo la laurea la sua guida scientifica è invece Aldo Andreotti, pisano ma già titolare di cattedra a Torino dal 1951 (lì chiamato da Alessandro Terracini).

Andreotti ha trascorso un periodo di studio negli Stati Uniti, dove ha conosciuto Weil, Kodaira, Spencer, Lefschetz, Zariski. È allievo di Severi, con Castelnuovo ed Enriques uno dei tre grandi maestri della cosiddetta Geometria algebrica italiana. In Italia in quegli anni lavorano ancora alcuni loro epigoni, privi ormai della spinta dei maestri, ma Andreotti non è fra questi, nonostante il rispetto e l’apprezzamento per loro. È in effetti insofferente dei metodi della geometria italiana, le cui dimostrazioni giudica incomplete e poco chiare, e cerca contatti in America con i matematici che usano i nuovi metodi, algebrici, topologici, analitici, differenziali, allontanandosi così in modo radicale dall’impostazione di Severi. Con grande ammirazione per Hilbert, soprattutto per i suoi lavori algebrici (teoremi della base e delle sizigie, ma anche teorema degli zeri), stabilisce contatti scientifici con l’austriaco Wolfgang Gröbner, anche lui allievo di Severi, frequentatore dell’Italia per ragioni di studio, autore del volume “Moderne Algebraische Geometrie”. Il titolo non è in piena corrispondenza con il contenuto, in quanto il volume costituisce in realtà una introduzione ai metodi algebrici alla base della Geometria algebrica, soprattutto alla teoria degli ideali, e non è molto conosciuto in Italia a quei tempi (mentre l’attività di elaborazione dei fondamenti algebrici della geometria algebrica di Zariski non è ancora arrivata direttamente in Italia, come quelle di Grothendieck e Serre, che pure avranno notevole successo in Italia, soprattutto il primo, a differenza del troppo astratto e difficile André Weil).

Accettato: il 2 dicembre 2018.

Nei corsi di laurea in matematica l'Algebra è ancora assente, l'Algebra lineare viene insegnata nei corsi di Analisi matematica (chiamata a quei tempi algebrica e infinitesimale), i gruppi, gli anelli, gli ideali non sono oggetto di studio, anche se da parecchi anni Guido Zappa (di una quindicina d'anni più vecchio di Salmon) conduce ricerche in teoria dei gruppi, introducendo a questa i suoi allievi (e forse anche gli studenti). Solo nel 1960 l'Algebra viene ufficialmente introdotta nei piani di studio, al posto della Chimica, obbligatoria fino a quel momento per gli studenti di matematica. E quindi chi segue il corso di laurea in Matematica studia la teoria dei gruppi e degli anelli. Per quanto riguarda l'Algebra commutativa, Andreotti, unico in Italia, già nella seconda metà degli anni cinquanta presenta agli studenti (nei corsi successivi a quello del primo anno) la teoria degli ideali (principalmente negli anelli di polinomi); inizia anche uno studio sugli anelli con fattorizzazione unica come strumento per trattare questioni di intersezioni complete, introducendo questi nuovi argomenti nel corso di Geometria descrittiva, che viene così svuotato del suo naturale contenuto (da Andreotti, e non solo da lui a quei tempi, considerato, se si vuole usare un eufemismo, debolmente interessante per un matematico, al massimo utile agli architetti e agli ingegneri civili). Andreotti ha anche interesse a questioni di topologia, che influenzano il giovane matematico torinese Davide Demaria, coetaneo di Paolo Salmon, fino a spingerlo a dedicarsi completamente negli anni sessanta alla topologia generale e ai suoi fondamenti insiemistici, introdotti poi da lui pionieristicamente nei corsi di Geometria del II anno (al posto della solita Geometria descrittiva).

Paolo Salmon, dopo un anno all'Alta Matematica di Roma con una borsa di studio (dove conosce Severi, di cui segue un corso), approda a Torino nel 1954, con l'incarico, procurato da Andreotti, di insegnare Esercitazioni di Matematica per Chimici, non senza aver fatto qualche resistenza, perché non si sente all'altezza di lavorare con Andreotti.

