

---

ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI  
**RENDICONTI**

---

GIAN CARLO WICK

**Paul Adrien Maurice Dirac**

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,  
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 78 (1985), n.4, p. 181–193.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<[http://www.bdim.eu/item?id=RLINA\\_1985\\_8\\_78\\_4\\_181\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1985_8_78_4_181_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



GIAN CARLO WICK

# Paul Adrien Maurice Dirac

COMMEMORAZIONE TENUTA NELLA SEDUTA A CLASSI RIUNITE DEL 13 APRILE 1985



GIAN CARLO WICK (\*)

## PAUL ADRIEN MAURICE DIRAC

Il 20 Ottobre scorso si è spento in Florida Paul Adrien Maurice Dirac, membro di questa Accademia; poco prima gli era mancato un figlio, a cui era molto affezionato. Gli sopravvive la moglie Margit Wigner, sorella di un altro fisico ben noto.

Con Dirac la Fisica teorica perde una delle menti più profonde ed originali del nostro secolo.

Per molti anni Dirac fu una figura caratteristica dell'Università di Cambridge, dove, sin dal 1932, era succeduto nella cattedra di « Lucasian professor of mathematics » a Sir Joseph Larmor, il cui nome è associato ad alcune note formule dell'elettrodinamica. Possiamo notare che è una tradizione curiosa delle università inglesi di considerare la fisica teorica come una branca delle matematiche.

Collocato a riposo per età nel 1969, Dirac aveva accettato nel 1971 una cattedra di Fisica presso l'Università statale della Florida in Tallahassee, dove contava di trascorrere in pace e in un clima più mite gli ultimi anni della vecchiaia insieme alla moglie Margit. Come ho detto, i suoi ultimi mesi furono purtroppo rattristati dalla morte del figlio.

Dirac stesso ci ha dato un breve resoconto <sup>(1)</sup> della sua carriera, sin dagli inizi a Bristol, dove egli si laureò in Ingegneria nel 1921. Di questa scuola Dirac conservava un ottimo ricordo; qui aveva imparato molte delle cose che dovevan servirgli in seguito.

Delle sue attività al di fuori degli interessi strettamente scientifici il resoconto ricordato non parla, e del resto non pare ci sia molto da dire: Dirac, che io sappia, non ebbe né cercò mai posizioni di potere o con responsabilità diverse da quelle dell'insegnamento e della ricerca. Schivo delle luci della ribalta non prese mai parte a quei grandi dibattiti che attirano altri scienziati, e questo pur rivelando talvolta nella conversazione privata opinioni politiche piuttosto precise.

Il grande pubblico lo conosce, più che altro, per aver condiviso con Schrödinger il premio Nobel del 1933 per la Fisica, con la motivazione « per la scoperta di nuove e fruttuose forme della teoria atomica ».

(\*) Discorso commemorativo letto nella seduta a Classi riunite del 13 aprile 1985.

(1) Pubblicato nel vol. 19 degli Atti della « International School of Physics » di Erice 1961.

È una consuetudine, nell'assegnare il premio Nobel, che la motivazione sia spesso abbastanza generica; per Dirac essa si riferisce evidentemente ai noti contributi da lui dati ai fondamenti della «meccanica delle matrici» di Heisenberg, ma potrebbe coprire anche la scoperta dell'equazione d'onda relativistica a cui il nome di Dirac è legato indissolubilmente, e che in un certo senso costituisce la gemma tra le sue scoperte.

Degli altri importanti contributi dati da Dirac alla Fisica in anni successivi diremo più avanti. Dirac stesso ci racconta, nel discorso già citato, come avvenne il suo primo incontro colla meccanica delle matrici. Giunto a Cambridge nel 1923–24, cominciò a lavorare sotto la guida di R.H. Fowler, noto studioso di Meccanica statistica. Di una attività di Dirac in questo campo abbiamo una testimonianza in un lavoro del 1924. Ma Fowler aveva anche più larghi interessi e ben presto iniziò il giovane Dirac alle idee di Bohr sulla struttura dell'atomo e ai problemi non risolti che erano connessi con quelle idee.

