Matematica, Cultura e Società

Rivista dell'Unione Matematica Italiana

Luca Migliorini

Ricordo di Paolo de Bartolomeis

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **3** (2018), n.2, p. 139–144.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=RUMI_2018_1_3_2_139_0>

Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2018.

Matematica, Cultura e Società – Rivista dell'Unione Matematica Italiana
Serie I, Vol. 3, N. 2, Agosto 2018, 139-144

Ricordo di Paolo de Bartolomeis

Luca Migliorini
Università di Bologna
E-mail: luca.migliorini@unibo.it

Il 29 Novembre 2016, a Firenze, è mancato improvvisamente Paolo de Bartolomeis, Professore di Geometria all'Università di Firenze. Avrebbe compiuto 65 anni il 16 Gennaio 2017.

Gli inizi. Il periodo pisano, la geometria reale e l'analisi complessa.

La vita scientifica di Paolo de Bartolomeis inizia alla Scuola Normale di Pisa, dove entra come studente nel 1970, dopo la Maturità Classica conseguita al Liceo Michelangelo di Firenze, e presso la quale si laurea in Matematica, nel 1974. È quello un periodo magico della matematica pisana, una stagione di fervore intellettuale forse irripetibile. Pisa accoglie, tra l'Istituto e la Scuola, alcuni dei migliori matematici a livello mondiale. Oltre ai grandissimi nomi di Aldo Andreotti, Enrico Bombieri ed Ennio de Giorgi, molti giovani di grande valore gravitano attorno a Pisa: Edoardo Vesentini, Enrico Giusti, Claudio Procesi, Alberto Tognoli, Fulvio Lazzeri, Giuseppe Tomassini, Carlo Traverso, Fabrizio Catanese, Mauro Nacinovich sono solo alcuni nomi di una lunga lista. Senza contare il flusso continuo di ospiti, grandi matematici che visitano spesso Pisa, H. Hironaka, H. Grauert, R. Narasimhan, A. Grothendieck.

È in questo ambiente di straordinaria tensione intellettuale che Paolo si forma, ereditandone l'apertura, l'entusiasmo, l'idea di matematica come attività libera, collettiva e senza frontiere. Una idea che trasmetterà in modo naturale, col suo esempio, ai suoi studenti.

Paolo inizia la sua attività scientifica lavorando su problemi di geometria analitica reale, sotto la guida di Alberto Tognoli. I suoi primi lavori [1, 2, 3, 4] mostrano già , accanto a una notevole padronanza degli strumenti standard del settore, una fantasia, una intuizione geometrica che riflettono il clima della Scuola. Ma è l'analisi complessa in più variabili, che ha in Andreotti uno dei protagonisti assoluti, uno dei settori trainanti della Matematica di quel periodo. Il lavoro di L. Hörmander sulle stime L^2 dell'operatore $\overline{\partial}$ (Acta Mathematica 113 (1965) 89-152), e il parallelo lavoro di Andreotti e Vesentini (Publ. Math IHES 25 (1965) 81-130), che dà risultati equivalenti, in uno spirito più nettamente geometrico-differenziale, hanno, da qualche anno, spostato l'asse del settore, introducendo metodi propriamente analitici che integrano i metodi "soft" della coomologia dei fasci fino ad allora prevalenti. De Bartolomeis si inserisce in questo filone, contribuendo con diversi lavori: quelli sulle stime tipo Hardy [5, 6, 7, 9, 12], di cui alcuni in collaborazione con M. Landucci; quelli con G. Tomassini sugli ideali nell'algebra delle funzioni olomorfe definite su un dominio pseudoconvesso, che estendono C^∞ al bordo ([16, 18, 21, 24]), e quelli sulle tracce di funzioni pluriarmoniche ([13, 17]).