Le frequentazioni torinesi di Paolo Salmon (dal 1954 al 1958) sono pressoché tutte collegate alla sua appartenenza comunista; fra queste ricordo il chimico Franco Ricca, il fisico Silvio Gibellato con la moglie Elda Valabrega, studiosa di storia e didattica della matematica, il fisico Vittorio De Alfaro, i

fratelli Debenedetti (Emma, la più giovane, diventerà nuora di Alessandro Terracini), ed anche lo scrittore Italo Calvino. Comincerà ad avere i primi dubbi sul Partito comunista nel 1956, dopo il rapporto di Kruscev in cui vengono svelate le malefatte di Stalin, per abbandonarlo definitivamente dopo i fatti di Ungheria.

Le ricerche algebrico-commutative vere e proprie di Paolo Salmon iniziano con la collaborazione che gli propone Andreotti nel 1956. In effetti un lavoro sulle intersezioni complete di Andreotti scritto nel 1956 viene spedito per la pubblicazione a Gröbner, che però lo rinvia all'autore segnalando alcune lacune algebriche, alle quali Andreotti non si sente in grado di rimediare. È in questa occasione che Andreotti chiede a Salmon di collaborare con lui per superare le difficoltà. Salmon lavora a questo per quasi un anno con successo, tanto che viene concluso in collaborazione il lavoro "Andreotti-Salmon, Anelli con unica scomponibilità in fattori primi ed un problema di intersezioni complete" che appare sulla rivista Monatshefte für Mathematik, di cui Gröbner è direttore, nel 1957. Le lacune algebriche sono superate grazie al lavoro di Salmon, ma ve ne sono altre, irreparabili, di natura geometrica, dovute ad Andreotti e a lui sfuggite, come pure a Gröbner. Tuttavia il lavoro, che può essere considerato il primo in cui si trattano questioni di Algebra commutativa in Italia, apre una strada che darà ottimi frutti.

Dopo quel lavoro, forse anche un po' prima, Andreotti perde interesse all'Algebra commutativa. Ma non lo perde Salmon, che lascia Torino nel 1958 per tornare a Pisa. Nel 1961 conosce a Firenze Pierre Samuel e ha occasione di sentirlo parlare di fattorialità, tema che in precedenza (ma al momento non più) ha suscitato l'interesse di Andreotti fino a elaborare il lavoro poi concluso con Salmon stesso.

Paolo Salmon visita quindi Parigi nel triennio 1961-63; disattendendo i consigli di Andreotti, che lo vorrebbe spingere a lavorare con Serre o Grothendieck, sceglie di entrare in più stretta relazione con Samuel, che si occupa di tematiche per lui più abordabili ed è reduce dalla stesura dei due famosi volumi di Algebra commutativa con Oscar Zariski. A Parigi collabora anche con Artibano Micali, allievo di Samuel, che si occupa di algebra simmetrica.

È in questo periodo a Parigi che Paolo Salmon acquista notevole familiarità con tematiche algebrico-commutative come la fattorialità, le algebre simmetrica e di Rees, gli anelli graduati, le serie ristrette e convergenti; i risultati delle sue ricerche su questi temi sono contenuti in vari lavori, pubblicati principalmente sul Bulletin de la Société Mathématique de France e sul Bulletin de l'Académie des Sciences di Parigi; essi mettono le basi di un patrimonio algebrico commutativo che in seguito Salmon trasmetterà ai suoi numerosi allievi.

Nel 1964 viene bandito in Italia per la prima volta un concorso a cattedre di Algebra e Salmon, che è uno dei tre vincitori, ottiene di essere chiamato all'Università di Genova. Inizia così, come professore di Algebra, la sua attività di guida alla ricerca, con la promozione di conferenze e seminari di Algebra commutativa, in particolare sugli anelli di Macaulay e sul celebre lavoro di David Rees "On the grade of an ideal or module".

Nel 1965 si rivolge a lui Silvio Greco, laureato a Pisa e in difficoltà a trovare problemi di ricerca a lui adatti, diventando il suo primo allievo. La prima tematica di ricerca che Salmon gli suggerisce riguarda la fattorialità, ma presto Greco sposta il suo interesse agli anelli henseliani, grazie all'invito a Genova, da parte di Paolo Salmon, di Lafont, che studia gli anelli henseliani in generale, con il proposito di estendere quanto fatto nel caso locale da Nagata. L'algebra simmetrica e di Rees, gli anelli graduati, la fattorizzazione unica e gli anelli henseliani topologici e la proprietà henseliana per gli anelli di serie ristrette sono altri suggerimenti di ricerca ai primi allievi, a cui viene sempre consigliata la lettura del celebre "Ideal theory" di Northcott, insieme con quella di alcune parti dello Zariski-Samuel (non del libro di Gröbner, forse perché è in tedesco, o anche perché, oltre agli evidenti meriti, emergono errori e lacune).

