Atti Accademia Nazionale Lincei Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti Lincei
Matematica e Applicazioni

Ennio De Giorgi

Dal superamento del riduzionismo insiemistico alla ricerca di una più ampia e profonda comprensione tra matematici e studiosi di altre discipline scientifiche ed umanistiche

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti Lincei. Matematica e Applicazioni, Serie 9, Vol. **9** (1998), n.2, p. 71–80.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLIN_1998_9_9_2_71_0>

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti Lincei. Matematica e Applicazioni, Accademia Nazionale dei Lincei, 1998.

Rend. Mat. Acc. Lincei
s. 9, v. 9:71-80 (1998)

Logica matematica. — *Dal superamento del riduzionismo insiemistico alla ricerca di una più ampia e profonda comprensione tra matematici e studiosi di altre discipline scientifiche ed umanistiche.* Nota (*) di Ennio De Giorgi.

Nell'aprile del 1996 Ennio De Giorgi trasmise una Nota *ai Rendiconti, inviandola al Presidente ed al Vicepresidente dell'Accademia. La procedura era inconsueta. Del resto, come scriveva De Giorgi nella lettera di trasmissione, la* Nota *stessa era «di un tipo un po' inconsueto, diversa dalle* Note *di carattere specialistico e anche diversa dalle conferenze di interesse interdisciplinare, e non riducibile in alcun modo ad una conferenza». «Nella* Nota *– scriveva De Giorgi – espongo nella forma più sobria e più chiara possibile pochissime idee che mi sembrano abbastanza nuove, abbastanza interessanti e abbastanza comprensibili, discutibili e criticabili da parte di ogni persona che le consideri con una certa attenzione.* (...) *Mi piacerebbe* (...) *che, in occasione della discussione della* Nota, (...) *gli interventi degli altri Soci prevalessero rispetto ai miei discorsi, che dovrebbero essere soprattutto risposta a osservazioni, suggerimenti e critiche». La* Nota *viene pubblicata oggi, dopo che Ennio De Giorgi ci ha lasciato, e vuole essere un'ulteriore testimonianza della stima, dell'ammirazione e del rimpianto dell'Accademia.*

Abstract. — *Overcoming set-theoretic reductionism in search of wider and deeper mutual understanding between Mathematicians and scholars of different scientific and human disciplines.* We propose in this paper an open-ended, non-reductionist axiomatic framework, grounded on the primitive notions of *quality* and *relation*. In our opinion, this framework should be suitable for engrafting the main concepts of Mathematics, Logic and Computer Science. We give here only some examples dealing with the very first notions of Mathematics. We hope that a free development of this framework will foster a fruitful debate and a critical analysis of the main fundamental ideas of the different scientific and human disciplines, not restricted to «specialists of Foundations» only, but rather extended to all interested scholars.

Key words: Foundations; Non-reductionism; Quality; Relation.

Riassunto. — Proponiamo in questa *Nota* un quadro assiomatico aperto e non riduzionista, che si basa sulle idee primitive di *qualità* e *relazione*, in cui speriamo sia possibile innestare i concetti fondamentali della Matematica, della Logica e dell'Informatica (di cui diamo solo alcuni primissimi esempi). Auspichiamo che sviluppando liberamente tale quadro sia possibile giungere ad un fruttuoso confronto critico delle idee fondamentali delle diverse discipline scientifiche ed umanistiche, non ristretto agli «specialisti dei Fondamenti», ma aperto a tutti gli studiosi interessati.

Varie riflessioni sui concetti fondamentali della Matematica, della Logica e dell'Informatica (vedi [1-24]) e molte conversazioni con studiosi di varie discipline (Matematica, Fisica, Logica, Informatica, Biologia, Storia, Filosofia, Economia, Teologia, ecc.) mi

(*) Presentata nella seduta del 13 febbraio 1998 dal Socio E. Vesentini, Direttore del Comitato consultivo.

hanno convinto dell'opportunità di superare il cosiddetto «riduzionismo insiemistico» cioè la tendenza a ridurre tutta la Matematica alle teorie degli insiemi e cercare invece di inserire tali teorie e tutte le altre teorie scientifiche in un quadro più ampio in cui sia possibile un confronto critico delle idee fondamentali delle diverse discipline scientifiche e umanistiche.