Bohr, come tutti sanno, postulava l'esistenza in ogni atomo di orbite quantizzate sulle quali circolano i vari elettroni, ma una teoria esatta di queste orbite esisteva soltanto nel caso di atomi o ioni contenenti un solo elettrone, quelli che si chiamano i sistemi idrogenoidi cioè l'atomo di idrogeno, l'elio una volta ionizzato, il litio due volte ionizzato e così via.

In questo caso le orbite degli elettroni erano le classiche orbite ellittiche kepleriane e la quantizzazione poteva venire formulata in modo esatto. I classici lavori di Bohr, Sommerfeld e Schwarzschild avevan mostrato che ciò era possibile anche in presenza di un campo esterno costante e omogeneo, sia magnetico che elettrico.

Viceversa, nel caso dei sistemi non idrogenoidi, tener conto esattamente della interazione tra i diversi elettroni era cosa di ben altra difficoltà. Questo importante problema affascinò Dirac, che per un po' di tempo vi si dedicò con passione, ma come egli stesso ricorda senza alcun successo. Unico dividendo ricavato da questo sforzo fu per lui una conoscenza approfondita dei metodi di Hamilton nella dinamica classica, conoscenza che doveva riuscirgli preziosa poco dopo in un'altra occasione, come vedremo.

Dirac nota che il suo insuccesso nel problema dell'interazione tra le orbite di Bohr aveva una buona ragione; era una strada che era stata anche tentata da altri, ma che era senza sbocco.

La strada giusta richiedeva una svolta rivoluzionaria, quella che fu indicata per la prima volta da Heisenberg nel 1925.

Dirac venne a conoscenza delle idee di Heisenberg attraverso un manoscritto inviato a Fowler dall'autore poche settimane prima della pubblicazione. Fowler lo passò immediatamente a Dirac, pensando che la cosa lo interessasse. Ma Dirac stesso confessa, con caratteristico candore, che alla prima lettura il manoscritto non lo persuase affatto. « I didn't like it very much » – dice; non ne vedeva lo scopo e lo mise da parte.

Dopo sole due settimane, però, doveva ricredersi; in una seconda lettura riconobbe nell'idea di Heisenberg l'esistenza di una possibile chiave all'intera

questione della meccanica atomica e di colpo si mise a occuparsene intensamente.

Ben presto i suoi contributi alla nuova teoria dovevano collocarlo tra la ristretta elite dei suoi fondatori.

Il ben noto punto di partenza di Heisenberg era stato il riconoscimento del fatto che la teoria di Bohr richiedeva uno scomodo connubio tra idee del tutto estranee tra di loro: da un lato la dinamica classica, applicata al calcolo delle orbite degli elettroni mediante le solite equazioni differenziali, nelle quali è implicita l'ipotesi della continuità delle variabili dinamiche del sistema (coordinate, velocità e loro funzioni); dall'altro l'elemento di discontinuità inerente alla « quantizzazione » di certe variabili dinamiche come l'*azione* e il momento angolare.

Bohr stesso era ben conscio di queste contraddizioni, su cui vi sono osservazioni chiarissime nei suoi scritti, come anche in una conversazione assai interessante riportata da Heisenberg in una conferenza <sup>(2)</sup>. Bohr insisteva pertanto che la forma della meccanica atomica da lui proposta doveva venir accettata come una soluzione provvisoria; su un terreno del tutto nuovo era necessario muoversi con grande cautela, servendosi delle leggi della dinamica ed elettrodinamica classiche come una guida indispensabile e allo stesso tempo infida. Quelle leggi infatti si sono rivelate inadeguate alla descrizione di certi aspetti dei fenomeni di emissione e assorbimento della luce, ma contengono pure un immenso patrimonio di verità acquisite dalla Fisica da Newton in poi. Negli anni tra il '23 e il '25 questa situazione venne certamente discussa più volte a Copenhagen tra Bohr e i suoi allievi, come a Göttingen dove Heisenberg era assistente di Max Born. Altre figure importanti in questa vicenda furono senza dubbio H.A. Kramers, P. Jordan e l'amico di Heisenberg W. Pauli.