Dal patrimonio di conoscenze algebrico-commutative accumulato grazie ad Andreotti prima e a Samuel poi, Salmon attinge per suggerire tematiche e problemi di ricerca ai numerosissimi allievi successivi. Un elenco molto incompleto comprende: fattorialità, gruppo di Picard, serie ristrette e convergenti, profondità e codimensione, intersezioni complete, topologie m -adiche (oggetto anche di un

volume in collaborazione con Greco pubblicato da Springer nel 1971). Con l'esclusione di me stesso, per giustificare questo articolo in suo ricordo, non nominerò nessuno degli allievi (genovesi e non) successivi al primo, Silvio Greco, anche perché l'estrema numerosità mi potrebbe far fare la brutta figura di dimenticarne qualcuno, o anche di includere qualcuno che non lo è stato, e tanto meno nominerò i numerosissimi allievi di allievi, molti in sedi lontane da Genova: Bologna, Catania, Messina, Milano, Napoli, Padova, Roma, Siena, Torino. Alcuni hanno fatto brillanti carriere per le quali devono in definitiva ringraziare l'opera di pioniere di Paolo Salmon. E tutti gli allievi devono ringraziare le giornate da lui passate con loro a discutere di algebra commutativa, ad ascoltare i loro risultati, a cercare di valorizzarli, a suggerire ulteriori ricerche.

Negli anni le tematiche di ricerca si sono in parte allontanate da quelle originali, in direzioni anche diverse dall'Algebra commutativa od omologica: curve aggiunte, geometria reale, anelli eccellenti, intersezioni complete, teoremi tipo Laudal, derivazioni su anelli e campi, algebre di Hopf, fibrati vettoriali e fasci riflessivi, matematica non archimedea, funzioni e schemi di Hilbert, matematica computazionale e basi di Gröbner, fino ad arrivare addirittura alla crittografia. Da idee dovute ancora ad Andreotti (e Bombieri), riprese da Salmon in collegamento a risultati di Traverso, si è sviluppato attraverso Greco il filone delle varietà seminormali (anch'esse collegate al gruppo di Picard).

Una svolta importante nella vita, scientifica ma non solo, di Paolo Salmon, avviene al corso Cime di Varenna del 1965. Il solito Andreotti, croce e delizia di Paolo Salmon, gli suggerisce di andare a conoscere David Buchsbaum, professore all'Università di Brandeis (Boston) ed esperto di questioni omologiche, allievo di Samuel Eilenberg e già autore di importanti lavori (con Auslander ha provato nel 1959 che gli anelli locali regolari sono fattoriali, completando un risultato dovuto a Nagata). Si forma una solida amicizia personale e anche, in certo senso, un sodalizio scientifico. Non conducono ricerche congiunte, ma Paolo Salmon da allora invia i suoi allievi, quando possibile, a Brandeis per un periodo di studio, iniziando con il suo primo allievo

Silvio Greco, che vi rimane due anni. Il soggiorno a Brandeis consente agli allievi di impadronirsi di nuove tematiche e delle tecniche omologiche che sono alla base delle ricerche di Buchsbaum. Lo stesso Salmon visita Boston nel 1969-70, insegnando alla Northeastern University, dove conosce un allievo di Buchsbaum, Eugene Gover. Tiene seminari, alla Northeastern e a Brandeis, sugli anelli a fattorizzazione unica e sull'algebra di Rees. Brandeis, ma anche la Northeastern (grazie a Gover), sarà poi meta di visite scientifiche, negli anni, di allievi e loro allievi.

Sette anni più tardi, nel 1977, Gover visita l'Università di Genova su invito di Paolo Salmon, con il quale collabora a un lavoro su omomorfismi di Golod (che apparirà su *Mathematica Scandinavica*), lavoro che, per la prima volta nelle sue ricerche, coinvolge tecniche omologiche, nella linea delle ricerche di David Buchsbaum. Anche Gover diviene uno dei migliori amici di Salmon.

Paolo Salmon rimane a Genova poco meno di 20 anni; nell'83, in seguito a dissapori con allievi genovesi, si trasferisce a Bologna, dove rimane fino alla pensione.