Segnaliamo, tra i lavori finali di questo periodo analitico, un breve lavoro in collaborazione con Eric Bedford, pubblicato nell'81, sulle sottovarietà Levi piatte ([14]). Ricordiamo che una ipersuperficie reale X di una varietà complessa M si dice Levi piatta se la forma di Levi di una sua "defining function" si annulla su tutti i vettori dello spazio tangente complesso, o, equivalentemente (se la

Accettato: il 23 gennaio 2018.

sottovarietà è almeno C^2) se è foliata da ipersuperfici complesse. Lo studio di queste sottovarietà presenta molte sottigliezze, una delle quali, relativa alla possibilità di dare una forma normale alla defining function, è affrontata nella nota. I problemi che sorgono nello studio di queste varietà rimarranno nella mente di Paolo, per tornare, nell'ultima fase della sua attività, affrontati con strumenti altamente sofisticati della teoria delle deformazioni, a testimoniare una unità sostanziale del punto di vista di Paolo sulla matematica.

Twistor spaces, metriche estremali, stabilità

De Bartolomeis viene nominato professore di Geometria all'Università di Firenze nel 1980, a soli 28 anni. Negli anni dal 1975 al 1977 era stato assistente all'Università degli Studi della Calabria, poi Professore Associato all'Università di Firenze. Aveva passato l'Anno Accademico 1979-80 all'Institute for Advanced Study di Princeton, quale assistente di Enrico Bombieri. Con la sua naturale modestia ricordava spesso il senso di riverenza che provava nel vedere i nomi di chi occupava gli uffici vicini.

In questi anni il suo interesse per problemi più prettamente geometrici inizia ad avere il sopravvento. I primi anni '80 sono un momento importante per la geometria differenziale complessa: la recente soluzione del problema di Calabi a opera di Shing Tung Yau (Comm. on Pure and Applied Math. 31 (3), 339-411 (1978)), che ha valso la medaglia Fields al suo autore, e i lavori recenti di Yum Tong Siu e Yau, tra i quali spicca quello sulla congettura di Frankel, per l'uso originale delle applicazioni armoniche, stanno dando una nuova forma al settore. Semplificando, si può dire che le equazioni di tipo non lineare (semi-lineari nel caso delle applicazioni armoniche, totalmente non lineari nel caso di Monge-Ampère) iniziano a portare i loro frutti nella teoria. Se mi è consentito un ricordo personale, il primo seminario di de Bartolomeis cui ho assistito esponeva la recente soluzione ad opera di Siu della congettura di Grauert-Riemenschneider (J. Differential Geom. 19 (1984), no. 2, 431-452), una caratterizzazione geometrico differenziale delle varietà di Moishezon nello spirito del Kodaira Embedding theorem. Ricordo tuttora l'entusiasmo nell'esporre l'argomento, molto elegante, un entusiasmo contagioso che mi spinse a chiedere a Paolo, mio relatore di tesi di Laurea, di adoperarsi per farmi passare un periodo di studio, sotto la direzione di Siu, alla Harvard University.

Negli stessi anni, lo studio delle applicazioni armoniche in varietà speciali progredisce in modo inaspettato. Alcuni lavori di grande originalità di Eugenio Calabi che risalgono agli anni '60 sulle applicazioni armoniche dalla sfera bidimensionale S^2 nelle sfere di dimensione qualunque, mostrano l'utilità di quello che Roger Penrose aveva chiamato il twistor space di una varietà riemanniana di dimensione pari. L'importanza di tale costruzione era già emersa in importanti lavori sui fibrati vettoriali sulla sfera.

Il twistor space di una varietà riemanniana (M, g) è uno spazio i cui punti sono in corrispondenza con le strutture complesse (compatibili con la metrica) sugli spazi tangenti a M. Questo spazio è a sua volta dotato di una struttura naturale di varietà quasi complessa, integrabile se la varietà di partenza è: conformalmente piatta in dimensione maggiore di 4, o anti-autoduale in dimensione 4. La costruzione permette di stabilire in alcuni casi un dizionario tra problemi riemanniani e problemi di geometria complessa, a volte addirittura di geometria algebrica. Sono testimoni dell'interesse di de Bartolomeis per questo tema i lavori con D. Burns ([27, 29]), con Burns, F. Burstall e J. Rawnsley ([30]) sullo studio delle applicazioni armoniche con metodi twistoriali, e infine i lavori [28, 31, 32, 33, 35, 40], alcuni in collaborazione con A. Nannicini e il sottoscritto, sulla geometria dei twistor spaces. Il lavoro [31], in particolare, risponde ad una domanda posta da Nigel Hitchin sulla caratterizzazione dei twistor spaces Kähleriani.