La soluzione dell'enigma suggerita da Heisenberg nel lavoro già ricordato era estremamente audace: riconoscere che le orbite di Bohr, intese letteralmente nel senso classico, erano prive di realtà fisica; ma nello stesso tempo sviluppare un formalismo, che pur liberandosi di molti aspetti della dinamica classica, presenta con essa una profonda analogia, conservandone alcuni aspetti essenziali. Non è qui il caso di entrare in dettagli su questo schema di Heisenberg; diremo soltanto che in esso insieme alle orbite classiche scompaiono dalla teoria le frequenze classiche e le loro armoniche superiori, che nella teoria di Bohr si presentano come un misterioso doppione delle frequenze corrispondenti ai « salti quantici », le frequenze cioè fisicamente osservabili come righe spettrali emesse dall'atomo.

Nella descrizione classica del movimento la realtà fisica delle orbite si manifesta nel fatto che le coordinate cartesiane di un elettrone sono descritte da funzioni reali del tempo, che obbediscono alle note equazioni differenziali. Nella meccanica di Heisenberg esse compaiono ancora come funzioni del tempo che obbediscono a equazioni differenziali del tutto simili, ma queste funzioni non sono a *valori reali*, ma sono invece matrici infinite i cui coefficienti corri-

(2) V. il volume « Trieste evening lectures » IAE (1967).

spondono ai coefficienti di Fourier della descrizione classica di un'orbita multiplamente periodica; non si tratta però di una corrispondenza banale, bensì di un'analogia ardita, che consente a Heisenberg di introdurre nelle regole del giuoco modificazioni, che equivalgono a una cinematica assai diversa da quella classica.

A dire il vero, il primissimo lavoro di Heisenberg sull'argomento non contiene che un abbozzo di queste regole, ma quel che contiene è sufficiente, perché Dirac vi scorga un fatto fondamentale, fatto che più o meno contemporaneamente viene anche riconosciuto dal gruppo di Göttingen; nasce così una collaborazione a distanza assai fruttuosa, nello sviluppo della nuova meccanica. Il modo come avviene questo primo contributo fondamentale di Dirac alla nuova teoria costituisce un episodio assai interessante, anche per la dilettevole franchezza, di cui Dirac al solito dà prova nel raccontarlo. È un episodio che potrebbe benissimo far parte di quelli raccolti da Hadamard nel suo noto volume sul ruolo del subcosciente nell'invenzione matematica.

Durante una passeggiata solitaria in campagna, Dirac medita sul fatto sconcertante che nel formalismo di Heisenberg non vi è alcun modo naturale di attribuire un valore reale determinato alle variabili dinamiche di un elettrone a un dato istante; purtuttavia in questa cinematica si opera formalmente con le variabili dinamiche come se fossero numeri; Dirac li chiama « numeri  $q$  » e si rende conto dell'importanza essenziale che ha l'algebra di questi numeri nello schema ideato da Heisenberg. In questo schema il prodotto di due variabili,  $u$  e  $v$ , diciamo, può dipendere dall'ordine dei fattori; è come dire che l'algebra in questione non è commutativa. Se i prodotti  $uv$  e  $vu$  non sono uguali, vuol dire che il « commutatore »  $uv - vu$  è un nuovo numero dell'algebra, che dipende da  $u$  e  $v$  in modo bilineare e antisimmetrico; assorto in questa meditazione, Dirac di colpo intravede un'analogia profonda tra il commutatore e la parentesi di Poisson  $(u, v)$  delle stesse variabili dinamiche, ma, cosa assai curiosa, al momento non ricorda la definizione esatta di queste parentesi, sono « qualcosa che ricorda di aver incontrato nei suoi studi sulla dinamica Hamiltoniana »; ciononostante quel che ricorda, vagamente, è sufficiente a convincerlo di esser sulla strada giusta! Potrà verificarlo col calcolo un paio di giorni dopo, una volta ritrovata in biblioteca la definizione dimenticata.