Certamente le teorie degli insiemi proposte da Cantor, Zermelo, Gödel, Bernays, Von Neumann e altri grandi matematici di questo secolo restano tra le espressioni più elevate dello spirito umano (paragonabili per esempio alla meccanica di Newton, alla relatività generale, alla meccanica quantistica, alla Divina Commedia di Dante, al Mosè di Michelangelo, alle musiche di Bach, Mozart, alle tragedie di Shakespeare ecc.), tuttavia per comprenderne meglio il valore mi sembra utile inserirle in un quadro più generale dominato dalle due idee di *qualità* e *relazione*.

In un tale quadro dovrebbe anche essere più facile impostare un confronto critico tra le idee fondamentali della Matematica, della Logica, dell'Informatica, delle altre discipline scientifiche ed umanistiche.

Tutte queste discipline infatti considerano *oggetti qualitativamente diversi* e studiano *relazioni tra tali oggetti*. Sembra quindi ragionevole proporre come premessa generale all'esposizione di tali discipline e al confronto delle loro idee fondamentali un breve e semplice sistema di poche *qualità* e *relazioni* di carattere generale che dovrebbero costituire la base solida e flessibile su cui inserire qualità e relazioni più specifiche delle varie scienze.

Infatti occorre probabilmente cercare nuove basi solide e insieme flessibili per la Matematica e le altre scienze, nuovi modi meno rigidi di organizzare l'esposizione non solo per risolvere nuovi problemi, ma anche per trovare delle vie abbastanza rapide e rigorose per arrivare agli stessi teoremi classici della Matematica, come per esempio alla formula di Stokes. Questa necessità è indirettamente confermata anche da un'osservazione su tale formula contenuta nell'intervista [26] di Henri Cartan, uno dei maggiori matematici che ha partecipato all'opera collettiva del Bourbaki.

Chiameremo tale sistema «premessa generale alle teorie scientifiche» e lo esponiamo nel seguente capitolo.

A qualcuno tutto questo potrà sembrare un sogno irrealizzabile; a me sembra che nella ricerca scientifica qualche volta sia bene seguire i propri sogni e nello stesso tempo cercare di comunicarli con chiarezza, onestà intellettuale, disponibilità ad accettare le critiche dei propri interlocutori. Ho sostenuto quest'idea nell'intervista [25]. Cerco di darne una sia pur limitata attuazione in questa *Nota*, che spero risulti veramente comprensibile da parte di studiosi di ogni disciplina scientifica e umanistica. Mi sembra anzi che essa potrà essere compresa da chi la legge con lo spirito più «ingenuo» possibile senza pensare che siano necessari prerequisiti di qualsiasi natura matematici, logici, informatici, filosofici, ecc. La bibliografia che conclude questa *Nota* serve soprattutto a soddisfare le curiosità di chi, dopo averla letta, si chiede come siano sorte le idee in essa esposte.

Capitolo 1

Cominciamo assumendo come concetti primitivi, cioè non riconducibili (mediante opportune definizioni) ad altri concetti precedentemente introdotti, l'idea di «*qualità*» e l'idea di «*godere di una data qualità*». Notiamo che con questa accezione di concetto primitivo non intendiamo rispondere né al problema psicologico di quali siano le idee che per prime si presentano alla mente del bambino, né al problema storico di quali siano state le idee che per prime l'umanità ha considerato.

Conveniamo pure che dati un oggetto x di qualsiasi natura ed una qualità q, quando scriveremo

$$q\,x$$

intenderemo dire che «x gode della qualità q». In questa premessa consideriamo le sette qualità fondamentali: *Qqual*, *Qrel*, *Qrelb*, *Qrelt*, *Qrelq*, *Qrun*, *Qrbiun* aventi i seguenti significati

Qqual x vuol dire che x è una qualità;

Qrel x vuol dire che x è una relazione;

Qrelb x vuol dire che x è una relazione binaria;

Qrelt x vuol dire che x è una relazione ternaria;

Qrelq x vuol dire che x è una relazione quaternaria;

Qrun x vuol dire che x è una relazione univoca;

Qrbiun x vuol dire che x è una relazione biunivoca.