È in questo periodo che emerge con forza un tema tipico della ricerca di de Bartolomeis, forse la domanda che considerava più pressante: cosa rende speciale una varietà complessa rispetto a una varietà quasi complessa? Cos'è una varietà complessa? In [36] infatti scrive:

> *"everybody knows that holomorphic objects are outstandingly useful as exceptional patterns to describe our exceptional Universe and thus the old question: 'what is a holomorphic manifold?' is still here."*

Ma si deve notare anche l'emergere di un atteggiamento tipico di Paolo, condiviso anche da altri tra i migliori esponenti della geometria italiana, penso a persone come Enrico Arbarello e Maurizio Cornalba, due amici che Paolo stimava moltissimo: l'attenzione ai problemi posti dalla fisica teorica e agli strumenti matematici sviluppati in fisica. Sono gli anni in cui i metodi delle equazioni di Yang-Mills portano a fondamentali progressi nella topologia differenziale delle 4-varietà per opera di Simon Donaldson.

Tipico com'era della sua tendenza seguire con profondo interesse ogni recente sviluppo, senza mai fossilizzarsi nel continuare a fare quello che già sapeva fare alla perfezione, della sua umiltà nel diventare sempre di nuovo studente, Paolo studia approfonditamente questi sviluppi, in particolare la relazione tra l'esistenza di metriche speciali su un fibrato vettoriale su una varietà complessa e la sua stabilità nel senso della teoria geometrica degli invarianti di Mumford, (lavori di Donaldson, Uhlenbeck, Yau). Nascono da questo studio intenso quelli che restano forse i suoi lavori più importanti:

(1) Una breve, ma importante, nota, con Dan Burns ([25]), sulla stabilità e sulle metriche estremali, pubblicata su Inventiones (1988): uno dei problemi chiave della geometria complessa è la ricerca di metriche canoniche su una varietà Kähleriana, o complessa in generale. Il problema è naturalmente ispirato dall'interpretazione geometrica del teorema di uniformizzazione per superfici di Riemann (Poincaré, Koebe), che fornisce una metrica completa a curvatura costante. Una delle proposte più naturali, dovuta a Calabi, è quella di cercare i punti critici della norma L^2 della curvatura scalare. Tali metriche si dicono estremali. Burns e de Bartolomeis costruiscono esempi di superfici rigate che non hanno metriche estremali in una fissata classe di Kähler. La non esistenza di tali metriche risulta collegata alle proprietà di stabilità del fibrato sulla superficie di Riemann di cui la rigata è la proiettivizzazione. È questo uno dei primi lavori in cui il legame tra stabilità ed esistenza di metriche speciali, un legame tuttora al centro della ricerca in geometria differenziale, emerge chiaramente.

(2) il lungo lavoro in collaborazione con Gang Tian ([37]), sulla nozione di stabilità su varietà quasi complesse. Si tratta di un lavoro tecnicamente arduo, che non perde mai di vista la specificità del problema geometrico. È facile individuare il contributo specifico di Paolo nella sottigliezza della scelta delle definizioni che estendono all'ambiente quasi complesso nozioni proprie della geometria complessa, quali la definizione di fibrato vettoriale olomorfo e di sottofascio. Il risultato principale stabilisce un analogo della corrispondenza di Hitchin-Kobayashi tra fibrati polistabili e fibrati con metriche Hermite-Einstein.

Nel 1995 Paolo è conferenziere plenario al congresso UMI di Padova: la sua conferenza ([39]) è un manifesto programmatico del suo modo di fare geometria, della sua fascinazione per le interazioni tra le strutture geometriche, per i legami inaspettati tra teorie diverse, unita al gusto di esaminare in dettaglio esempi intricati per farne emergere la semplicità e bellezza.