È difficile trovare nella storia della scienza un esempio più sorprendente della natura misteriosa, quasi di rivelazione, dell'istante in cui in una mente geniale nasce un'idea nuova. E si tratta, possiamo aggiungere, di un risultato fondamentale, ricco di conseguenze. Ne segue il sistema completo delle relazioni di commutazione tra le variabili canoniche di un sistema e pertanto la determinazione dell'intera struttura dell'algebra di Heisenberg. Inoltre l'identificazione tra commutatori e parentesi di Poisson giustifica le equazioni del movimento, le proprietà degli integrali di queste equazioni e molte altre cose, come la quantizzazione del momento angolare. Buona parte di questi risultati verranno pubblicati da Dirac nel volume 109 dei Proceedings of the Royal Society del 1926.

Dobbiamo ora domandarci come vengano accolte queste idee.

A Göttingen, dove si sta seguendo una strada molto simile, la collaborazione di Dirac viene accolta con entusiasmo. Per molti altri l'applicazione di un'algebra non commutativa alle grandezze fisiche è una tremenda sorpresa; nulla di simile era mai apparso nella fisica. Nella stessa Cambridge la massima autorità della fisica, il grande Rutherford, pare abbia continuato per molto tempo a considerare con una certa diffidenza le « astrazioni » di questo giovanotto. Su questo vi sono allusioni scherzose nella corrispondenza di Rutherford, che non lasciano molti dubbi <sup>(3)</sup>. Ma dopotutto Rutherford, nonostante la sua profonda visione dimostrata in altre occasioni, era soprattutto uno sperimentatore. Più sorprendente, e addirittura quasi ironica è l'esplosione di indignazione di W. Pauli, pur così vicino a Heisenberg, al primo sentir parlare di matrici <sup>(4)</sup>.

Tuttavia possiamo constatare che a parte queste resistenze iniziali, le nuove idee si mostrarono così fruttuose da conquistare il campo; a questo si aggiunse da un lato l'appoggio dato da Bohr, colla sua enorme autorità, e d'altra parte l'apporto chiarificatore dato dalla « meccanica ondulatoria » di Schrödinger. A dire il vero, questo apporto fu in principio oscurato da un equivoco; la teoria di Schrödinger apparve come una concorrente della meccanica delle matrici, a tutta prima « una inutile diversione ». Così apparve a Dirac: « La nuova meccanica di Heisenberg mi soddisfaceva completamente, e volevo andare avanti con quella ». Ma ben presto si doveva constatare che lo schema matematico di Schrödinger non era affatto in contraddizione con quello di Heisenberg, Dirac e altri, ma anzi ne costituiva un diverso utilissimo aspetto, che era inoltre di particolare aiuto nella ricerca della corretta interpretazione fisica della teoria. È ben vero che Erwin Schrödinger, pur dando egli stesso un contributo importante alla dimostrazione della equivalenza matematica tra i due schemi, si oppose a lungo all'interpretazione voluta dalla scuola di Göttingen.

Il desiderio di Schrödinger era stato di considerare le sue onde in un certo senso come un campo classico e l'elettrone come nient'altro che un « pacchetto » di queste onde. Ma poi aveva fatto egli stesso un lungo passo in tutt'altra direzione, quando nell'estendere la sua « meccanica ondulatoria » al problema degli  $n$  corpi aveva introdotto la sua audace (e tutt'altro che classica) idea di funzione d'onda nello spazio delle configurazioni, uno spazio astratto a  $3n$  dimensioni. Ha probabilmente ragione Wigner quando considera quest'idea come un contributo altrettanto importante come la prima concezione della meccanica ondulatoria.

A questo punto è il caso di ritornare indietro di qualche anno, ricordando il tentativo di superare le contraddizioni del dualismo onda-corpuscolo, nel caso della luce, mediante l'idea del « Führungsfeld » (campo guida). Quest'idea era stata abbandonata, in quanto non si sapeva come conciliarla colla validità dei

(3) Si veda per es. una sua lettera a E. Fermi riprodotta in « Enrico Fermi, Physicist » di E. Segrè (p. 74, 75).