Le sette qualità godono di *Qqual* e quindi possiamo scrivere:

Assioma 1. *Qqual Qqual, Qqual Qrel, Qqual Qrelb, Qqual Qrelt, Qqual Qrelq, Qqual Qrun, Qqual Qrbiun.*

Tutte queste e le altre affermazioni di questo capitolo vengono «proposte» (non «imposte») come «assiomi», cioè come affermazioni non dedotte da un sistema di affermazioni precedenti ma scelte come possibile punto di partenza per gli ulteriori sviluppi di varie teorie. Esse non sono nemmeno «dedotte» dalla storia della Matematica, dalla filosofia della Scienza, dalla Logica, ecc. ed anzi possono essere meglio comprese da chi si pone nell'atteggiamento più «ingenuo» possibile e si riferisce ai significati più comuni che il linguaggio di ogni giorno dà alle parole qualità e relazione. Solo dopo una comprensione ingenua della premessa è conveniente la sua rilettura critica in cui ciascuno può naturalmente portare le proprie esperienze e conoscenze di Matematica, Logica, Informatica, Storia, Filosofia, Fisica, Economia, ecc. anzi tali esperienze potranno essere molto importanti per formulare valutazioni critiche più profonde e meglio motivate.

Le tre qualità *Qrelb*, *Qrelt*, *Qrelq* sono particolarizzazioni della qualità più generale *Qrel*, cioè:

Assioma 2. *Un elemento x che goda di una delle tre qualità Qrelb, Qrelt, Qrelq gode anche della qualità Qrel.*

Non escludiamo invece che vi possano essere relazioni più complesse delle relazioni binaria, ternarie o quaternarie anche se non dovremo farne uso in questa premessa.

Dopo l'idea primitiva di godere di una certa qualità, la seconda più importante idea primitiva di questa premessa è quella di «*essere in una certa relazione*». Precisamente, dati due oggetti x, y di qualsiasi natura e una relazione binaria r, scriveremo

$$r\, x\,,\; y$$

oppure talvolta

$$r\, x;\, y$$

per dire che «x ed y sono nella relazione r». Talvolta invece di dire che x ed y sono nella relazione r si dice anche che x è nella relazione r con y.

Analogamente se x, y, z sono oggetti di qualsiasi natura e ρ è una relazione ternaria, scriveremo

$$\rho\, x\,,\; y\,,\; z$$

oppure

$$\rho\, x;\, y;\, z$$

per dire che «x, y, z sono nella relazione ρ».

Infine se τ è una relazione quaternaria ed x, y, z, t sono oggetti di natura qualsiasi, scriveremo

$$\tau\, x\,,\; y\,,\; z\,,\; t$$

oppure

$$\tau\, x;\, y;\, z;\, t$$

per dire che x, y, z, t sono nella relazione τ.

Le quattro relazioni fondamentali considerate in questa premessa sono: *Rqual*, *Rrelb*, *Rrelt*, *Rid*. La relazione *Rqual* è una relazione binaria e collega le qualità con gli elementi che ne godono. Precisamente:

ASSIOMA 3. *Dati due oggetti x, y, perché si abbia*

$$\mathit{Rqual}\, x\,,\; y$$

è necessario che x sia una qualità (*cioè goda di Qqual*). *Inoltre se q è una qualità e x è un qualsiasi oggetto, la condizione Rqual q, x è necessaria e sufficiente perché x goda di q.*

La relazione *Rrelb* è una relazione ternaria e collega le relazioni binarie con gli oggetti che sono in tali relazioni. In altri termini:

ASSIOMA 4. *Perché si abbia*

$$\mathit{Rrelb}\, x\,,\; y\,,\; z$$

è necessario che x sia una relazione binaria. Inoltre se r è una relazione binaria, ed x, y sono *oggetti di qualsiasi natura, sono equivalenti le due affermazioni:*

$$r\, x\,,\; y\,;$$

$$Rrelb\; r\,,\; x\,,\; y\,.$$

Infine *Rrelt* è una relazione quaternaria e collega relazioni ternarie con oggetti che sono in tali relazioni. In altri termini:

ASSIOMA 5. *Perché si abbia*

$$Rrelt\; x\,,\; y\,,\; z\,,\; t$$

è necessario che x sia una relazione ternaria. Inoltre se ρ è una relazione ternaria e x, y, z sono oggetti di qualsiasi natura, sono equivalenti le due affermazioni:

$$Rrelt\; \rho\,,\; x\,,\; y\,,\; z\,;$$

$$\rho\; x\,,\; y\,,\; z\,.$$

Infine *Rid* è una relazione binaria e rappresenta l'*identità*. In altri termini:

ASSIOMA 6. *Affinché sia*

$$Rid\; x\,,\; y$$

occorre e basta che x ed y siano esattamente lo stesso oggetto. In altri termini ogni oggetto è nella relazione Rid con se stesso e soltanto con se stesso.

La relazione *Rid* è l'esempio più semplice di relazione che gode delle due qualità *Qrun* e *Qrbiun*. Per quanto rigurda la qualità *Qrun* poniamo il seguente assioma che esprime l'idea di univocità:

ASSIOMA 7.

1) *se* $Qrun\; x$ *allora* $Qrel\; x$;
2) *se* $Qrelb\; r$; $Qrun\; r$; $r\, x, y$; $r\, x,\; z$ *allora* $y = z$;
3) *se* $Qrelt\; \rho$; $Qrun\; \rho$; $\rho\, x, y,\; z$; $\rho\, x,\; y,\; t$ *allora* $z = t$;
4) *se* $Qrelq\; \tau$; $Qrun\; \tau$; $\tau\, x, y,\; z,\; t$; $\tau\, x,\; y,\; z,\; u$ *allora* $t = u$.

Infine gli assiomi che riguardano *Qrbiun* sono:

ASSIOMA 8.

1) *se* $Qrbiun\; x$; *allora* $Qrelb\; x$ *e* $Qrun\; x$;
2) *se* $Qrbiun\; x$; $r\, y,\; x$; $r\, z,\; x$ *allora* $y = z$.

Le relazioni biunivoche hanno un ruolo molto importante sia all'interno della Matematica sia nelle applicazioni della Matematica in cui sono importanti le relazioni tra oggetti «concreti» e loro modelli matematici. L'esistenza di una buona relazione biunivoca può significare una buona adeguatezza del modello matematico che è stato prescelto.

Capitolo 2

Sul tronco delle «premessa generale alle teorie scientifiche» esposta nel capitolo 1 è facile innestare i diversi rami della Matematica. Tale innesto può essere realizzato seguendo varie strategie, per esempio introducendo simultaneamente varie specie di oggetti tra loro collegate oppure introducendo separatamente singole specie di oggetti e procedendo in seguito alla descrizione delle relazioni che le collegano. Strategie del primo tipo sono state seguite in [1-24]; noi in questo capitolo diamo qualche semplice esempio della seconda strategia che ci sembra più adatta per una chiara e semplice comunicazione tra studiosi di diverse discipline ed anche per meglio valorizzare le diverse mentalità e le diverse intuizioni degli stessi matematici.

Per introdurre nel modo più semplice i numeri naturali, cioè i numeri 0,1,2,3,4, ... , è sufficiente introdurre una qualità *Qnnat*, cioè la qualità di essere un numero naturale, una relazione biunivoca *Rnsuc*, cioè la relazione che collega ciascun numero naturale al suo immediato successore e la relazione binaria *Rnord* che descrive l'ordinamento naturale dei numeri naturali. Esse sono collegate dai seguenti assiomi:

Assioma N1. 1) *Se vale Rnord x, y allora vale Qnnat x, Qnnat y.*
2) *Dati tre oggetti x, y, z, se Rnord x, y; Rnord y, z allora Rnord x, z.*
3) *Dati due numeri naturali x, y vale una delle due relazioni Rnord x, y, Rnord y, x. Esse si verificano simultaneamente se e solo se* $x = y$.
4) *Se Rnsuc x, y allora Rnord x, y e* $x \neq y$.
5) *Se Qnnat x, allora esiste un y tale che Rnsuc x, y.*
6) *Se Rnord x, y,* $x \neq y$, *Rnsuc x, z allora Rnord z, y.*
7) *Esiste un unico z tale che Qnnat z e per nessun x si ha Rnsuc x, z.*

Osservazione: per ritrovare le usuali nozioni aritmetiche basta ammettere che l'affermazione *Rnord* x, y equivale all'affermazione: x, y sono numeri naturali e x è minore di y o uguale a y, oppure x, y sono numeri naturali e y è maggiore di x o uguale a x. In tal caso si usa scrivere $x \leq y$ oppure $y \geq x$. Analogamente in luogo di *Rnsuc* x, y potremo dire che y è il successore immediato di x oppure che x è il predecessore immediato di y. L'unico numero naturale che non ha predecessore verrà denotato come di consueto col simbolo 0, il suo successore col simbolo 1, l'immediato successore di 1 col simbolo 2, ecc.

Osservazione: le nozioni ora introdotte servono solo come primissimo inizio dell'Aritmetica. Più tardi, dopo avere introdotto in generale le operazioni semplici e binarie si potrebbero studiare le quattro operazioni dell'Aritmetica elementare e successivamente dopo l'introduzione degli insiemi formulare il principio di induzione con cui si entra nell'Aritmetica più avanzata.

Come primo passo di tale sviluppo innestiamo sul tronco della premessa generale il concetto di operazione. Precisamente introduciamo le tre qualità *Qop*, qualità di essere un'operazione, *Qops*, qualità di essere un'operazione semplice, *Qopb*, qualità di essere un'operazione binaria, e le relazioni *Rops* e *Ropb* che descrivono il modo di operare delle operazioni semplici e binarie. Esse soddisfano i seguenti assiomi:

ASSIOMA O1. 1) *Se Qops x oppure Qopb x allora Qop x. In altri termini Qops e Qopb sono particolarizzazioni della qualità generale Qop.*
2) *Rops è una relazione ternaria univoca;*
3) *per ogni scelta di x, y, z, se Rops x, y, z allora Qops x;*
4) *Ropb è una relazione quaternaria univoca;*
5) *se Ropb x, y, z, t allora Qopb x.*

Osservazione: quando f è un'operazione semplice invece di scrivere *Rops* f, x, y, scriveremo spesso $y = f\,x$. Quando φ è un'operazione binaria, invece di scrivere *Ropb* φ, x, y, z scriveremo spesso $z = \varphi\,x,\,y$. Dopo i numeri naturali e le operazioni possiamo introdurre le collezioni avvertendo che il concetto di collezione è un'ampia generalizzazione dell'usuale concetto di insieme. A tale scopo introdurremo la qualità *Qcoll*, cioè la qualità di essere una collezione, la relazione *Rcoll*, relazione di appartenenza a collezioni, e la relazione *Rcin*, relazione di inclusione tra collezioni. Esse soddisfano gli assiomi seguenti:

ASSIOMA C1. 1) *Rcoll è una relazione binaria;*
2) *se Rcoll x, y allora x è una collezione, cioè Qcoll x.*

Seguendo l'uso invece di scrivere *Rcoll* x, y scriveremo $y \in x$ oppure diremo che y appartiene a x oppure che y è un elemento di x.

ASSIOMA C2. 1) *Rcin è una relazione binaria;*
2) *se Rcin x, y allora x, y sono collezioni;*
3) *se A, B sono collezioni allora Rcin A, B se e solo se ogni elemento di A è anche elemento di B.*

Secondo l'uso scriveremo $A \subseteq B$ e diremo che A è contenuto in B oppure che A è parte di B.

Possiamo ora enunciare l'assioma fondamentale della teoria delle collezioni, l'assioma di estensionalità.