Varietà di Calabi-Yau generalizzate e teoria delle deformazioni

Il terzo e ultimo periodo dell'attività di Paolo è caratterizzato da un'altra svolta nei temi affrontati, preceduta da un periodo di intensissimo studio. A fine anni '90 iniziano a circolare le lezioni di Maxim Kontsevich sulla teoria delle deformazioni, che presentano in modo coerente, anche se senza dettagli, e in stile talvolta oracolare, una nuova visione della teoria, basata sull'uso intensivo delle algebre graduate differenziali. Tale punto di vista era stato anticipato da lavori, tra gli altri, di Nijenhuis, Richardson, Stasheff, Deligne, Drinfeld, Simpson, ma è in queste lezioni che si pone una nuova enfasi sulla nozione di DGLA (algebra di Lie differenziale graduata) quale struttura unificante dei problemi di deformazione. Con grande diligenza Paolo indossa di nuovo i panni dello studente, sistemando, pulendo, quelle note, ripensandole in modo originale, costruendo esempi. In vari lavori, spesso in collaborazione ([42, 44, 45, 49, 50, 51]) si applica la teoria a casi speciali particolarmente interessanti. Parallelamente, de Bartolomeis si occupa di varietà di Calabi Yau, introducendone una generalizzazione. Una varietà di Calabi-Yau generalizzata è una varietà simplettica (M, ω) con una struttura *quasi*-complessa J e una forma ψ di tipo $(n, 0)$, che soddisfano varie condizioni di compatibilità . Quando J è integrabile, naturalmente, si ritrova la nozione standard di varietà di Calabi-Yau. I lavori con Adriano Tomassini su questo tema ([46, 47, 48, 50]) contengono, oltre ad uno studio generale delle proprietà di queste varietà e del loro spazio dei moduli, interessanti esempi. Da segnalare la costruzione, in [48], di un esempio di "solvmanifold" di dimensione 6, che è formale in senso coomologico e soddisfa la proprietà di Lefschetz, pur non ammettendo una struttura Kähleriana. Altri lavori molto interessanti di questo periodo, quale [43], con Adriano Tomassini, indagano in profondità la nozione di formalità e le numerose sfaccettature del teorema Hard Lefschetz. Frutto di questo studio della teoria delle deformazioni sono pure gli ultimi lavori ([52, 53, 54]), in collaborazione con Andrei Iordan, sulla deformazione delle sottovarietà Levi piatte in una varietà complessa. In particolare, l'ultimo bellissimo lavoro [53], pubblicato sugli Annales Scientifiques de l'ENS, contiene risultati notevoli sulla rigidità di tali sottovarietà , che vanno nella direzione della congettura tuttora aperta sulla non esistenza di ipersuperfici lisce Levi piatte nel piano proiettivo. Si dimostra infatti che non esistono ipersuperfici Levi piatte "trasversalmente parallelizzabili". Le tecniche delle DGLA si rivelano utili per studiare problemi dal suggestivo sapore geometrico, quelli che molti anni prima, forse ancora nel periodo pisano, Paolo aveva incontrato. Sono lavori sottili, ricchi, caratteristici del suo stile matematico, che contengono molti spunti da esplorare.

Come studente di Paolo de Bartolomeis non posso concludere senza menzionare un aspetto estremamente importante della sua attività scientifica: l'interesse sempre acceso per il lavoro dei giovani, la sua curiosità priva di invidia, la assoluta mancanza di boria accademica che lo contraddistingueva, l'umiltà che lo rendeva pronto a imparare da persone più giovani. Sono testimoni di questo atteggiamento i molti studenti di tesi e dottorato che ha avuto, nonché la sua intensa attività organizzativa, nella quale spicca l'ideazione e direzione scientifica dei workshop per i giovani ricercatori in geometria, che, a partire dagli anni '90, sono stati un importante appuntamento che ha permesso a molti giovani di far conoscere i loro risultati ed acquistare visibilità nella comunità scientifica.

A noi studenti resta non solo quanto di tecnico abbiamo imparato, ma soprattutto il senso della passione aperta per la matematica, al di là dei confini settoriali e delle classificazioni di comodo, che Paolo eccelleva nel trascurare. La voglia di iniziare sempre da zero, studiando nuove cose, senza fossilizzarsi a ripetere quelle acquisite. Per me, per noi, suoi studenti, Paolo è stato una presenza costante, allegra e disinteressata, sempre pronto a gioire per i nostri progressi e risultati, e sdrammatizzare gli insuccessi. Ci mancano il suo entusiasmo, la sua vastissima cultura, mai ostentata, che emergeva naturalmente, la voglia di discutere non solo di matematica, ma di libri, di musica, di politica, di sport, il sorriso imbarazzato con cui sciorinava una incredibile conoscenza della progressione dei record di atletica leggera. Mancano la sua leggerezza, una gentilezza d'animo che colpiva chiunque, la sua timidezza che veniva fuori inaspettata, la sua fiducia incondizionata in noi, suoi studenti. (1)

References

[1] P. de Bartolomeis, *Algebre di Stein nel caso reale*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur (8) **58** (1975), no. 4, 482-486.