(4) V. van der Waerden, « Sources of Quantum Mechanics ».

teoremi di conservazione dell'energia e dell'impulso nei singoli fenomeni d'urto (esperienza di Bothe-Geiger et similia). Ora, come fece notare in particolare Max Born, colle sue onde  $\psi$  in  $3n$  dimensioni, Schrödinger aveva proprio creato lo strumento matematico necessario a superare la difficoltà; ma bisognava pagare un prezzo: fare un uso essenziale dell'idea di probabilità nell'interpretazione fisica delle funzioni d'onda  $\psi$  di Schrödinger, nel senso che il quadrato del modulo di una  $\psi$  non è una densità in senso classico come voleva Schrödinger, ma è una densità di probabilità.

Così entra nella Meccanica Quantistica la famosa questione della causalità, il principio di indeterminazione e tutte le altre cose che hanno dato luogo a tante discussioni.

La fusione della teoria di Schrödinger con la Meccanica di Heisenberg (perché appunto, come già ho ricordato, si dimostra che i due schemi apparentemente del tutto diversi sono in realtà equivalenti) diede a Dirac l'occasione per alcuni dei suoi più noti contributi alla teoria.

Schrödinger aveva considerato le sue  $\psi$  come funzioni delle coordinate degli elettroni; Dirac sviluppa, in analogia con la teoria delle Trasformazioni Canoniche della meccanica classica, una teoria delle trasformazioni che consente, per esempio, di considerare delle ampiezze di probabilità che sono funzioni non della posizione, ma delle *velocità*  $o$ , ciò che fa lo stesso, degli *impulsi* degli elettroni; più in generale, possono considerarsi come funzioni di un qualsiasi sistema di variabili dinamiche, purché queste commutino tra di loro.

Queste trasformazioni inducono Dirac a generalizzare le matrici con indici discreti, usate da Heisenberg, al caso di matrici con indici continui; le corrispondenti relazioni di commutazione si possono scrivere grazie all'invenzione Dirachiana della «funzione delta» un'invenzione, dice Peierls, malvista dai puristi ma in seguito resa rispettabile da Laurent Schwartz.

Dirac pubblicherà queste idee soprattutto in un lavoro nel vol. 113 (anno 1927) dei Proceedings of the Royal Society (che d'ora innanzi abbrevierò P.R.S.). Come vedete, non son passati nemmeno due anni dal primo abbozzo delle idee di Heisenberg, e già la teoria ha assunto una forma molto più complessa e raffinata.

Dirac scriverà anche, più tardi, che tra le molte cose da lui fatte, questa teoria delle trasformazioni era quella che gli aveva dato le maggiori soddisfazioni; in quanto nel farla era stato possibile procedere in modo ben determinato secondo una catena logica di idee e non «just lucky guesses». Non si potrebbe esprimere più esplicitamente il suo ideale: la supremazia della logica sull'intuizione. Eppure come abbiamo già visto, e ne vedremo un altro esempio, accanto a questo uomo ultrarazionale, quale ci appare anche nei numerosi aneddoti che di lui si conservano, c'è anche il Dirac delle intuizioni misteriose, dei lucky guesses, ed è forse nella combinazione delle due cose che sta il suo maggior segreto.

Si susseguono ancora a breve distanza negli stessi anni altri contributi di Dirac alla Meccanica Quantica, idee e metodi che sono diventati strumenti

di lavoro quotidiani per il fisico teorico. Ricordiamo: la teoria delle perturbazioni per i fenomeni di transizione (P.R.S., vol. 112 e 114), la teoria dei sistemi contenenti più particelle identiche (P.R.S. vol. 112, p. 661 e vol. 114, p. 243) che contiene fra l'altro la formulazione (scoperta indipendentemente da Heisenberg) del principio di esclusione di Pauli mediante l'antisimmetria della funzione di Schrödinger. Analogamente Dirac formula il caso di particelle che obbediscono alla statistica di Bose-Einstein mediante la simmetria della  $\psi$ . In questi lavori troviamo anche, per il caso della statistica di Bose-Einstein, l'introduzione dei noti operatori di creazione e distruzione, o in altre parole il metodo della seconda quantizzazione (esteso poi da Wigner e Jordan al caso della statistica di Fermi).