ASSIOMA C3. *Se A, B sono collezioni,* $A \subseteq B$, $B \subseteq A$ *allora A coincide con B.*

Dopo aver introdotto le collezioni si possono introdurre gli insiemi mediante la qualità *Qins* e la relazione di appartenenza *Rins*. Esse sono collegate a *Qcoll* e *Rcoll* dal seguente assioma:

ASSIOMA I1. 1) *Se Qins x allora Qcoll x. In altri termini gli insiemi sono particolari collezioni;*
2) *se Rins x, y allora Qins x;*
3) *se Qins E allora Rcoll E, x se e solo se Rins E, x. In altri termini Rins è la restrizione della relazione Rcoll ai casi in cui il primo oggetto preso in considerazione è un insieme.*

Osservazione: dopo aver introdotto collezioni e insiemi si potrebbero introdurre funzioni, sistemi, correlazioni mediante le coppie *Q fun*, *R fun*, *Qsys*, *Qcorr*, *Rcorr*.

Per un'ampia descrizione di tali oggetti si può vedere l'articolo [16] che mette anche in luce le differenze che esistono tra la nozione d'insieme e quella più generale di collezione.

Per un maggior approfondimento dei rapporti esistenti fra i concetti ora introdotti è utile anche la considerazione delle collezioni universali o universi. A tale scopo si introduce la qualità *Quniv*, la qualità di essere una collezione universale, e si pone l'assioma seguente:

Assioma CU1. 1) *Se Quniv V allora Qcoll V e per ogni collezione C si ha $C \in V$ se e solo se $C \subseteq V$.*

Osservazione: è immediato verificare che se V è una collezione universale allora $V \in V$. Si potrebbe dedurre pure dagli usuali assiomi della teoria degli insiemi, che qui non abbiamo ancora introdotto, che una collezione universale non può essere un insieme: infatti da tali assiomi si deduce (teorema di Cantor) che a nessun insieme possono appartenere tutti i suoi sottinsiemi.

Tutte le teorie citate nella bibliografia si prestano ad essere innestate con opportuni adattamenti sulle premesse generali delle teorie scientifiche esposte nel capitolo 1. Ad esempio potremmo innestare le variabili considerate in [4, 10] mediante la qualità *Qvar* e la relazione *Rvar*. Gli elementi che godono di *Qvar* saranno detti variabili; quando si ha *Rvar* w, x diremo che x è un valore assunto dalla variabile w. Infine resta ancora disponibile un ampio spazio per l'innesto di altri concetti matematici o logici come quelli di proposizione, predicato, linguaggio, sintassi, semantica, categoria, Analisi non standard, logiche non classiche, ecc. sui quali sarò molto lieto di ascoltare i suggerimenti e le opinioni di colleghi ed amici.

Capitolo 3

La proposta di assiomi contenuta nei capitoli 1, 2 dovrebbe essere comprensibile e criticabile da parte di studiosi di diverse discipline che hanno in comune quel sentimento che gli antichi chiamarono filosofia, cioè amore della sapienza, pur avendo un livello d'informazione molto diseguale nel campo della Matematica, della Logica, dell'Informatica, della Storia e della Filosofia della scienza, dell'epistemologia, ecc.

Se molti troveranno la lettura dei due capitoli 1, 2 troppo difficile dovrò concludere che nella mia esposizione vi è qualcosa di sbagliato, perché credo che gli assiomi fondamentali della Matematica come di ogni altra scienza debbono essere scritti in modo chiaro e comprensibile da parte di ogni persona che abbia una sincera volontà di comprenderli.

Naturalmente non mi attendo e non desidero un'approvazione incondizionata delle mie proposte, perché credo che ancora sia necessario un ampio lavoro di riflessione critica e di discussione amichevole tra studiosi di varia formazione e di vario orientamento, per arrivare a un buon sistema di assiomi (o ad alcuni buoni sistemi di assiomi) che possano rappresentare un reale significativo progresso rispetto all'attuale situazione. D'altra parte penso che questo obiettivo sia raggiungibile, anche perché credo che il riduzionismo insiemistico al pari di ogni altra forma di riduzionismo non offra una prospettiva adeguata per una vera comprensione dei molti problemi che la cultura del nostro tempo deve affrontare e che mi ricordano le parole di Shakespeare «vi sono più cose in cielo e in terra di quante ne sogni la tua filosofia».