[2] P. de Bartolomeis, *Normalità e paracompattezza nelle varietà topologiche.* Boll. Un. Mat. Ital. (4) **11** (1975), no. 2, 279-288.

[3] P. de Bartolomeis, *Algebre di Stein nel caso reale.* Rend. Accad. Naz. XL (5), 105-144 (1977).

[4] P. de Bartolomeis, *Una nota sulla topologia delle algebre reali coerenti.* Boll. Un. Mat. Ital. (5) **13A** (1976), no. 1, 123-125.

(1) Ringrazio Fiammetta Battaglia per l'aiuto prestato nella stesura della lista dei lavori di Paolo de Bartolomeis e per i molti preziosi suggerimenti. Un sentito ringraziamento va anche ad Adriano Tomassini per i suoi commenti e suggerimenti, e a Giuseppe Tomassini per avermi fornito il testo della sua comunicazione al workshop "Perspectives in Geometry" (Firenze 26-28 Gennaio 2017), che ho utilizzato come traccia per questo ricordo.

[5] P. DE BARTOLOMEIS, *Stime in norme tipo Hardy dell'operatore $\overline{\partial}$ e teoremi di struttura per le funzioni di $\mathcal{H}^p$ in domini strettamente pseudoconvessi di $\mathbb{C}^n$.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **61** (1976), no. 12, 30-36.
[6] P. DE BARTOLOMEIS, M. LANDUCCI, *Régularisation au bord et problème de Cauchy pour l'opérateur e $\overline{\partial}$ à croissance "de type Hardy",* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. **AB 285** (1977), no. 15, A937-A939.
[7] P. DE BARTOLOMEIS, M. LANDUCCI, *Régularisation au bord et problème de Cauchy pour l'opérateur e $\overline{\partial}$ à croissance "de type Hardy",* Colloque d'Analyse Harmonique et Complexe, Univ. Aix-Marseille I, Marseille, 1977.
[8] P. DE BARTOLOMEIS, *Some constructions for relative approximation of holomorphic functions,* Several complex variables (Cortona, 1976/1977), pp. 65-73, Scuola Norm. Sup. Pisa, Pisa, 1978.
[9] P. DE BARTOLOMEIS, M. LANDUCCI, *Régularisation au bord et problème de Cauchy pour l'opérateur $\overline{\partial}$ à croissance de "type Hardy"*, Bull. Sci. Math. (2) **103** (1979), no. 1, 17-32.
[10] P. DE BARTOLOMEIS, *Approximation theorems for functions in strictly pseudoconvex domains of Stein manifolds",* Boll. Un. Mat. Ital. B (5) **16** (1979), no. 1, 9-21.
[11] P. DE BARTOLOMEIS, *Le deuxième problème de Cousin avec condition au bord*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. **AB 289** (1979), no. 15, A739-A741.
[12] P. DE BARTOLOMEIS, *"Hardy like" estimates for the operator $\overline{\partial}$ and scripture theorems for functions in $\mathcal{H}^p$ in strictly pseudoconvex domains.* Boll. Un. Mat. Ital. B (5) **16** (1979), no. 2, 430-450.
[13] P. DE BARTOLOMEIS, G. TOMASSINI, *Traces of pluriharmonic functions,* Analytic functions, Kozubnik 1979 (Proc. Seventh Conf., Kozubnik, 1979), pp. 1017, Lecture Notes in Math., 798, Springer, Berlin, 1980.
[14] E. BEDFORD, P. DE BARTOLOMEIS, *Levi flat hypersurfaces which are not holomorphically flat,* Proc. Amer. Math. Soc. **81** (1981), no. 4, 575-578.
[15] P. DE BARTOLOMEIS, *On the trace of analytic sets. (Italian)* Boll. Un. Mat. Ital. B (5) **18** (1981), no. 1, 295-303.
[16] P. DE BARTOLOMEIS, G. TOMASSINI, *Idéaux de type fini dans $A_\infty(D)$*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **293** (1981), no. 2, 133-134.
[17] P. DE BARTOLOMEIS, G. TOMASSINI, *Traces of pluriharmonic functions,* Compositio Math. **44** (1981), no. 13, 29-39.
[18] P. DE BARTOLOMEIS, G. TOMASSINI, *Finitely generated ideals in $A_\infty(D)$* Adv. in Math. **46** (1982), no. 2, 162-170.
[19] P. DE BARTOLOMEIS, *Sur l'analyticité complexe de certaines applications harmoniques*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **294** (1982), no. 16, 525-527.
[20] P. DE BARTOLOMEIS, *Sur l'analyticité complexe de certaines applications harmoniques,* P. LELONG, P. DOLBEAULT, H. SKODA analysis seminar, 1981/1983, 27-40, Lecture Notes in Math., **1028**, Springer, Berlin, 1983.