Tutto ciò viene poi applicato, in due noti lavori (P.R.S. vol. 114, p. 243 e p. 710) alla teoria dell'interazione tra luce e materia che è per così dire il preludio alla cosiddetta Q.E.D. che ha il suo inizio un paio d'anni dopo coi lavori indipendenti di Heisenberg-Pauli e di Fermi. In questa teoria il metodo della quantizzazione viene applicato non solo all'atomo, ma anche al campo elettromagnetico (sistema a un numero infinito di gradi di libertà) con il quale l'atomo interagisce. L'idea della quantizzazione di un campo si trova già in lavori precedenti, con applicazioni per esempio alla deduzione delle leggi di fluttuazione di Einstein; ma Dirac sviluppa l'idea sistematicamente, e mostra che la teoria conduce effettivamente a tutte quelle complesse relazioni tra emissione e assorbimento delle righe spettrali, e tra questi processi e la diffusione (scattering) della luce, compreso l'effetto Raman, che erano state precedentemente postulate in base ad analogie colla teoria classica oppure a esigenze della termodinamica statistica.

La magistrale padronanza delle idee della Meccanica Quantistica acquisita da Dirac nel corso di tutti questi lavori trova infine la sua espressione definitiva nel trattato « Quantum Mechanics » che ha educato più di una generazione alle idee fondamentali di questa teoria.

Veniamo ora, però, a quel risultato che verrà considerato il più bello tra quelli a lui dovuti, e che è dovuto appunto interamente a lui: la scoperta dell'equazione relativistica dell'elettrone.

La necessità di un'equazione così fatta era cosa evidente e non starò qui a rifare la storia dei tentativi anteriori a quello di Dirac, cominciando da Schrödinger che aveva scritto un'equazione relativistica e poi rimase così insoddisfatto dei suoi risultati che li rinchiuse in un cassetto senza mai pubblicarli (finché non gli venne in mente di pubblicarne la versione non relativistica).

La strada seguita da Dirac nella sua scoperta fu, almeno nelle intenzioni, un esempio del suo metodo favorito: partire da premesse necessarie, seguire una catena perfettamente logica di deduzioni sino alla inesorabile conclusione.

Vi è, forse una piccola ironia nel fatto che, con l'andar del tempo, alcuni degli anelli di quella catena perfettamente logica hanno perso molta della loro forza e non starò a dire perché; dirò soltanto che, dal punto di vista della teoria dei campi quantizzati oggi prevalente, il ragionamento originale di Dirac ignora

delle possibilità alternative che se gli fossero state presenti, avrebbero anche potuto sviarlo.

Tuttavia il risultato, a cui lo porta la sua infallibile intuizione, resta. Nessuno oggi può dubitare che la sua bellissima equazione costituisca il punto di partenza per lo studio delle proprietà relativistiche dell'elettrone.

La premessa che Dirac considerava necessaria era quella di trovare un'equazione d'onda che, come l'equazione non relativistica di Schrödinger, fosse compatibile con i fondamenti della meccanica quantistica da lui formulati nella Teoria delle trasformazioni.

Pertanto l'equazione doveva essere del prim'ordine nel tempo, cioè lineare nella derivata della  $\psi$  rispetto al tempo; dopo di che si sarebbe potuto usare il quadrato del modulo della funzione d'onda come una densità di probabilità al modo solito.

Con la sua impareggiabile inventiva matematica, Dirac riesce difatti a trovare un'equazione di questo tipo, a patto di usare una  $\psi$  dotata di quattro componenti, la famosa « $\psi$  di Dirac».

Si può notare che già in precedenza, per descrivere un elettrone non relativistico, ma dotato di spin, Pauli aveva usato una  $\psi$  dotata di due componenti; Dirac si vede costretto a moltiplicare ancora per due il numero delle componenti, per ragioni che non starò a discutere.

Il fatto è che nella sua equazione Dirac può introdurre l'interazione tra l'elettrone e il campo elettromagnetico in un modo perfettamente analogo a quello seguito per l'equazione di Schrödinger non relativistica.