Penso pure che la ricerca di buoni sistemi di assiomi per la Matematica e le altre scienze deve essere affrontata con quello spirito di umiltà, speranza, convivialità che in fondo caratterizza la mentalità sapienziale in ogni tempo.

Persone più colte di me potrebbero parlare meglio di me della mentalità sapienziale. Io mi limiterò a ricordare che già in uno dei più antichi libri sapienziali della Bibbia, il libro dei Proverbi, vi è l'invito all'umiltà e al timor di Dio, alla diffidenza verso chi si crede saggio e respinge ogni critica, mentre il vero saggio mostra sincera gratitudine verso chi gli rivolge una critica obiettiva e serena. Nello stesso libro accanto all'invito all'umiltà, vi è l'invito alla speranza: si parla della Sapienza che era con il Signore nella creazione, che si fa trovare volentieri da coloro che la cercano, che invita tutti gli uomini al suo banchetto. In varie forme questa idea conviviale della comunicazione del sapere si ritrova nei secoli successivi fino alla Dichiarazione Universale dei Diritti Umani del 10-12-1948 che pone tra i compiti fondamentali della scuola l'educazione all'amicizia ed alla comprensione. Io credo che proprio nell'umiltà, nella speranza, nella convivialità, nell'amicizia, nella comprensione sia il segreto del successo di ogni ricerca sugli assiomi fondamentali delle diverse scienze. Esse implicano fra l'altro il superamento di una visione troppo chiusa delle diverse specializzazioni e di ciò che viene chiamato comunemente rigore matematico o rigore scientifico. Il rigore matematico non è solo accuratezza nelle dimostrazioni ma anche impegno a esporre nel modo più chiaro e comprensibile i problemi che si vorrebbero risolvere, i teoremi che si vorrebbero dimostrare, le congetture che si vorrebbero verificare o confutare. All'opposto di questa idea ampia del rigore matematico si trova l'atteggiamento dello studente che alla domanda «mi spieghi l'ipotesi e la tesi di questo teorema» risponde «se vuole glielo dimostro» oppure quella del ricercatore che dice «io non parlo dei problemi che non ho ancora risolto, parlo solo dei risultati che ho conseguito e non di quelli che sto ancora ricercando».

Io penso invece che il vero rigore sia quello di chi parla chiaramente e liberamente delle proprie certezze e dei propri dubbi, dei problemi che ha risolto e di quelli che vorrebbe risolvere o vedere risolti da qualcuno, evitando solo quei discorsi confusi, oscuri, inutilmente complicati che finirebbero con l'annoiare anche l'ascoltatore meglio disposto.

Infine un giusto rigore scientifico significa anche un atteggiamento sereno nei confronti della tradizione, ammirazione per le grandi conquiste del passato e libertà di introdurre ragionevoli innovazioni; significa evitare l'abitudine antica di attribuire le proprie idee a qualche predecessore illustre e insieme l'opposta abitudine di presentare come proprie idee originali idee poco diverse da altre già presenti nella letteratura scientifica.