[21] P. DE BARTOLOMEIS, *Générateurs holomorphes de certains idéaux de $C_\infty(D)$,* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **300** (1985), no. 11, 343-345.
[22] P. DE BARTOLOMEIS, *Generalized twistor space and applications* Geometry seminars, (Bologna, 1985), 23-32, Univ. Stud. Bologna, Bologna, 1986.
[23] D. BURNS, P. DE BARTOLOMEIS, *Stable harmonic maps with values in $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$.* Miniconference on operator theory and partial differential equations (North Ryde, 1986), 111-116, Proc. Centre Math. Anal. Austral. Nat. Univ., **14**, Austral. Nat. Univ., Canberra, 1986.
[24] P. DE BARTOLOMEIS, *Holomorphic generators of some ideals in $C_\infty(D)$,* Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **14** (1987), no. 2, 199-215 (1988).
[25] D. BURNS, P. DE BARTOLOMEIS, *Stability of vector bundles and extremal metrics,* Invent. Math. **92** (1988), no. 2, 403-407.
[26] P. DE BARTOLOMEIS, M. DERRIDJ, *Positive vector bundles and harmonic maps,* Ann. Mat. Pura Appl. (4) **150** (1988), 2137.
[27] D. BURNS, P. DE BARTOLOMEIS, *Applications harmoniques stables dans $\mathbb{P}^n$,* Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **21** (1988), no. 2, 159-177.
[28] P. DE BARTOLOMEIS, L. MIGLIORINI, A. NANNICINI, *Espaces de twisteurs kählériens,* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **307** (1988), no. 6, 259-261.
[29] D. BURNS, P. DE BARTOLOMEIS, *Stable harmonic maps to* $\mathbb{P}^n$, Harmonic mappings, twistors, and σ- models (Luminy, 1986), 151-157, Adv. Ser. Math. Phys., 4, World Sci. Publishing, Singapore, 1988.
[30] D. BURNS, F. BURSTALL, P. DE BARTOLOMEIS, J. RAWNSLEY, *Stability of harmonic maps of Kähler manifolds,* J. Differential Geom. **30** (1989), no. 2, 579-594.
[31] P. DE BARTOLOMEIS, L. MIGLIORINI, A. NANNICINI, *Propriétés globales de l'éspace de twisteurs,* Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl. **2** (1991), no. 2, 147-153.
[32] P. DE BARTOLOMEIS, L. MIGLIORINI, *Scalar curvature and twistor geometry*, Complex analysis (Wuppertal, 1991), 33-39, Aspects Math., **E17**, Vieweg, Braunschweig, 1991.
[33] P. DE BARTOLOMEIS, *Some new global results in twistor geometry,* Geometry and complex variables (Bologna, 1988/1990), 155-163, Lecture Notes in Pure and Appl. Math., **132**, Dekker, New York, 1991.
[34] P. DE BARTOLOMEIS, *Principal bundles in action,* Conference on Differential Geometry and Topology (Parma, 1991). Riv. Mat. Univ. Parma (4) **17** (1991), 1-65 (1993).
[35] P. DE BARTOLOMEIS, *Twistor constructions for vector bundles,* Complex analysis and geometry, 103-114, Univ. Ser. Math., Plenum, New York, 1993.
[36] P. DE BARTOLOMEIS, *Complex landscapes. Differential geometry, complex analysis,* (Parma, 1994). Riv. Mat. Univ. Parma (5) **3** (1994), no. 1, 109-121 (1995).
[37] P. DE BARTOLOMEIS, G. TIAN, *Stability of complex vector bundles,* J. Differential Geom. **43** (1996), no. 2, 231-275.
[38] P. DE BARTOLOMEIS, *Compactifications of the space of linear complex structures,* Boll. Un. Mat. Ital. B (7) **11** (1997), no. 2, suppl., 327-346.
[39] P. DE BARTOLOMEIS, *Complex and holomorphic structures, their singularities and their invariants,* Boll. Un. Mat. Ital. A (7) **11** (1997), no. 2, 353-382.
[40] P. DE BARTOLOMEIS, A. NANNICINI, *Introduction to differential geometry of twistor spaces,* Geometric theory of singular phenomena in partial differential equations (Cortona, 1995), 91-160, Sympos. Math., XXXVIII, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998.
[41] P. DE BARTOLOMEIS, *Complex Casson invariants,* Riv. Mat. Univ. Parma (6) **2** (1999), 25-53 (2000).
[42] P. DE BARTOLOMEIS, *GBV algebras, formality theorems, and Frobenius manifolds*, Algebraic Geometry Seminars,