Ottiene, così, un'equazione di una semplicità e di una eleganza che hanno qualcosa di estremamente convincente a priori, non solo, ma il calcolo dimostra che l'equazione possiede tutte le proprietà desiderate come: invarianza relativistica, esistenza dello spin, interazione tra lo spin e un campo magnetico esterno corrispondente al valore già noto del momento magnetico intrinseco, struttura fine dei livelli dell'atomo di idrogeno, e così via.

È un vero trionfo; l'equazione prenderà posto tra le più note equazioni della fisica, accanto alle equazioni di Maxwell. Questi risultati vengono pubblicati nel 1928, in due lavori nei P.R.S. (vol. 117, p. 610 e 118, p. 351). Ben presto altri autori ne daranno applicazioni importanti, come la celebre formula di Klein e Nishina per l'intensità dell'effetto Compton (probabilità d'urto fotone-elettrone).

Ma con questo il compito di Dirac era tutt'altro che finito e anzi il seguito della storia è un'esempio classico di quanto sia tortuosa e talvolta piena di incertezze la via che conduce alle grandi scoperte.

Perché bisogna notare che, come ho detto, Dirac concepiva la sua equazione come un analogo relativistico dell'equazione di Schrödinger, quindi come una equazione relativa agli stati di un elettrone in un campo elettromagnetico; accanto a tutte le belle proprietà ricordate, l'equazione possedeva, in comune con le altre equazioni relativistiche proposte in precedenza, il grave problema dei livelli energetici negativi, l'esistenza cioè di uno spettro di livelli che è come

un'immagine rovesciata dell'ordinario spettro di livelli positivi. Un elettrone posto in uno di questi livelli avrebbe proprietà paradossali; ma gravi difficoltà nascono anche se per esempio si considera un elettrone, che all'istante iniziale si trova in uno dei livelli ordinari: un calcolo dello stesso Dirac mostra che in seguito all'interazione col campo elettromagnetico l'elettrone finirà per compiere un salto quantico a uno dei livelli negativi, emettendo la differenza di energia sotto la forma di due fotoni. L'esistenza dello spettro dei livelli negativi, insomma, destabilizza i livelli normali; il tentativo di superare le difficoltà mediante opportune ipotesi sullo stato iniziale degli elettroni si rivela inadeguato; occorre qualcosa di assai meno ingenuo.

Nella letteratura di quegli anni queste difficoltà non mancano di gettare un'ombra sul futuro dell'equazione di Dirac (interessante a questo proposito la corrispondenza tra Heisenberg e Pauli, citata da van der Waerden).

Ma Dirac non si scoraggia e concepisce una soluzione la cui audacia sconcerta anche i suoi amici più stretti. Si tratta dell'ipotesi poi chiamata del « negative sea », l'ipotesi cioè che nello stato normalmente chiamato il vuoto vi siano in realtà infiniti elettroni che occupano tutti i livelli di energia negativa. Il principio di esclusione di Pauli ci dice che ognuno di questi livelli può venire occupato da un solo elettrone; dimodoché l'insieme dei livelli negativi viene ora a costituire un « anello chiuso ». Se ora a questi elettroni del « mare negativo » se ne vuole aggiungere un altro, esso dovrà occupare uno dei normali livelli positivi; e in questo livello esso sarà ora perfettamente stabile, poiché una sua transizione a un livello negativo è proibita dal principio di esclusione. Questa ipotesi di Dirac è evidentemente ispirata dall'analogia colla stabilità degli elettroni « esterni » di un atomo, i quali appunto non possono fare transizioni agli anelli chiusi (anello K, L, ...) corrispondenti a livelli più bassi, ma già completamente occupati.