A Genova si è fino ad allora dedicato a guidare alla ricerca gli allievi e anche alla didattica, tenendo corsi di Algebra e di Istituzioni di Geometria superiore molto apprezzati, al punto che numerosissimi studenti si rivolgono a lui per la tesi di laurea, che sempre riguarda una questione non banale e interessante di algebra. La sua attività didattica in Algebra è testimoniata dal Corso di Algebra pubblicato nel 1972; in esso, oltre ai gruppi, agli anelli e ai corpi, si trattano ampiamente i polinomi, la fattorialità, la proprietà noetheriana, il teorema della base di Hilbert, gli A-moduli, per concludere con la costruzione di Cantor del campo reale, che apre una prospettiva sui campi non archimedei.

A Bologna la sua attività didattica (belle lezioni e tesi di laurea) continua con la stessa intensità fino alla pensione. Ed è a Bologna che nasce la sua ultima collaborazione-amicizia, con il matematico iraniano Rahim Zaare Nahandi, dell'Università di Teheran, che conosce nel 1987 e invita a Bologna nel 1988, per poi visitare Teheran nel 1990 e nel 1999. Con lui scrive vari lavori scientifici riguardanti punti tripli e coni tangenti nei quali mette la sua capacità, appresa da Andreotti, nel calcolo delle sizigie, mentre Zaare

Nahandi aggiunge la sua conoscenza delle basi di Gröbner. E si forma una nuova solida amicizia, nella quale Zaare Nahandi lo riconosce come maestro.

Salmon rimane a Bologna fino al 2011, anno successivo alla morte della moglie Gioia (2010); ritorna quindi a Genova dove risiedono le sue due figlie, cessando da allora quasi completamente ogni frequentazione matematica. La frequentazione con me (ancora intensa) e pochissimi altri matematici (meglio dire matematiche, al femminile, una delle quali morta prematuramente qualche anno prima di Salmon) non ha più risvolti matematici, se non marginali (con il suo tipico stile mi propone di studiare un problema di fattorialità, indicando in dieci anni il tempo per venirne a capo, lui di 85 anni, io di 70). Gli serve tuttavia a ripercorrere la sua storia scientifica e familiare, a ricordare i tempi delle persecuzioni fasciste e naziste, i rapporti con i cugini israeliani, quelli molto interessanti e fruttuosi ma non facili con Andreotti, il periodo torinese.

Muore improvvisamente a 88 anni per un attacco cardiaco il 25 settembre 2018.

Bibliografia

1. Pubblicazioni scientifiche

Sulla postulazione di una curva semplice dello spazio S_r , Boll. UMI Serie III Anno IX (1954), 46-50.

ANDREOTTI A. – *Anelli con unica decomponibilità in fattori primi ed un problema di intersezioni complete*, Monatshefte für Math. (1957), 97-142.

Sur les séries formelles restreintes, C.R. Acad. Sc. Paris (1962), 227-229.

Sur les séries restreintes et convergents, C.R. Acad. Sc. Paris (1962), 439-441.

Sur les complétés des anneaux noethériens et les séries formelles restreintes, C.R. Acad. Sc. Paris (1963), 4808-4810.

Sur les séries formelles restreintes, Bull. Soc. Math. France (1964), 385-410.

Serie convergenti su un corpo non archimedeo con applicazione ai fasci analitici, Ann. Mat. Pura e appl., Serie IV Tomo LXV (1964), 113-126.

Proprietà dei completamenti m-adici e problemi geometrici di intersezioni complete, Actas del Coloquio Internacional sobre Geometria Algebraica Madrid (1965), 155-157.

A. MICALI, -, P. SAMUEL – *Intégrité et factorialité des Algèbres symétriques*, Separatas das Atas do IV coloquio Brasileiro de Matemática (1965), 61-76.

Su un problema posto da P. Samuel, Rend. Acc. Lincei Cl. Sc. Serie VIII vol. XL (1966).

Sulla fattorialità delle algebre graduate e degli anelli locali, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova XLI. (1968), 119-138.

Singolarità e gruppo di Picard, Symposia Math. II (1969).

Sulle Algebre graduate relative a un ideale, Symposia Math. VIII (1971), 269-293.

Intersezioni complete e problemi connessi, Catania (1978) Convegno di Geometria Algebrica.

Aspetti geometrici della fattorialità, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano vol. L (1980), 135-140.