1998-1999 (Italian) (Pisa), 161-177, Scuola Norm. Sup., Pisa, 1999.
[43] P. de Bartolomeis, A. Tomassini, *On formality of some symplectic manifolds,* Internat. Math. Res. Notices 2001, no. 24, 1287-1314.
[44] P. de Bartolomeis, *$\mathbb{Z}_2$ and $\mathbb{Z}$-deformation theory for holomorphic and symplectic manifolds*, Complex, contact and symmetric manifolds, 75-103, Progr. Math., **234**, Birkhuser
[45] P. de Bartolomeis, *Symplectic deformations of Kähler manifolds,* J. Symplectic Geom. **3** (2005), no. 3, 341-355.
[46] P. de Bartolomeis, A. Tomassini, *On the Maslov index of Lagrangian submanifolds of generalized Calabi-Yau manifolds,* Internat. J. Math. **17** (2006), no. 8, 921-947.
[47] P. de Bartolomeis, A. Tomassini, *Some results on generalized Calabi-Yau manifolds,* Int. J. Geom. Methods Mod. Phys. **3** (2006), no. 56, 12731292.
[48] P. de Bartolomeis, A. Tomassini, *On solvable generalized Calabi-Yau manifolds,* Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **56** (2006), no. 5, 1281-1296.
[49] P. de Bartolomeis, F. Meylan, *Intrinsic deformation theory of CR structures,* Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5) **9** (2010), no. 3, 459-494.
[50] P. de Bartolomeis, A. Tomassini, *Exotic deformations of Calabi-Yau manifolds,* Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **63** (2013), no. 2, 391-415.
[51] P. de Bartolomeis, V.S. Matveev, *Some remarks on Nijenhuis brackets, formality, and Kähler manifolds,* Adv. Geom. **13** (2013), no. 4, 571-581.
[52] P. de Bartolomeis, A. Iordan, *Deformations of Levi flat structures in smooth manifolds,* Commun. Contemp. Math. **16** (2014), no. 2.
[53] P. de Bartolomeis, A. Iordan, *Deformations of Levi flat hypersurfaces in complex manifolds,* Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4) **48** (2015), no. 2, 281-311.
[54] P. de Bartolomeis, A. Iordan, *Maurer-Cartan equation in the DGLA of graded derivations and non existence of Levi flat hypersurfaces in $\mathbb{CP}_2$,* arXiv:1506.06732 [math.CV].

Luca Migliorini

Luca Migliorini, nato a Firenze nel 1961, si è laureato in Matematica con Paolo de Bartolomeis nel 1985. Dal Novembre 2001 è Professore di Geometria all'Università di Bologna. Si occupa di geometria algebrica, in particolare delle applicazioni della teoria di Hodge allo studio delle proprietà topologiche delle varietà algebriche.