Bibliografia

[1] H. P. Barendregt, *The Lambda-Calculus*. Amsterdam 1981.
[2] Y. Bar Hillel - A. A. Fraenkel - A. Levy, *Foundations of set theory*. Amsterdam 1973.
[3] A. Church, *Set theory with a universal set*. In: L. Henkin *et al.* (eds.), *Proceedings of the Tarski Symposium*. Proc. of Symp. P. Math. XXV, Rhode Island 1974, 297-308.
[4] M. Clavelli, *Variabili e teoria A*. Rend. Sem. Fac. Sci. Univ. Cagliari, (2) 59, 1985, 125-130.
[5] M. Clavelli - E. De Giorgi - M. Forti - V. M. Tortorelli, *A selfreference oriented theory for the Foundations of Mathematics*. In: *Analyse Mathématique et applications. Contributions en l'honneur de Jacques-Louis Lions.* Parigi 1988, 67-115.
[6] E. De Giorgi, Contributo alla sessione *Fundamental Principles of Mathematics*. Plenary Session of the Pontifical Academy of Sciences (25-29 October 1994), 1994.
[7] E. De Giorgi, *Riflessioni sui Fondamenti della Matematica*. Conferenza per il centenario della società Mathesis, Roma 23 ottobre 1995, dattiloscritto.
[8] E. De Giorgi - M. Forti, *Una teoria-quadro per i fondamenti della matematica*. Atti Acc. Lincei Rend. fis., s. 8, v. 79, 1985, 55-67.
[9] E. De Giorgi - M. Forti, «5 × 7»*: A Basic Theory for the Foundations of Mathematics*. Preprint di Matematica, n. 74, Scuola Normale Superiore, Pisa 1990.
[10] E. De Giorgi - M. Forti - G. Lenzi, *Introduzione delle variabili nel quadro delle teorie base dei Fondamenti della Matematica*. Rend. Mat. Acc. Lincei, s. 9, v. 5, 1994, 117-128.
[11] E. De Giorgi - M. Forti - G. Lenzi, *Una proposta di teorie base dei Fondamenti della Matematica*. Rend. Mat. Acc. Lincei, s. 9, v. 5, 1994, 11-22.
[12] E. De Giorgi - M. Forti - G. Lenzi - V. M. Tortorelli, *Calcolo dei predicati e concetti metateorici in una teoria base dei Fondamenti della Matematica*. Rend. Mat. Acc. Lincei, s. 9, v. 6, 1995, 79-92.
[13] E. De Giorgi - M. Forti - V. M. Tortorelli, *Sul problema dell'autoriferimento*. Atti Acc. Lincei Rend. fis., s. 8, v. 80, 1986, 363-372.
[14] E. De Giorgi - G. Lenzi, *La teoria '95. Una proposta di teoria aperta e non riduzionistica dei fondamenti della Matematica*. Atti dell'Accademia dei XL, Mem. Mat. Appl., 20, 1996, 7-34.
[15] M. Forti - F. Honsell, *Models of self-descriptive set theories*. In: F. Colombini *et al.* (eds.), *Partial Differential Equations and the Calculus of Variations. Essay in Honor of Ennio De Giorgi*. Boston 1989, 473-518.
[16] M. Forti - F. Honsell, *Sets and classes within the basic theories for the Foundations of Mathematics*. Quaderni Ist. Mat. Appl. "U. Dini", 11, 1994.
[17] M. Forti - F. Honsell - M. Lenisa, *An axiomatization of partial n-place operations*. Math. Struct. Computer Sci., 7, 1997, 283-302.
[18] M. Grassi - G. Lenzi - V. M. Tortorelli, *A formalization of a basic theory for the foundations of Mathematics*. Preprint del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa, n. 1.98.804, 1994.
[19] G. Lenzi, *Estensioni contraddittorie della teoria Ampia*. Atti Acc. Lincei Rend. fis., s. 8, v. 83, 1989, 13-28.
[20] G. Lenzi - V. M. Tortorelli, *Introducing predicates into a basic theory for the foundations of Mathematics*. Preprint di Matematica, n. 51, Scuola Normale Superiore 1989.
[21] W. V. O. Quine, *New foundations for mathematical logic*. Amer. Math. Monthly, 44, 1973, 70-80.
[22] B. Russel - A. N. Whitehead, *Principia Mathematica*. Cambridge 1925.
[23] D. Scott, *Combinators and classes*. In: C. Böhm (ed.), *λ-Calculus and Computer Science Theory.* Lec. Notes Comp. Sc., 37, Berlin 1975.
[24] J. Von Neumann, *Eine Axiomatisierung der Mengenlehre*. J. f. Reine und Angew. Math., 154, 1925, 219-240.
[25] E. De Giorgi - A. Preti, *Anche la scienza ha bisogno di sognare*. Quotidiano di Lecce, 6 gennaio 1996.
[26] M. Schmidt, *Hommes de science*. Hermann, 1990.