E. GOVER, -, *On a class of Golod Homomorphisms*, Math. Scand. 46 (1980), 5-14.

Intersezioni complete e loro generalizzazioni, Symposia Math. Vol. XXIV (1981), 153-167.

Sulla fattorialità di un gruppo commutativo, Atti Acc. Sc. Bologna Serie IV Tomo III (1985-86), 189-192.

Sui divisori di varietà riducibili, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano vol. LVII (1987), 55-61.

-, ZAARE NAHANDI R., *Sui punti tripli con cono tangente triplo*, Atti Acc. Sc. Bologna Serie XIV Tomo VI (1988-89), 93-100.

-, ZAARE NAHANDI R., *Algebraic properties of some analytically irreducible triple points*, Rend. Sem. Mat. Univ. Pol. Torino vol. 49 (1991), 41-70.

-, ZAARE NAHANDI R., *Ideals of minors defining generic singularities and their Gröbner bases*, Communications in Algebra (2005).

2. Libri

A-scientifici.

S. GRECO, -, *Topics in m -adic Topologies*, Springer Verlag Berlin 1971.

B-didattici.

Corso di Algebra, Ed. Tecnico Scientifica Pisa 1972.

Istituzioni di Geometria Superiore – corso tenuto a Genova negli anni 1967-70.

3. Pubblicazioni storico-divulgative e di introduzione alla ricerca

Sulle algebre simmetriche e di Rees di un ideale (1964) – Edizioni scientifiche Genova.

Applicazioni della K -teoria all'Algebra commutativa, Corso CIME Categories and Commutative Algebra – Varenna (1971), 211-247.



Paolo Valabrega

Professore ordinario di Geometria presso il Politecnico di Torino fino al 2015.

Si è occupato di Algebra Commutativa, Geometria Algebrica e attualmente di Matematica non archimedea.

Fondatore e direttore per vent'anni del Centro linguistico del Politecnico di Torino.

Responsabile del Progetto Polymath (Matematica in rete per le Scuole secondarie superiori – Politecnico di Torino – Istituto Superiore Mario Boella).

Coordinatore del Comitato organizzativo del Premio Fubini per la Matematica dal 2009.

Autore di circa 50 pubblicazioni scientifiche e di un libro di testo di Geometria.

Qualche problema di Algebra commutativa, GNSAGA Siena (1973).

Cenni storici sull'evoluzione della geometria-I collegamenti coll'algebra (1977).

Metodi omologici in Algebra commutativa, Cortona 1978.

Le origini dell'Algebra Commutativa in Italia, Rend. Sem. Mat. Univ. Pol. Torino vol. 48 (1990), 431-438.

EVARISTE GALOIS – *Matematica e cultura in Europa*, Springer (2005).

The Contribution of Aldo Andreotti to the Study of Algebra in Italy Around 1950, Boll. UMI (2011).

Fonti di questo articolo

Le informazioni sulla vita di Paolo Salmon provengono dai suoi scritti:

– Un sodalizio torinese degli anni 50 (conferenza tenuta a Torino nel 1994, in ricordo di Elda Valabrega Gibellato)

– Le origini dell'Algebra Commutativa in Italia,

– Cenni storici sull'evoluzione della geometria – I collegamenti coll'algebra,

ma, soprattutto, da tante lunghe conversazioni fra lui e me, che si sono svolte in quasi cinquant'anni di frequentazione (dalla fine del 1968), a casa mia (o della sorella Anna) a Torino, a casa sua a Genova e in seguito a Bologna e poi di nuovo a Genova, oltre che qualche volta ad Alessandria o anche Tortona (stazioni ferroviarie intermedie nel triangolo Torino-Bologna-Genova) e a Finale Ligure.

Altri contributi fondamentali provengono da David Buchsbaum, della Brandeis University, da lui conosciuto nel 1965 ad un corso CIME e suo amico da allora per tutta la vita, da Eugene Gover, allievo di Buchsbaum, conosciuto alla Northeastern University di Boston nel 1969, divenuto anche lui suo amico (e per un breve periodo, nel 1977, collaboratore scientifico), da Rahim Zaare Nahandi, dell'Università di Teheran, suo collaboratore scientifico ed amico dalla fine degli anni ottanta.

Naturalmente parecchie notizie e informazioni vengono da quelle allieve che sono rimaste, come me, in contatto con lui fino alla fine.

L'elenco delle pubblicazioni, forse incompleto e certo mancante di qualche dato, proviene da un elenco e dagli estratti che ho potuto consultare.