Ma l'analogia non è così semplice, inquantoché la presenza *nel vuoto* di infiniti elettroni nei livelli negativi corrisponderebbe a una densità di carica negativa infinita, che Dirac è costretto a ignorare. Cosa che, evidentemente, lo turba anche se questa densità è, nel normale stato del vuoto, una quantità costante nello spazio e nel tempo; si tratta dunque « soltanto » di sottrarre una costante dalla teoria. Pagato questo prezzo, la nuova teoria può anche avere un senso, e Dirac ben presto ne scopre una serie di proprietà oltremodo interessanti, prima fra tutte la comparsa (al posto degli assurdi livelli negativi di un elettrone) di nuovi stati che Dirac chiama « holes » (buchi o lacune), stati che corrispondono all'assenza di un elettrone da uno dei livelli negativi e che hanno, rispetto allo stato testè definito come « vuoto » da Dirac, un'energia positiva e una carica elettrica positiva, uguale e opposta a quella di un elettrone. Dirac mostra anche più precisamente che tali stati si comportano proprio come normali stati di una particella positiva, che a tutta prima identifica con il protone; egli pubblica infatti la sua nuova idea col titolo: « A theory of electrons and protons ». Le ragioni di questa scelta, che oggi sappiamo sbagliata, meriterebbero maggiore spazio di quanto io possa qui dedicarvi. La prima ragione ovviamente è che in quel

momento l'esistenza dell'elettrone positivo non era ancora nemmeno sospettata. Sussisteva invece ancora, quasi come un dogma, l'idea che i nuclei dei vari elementi fossero costituiti da protoni ed elettroni; era quindi opinione radicata che, a prescindere dal fotone, queste fossero le due uniche particelle elementari esistenti in Natura. Si può ben capire come, guardandosi intorno, Dirac potesse pensare di non aver altra scelta da quella già detta.

Tuttavia l'interpretazione delle lacune come protoni presentava serie difficoltà, tra le quali ricorderò le due più ovvie. La prima è una disastrosa instabilità dell'atomo di idrogeno: se il protone è una « lacuna », l'elettrone a lui vicino potrà annichilarlo saltando nel livello negativo non occupato (come nel calcolo già ricordato). La seconda difficoltà nasce da una simmetria dell'equazione di Dirac (la cosiddetta « coniugazione di carica ») da lui stesso scoperta, stando alla quale elettroni e buchi dovrebbero avere esattamente la stessa massa; per sfuggire a questa conclusione Dirac è costretto a inventare una spiegazione vaga e assai poco convincente. Più tardi egli attribuirà ai « matematici », in particolare a Herman Weyl, il merito di averlo persuaso a prendere questa simmetria più sul serio, osservando però scherzosamente che per un fisico era più difficile che per un matematico interessarsi di una teoria che prevedeva l'esistenza di una particella che nessuno aveva mai visto!

Non passeranno due anni e la situazione verrà completamente capovolta dalla scoperta dell'elettrone positivo, che verrà ovviamente identificato con il « buco ». Le difficoltà della teoria diventeranno i suoi maggiori pregi; essa avrà percorso i risultati dell'esperienza nel modo più mirabile. L'annichilazione della coppia  $e^+ e^-$ , per esempio, avverrà esattamente nel modo e con la sezione d'urto prevista. L'uguaglianza esatta delle masse sarà un altro trionfo della teoria.

A Dirac spetterà infine ancora il merito di aver aperto la strada, con la nuova idea, alla previsione di altre « coppie » di particelle oggi ben note, come la coppia protone-antiprotone, quella neutrone-antineutrone, i due « muoni » positivo e negativo, e così via.

Una volta scoperta la strada, la « Hole Theory » attirò naturalmente l'attenzione di molti altri teorici, tra cui Oppenheimer, Bethe, Heitler, Bhabha, ecc., i quali ne trassero altre importanti conseguenze. Una delle più curiose, presentata per la prima volta dallo stesso Dirac a un Congresso Solvay, e quasi contemporaneamente da Peierls, è il fenomeno della « polarizzazione del vuoto » verificato più tardi con notevole precisione nelle misure del cosiddetto Lamb-shift.

Con questi risultati ho forse concluso l'elenco delle cose più spettacolari dovute a Dirac. Ma mi occorrerebbe ancora molto tempo se volessi ricordare tutte le questioni a cui egli ha dato un qualche contributo interessante nel corso della sua lunga carriera. Talvolta si tratta di questioni formali, alle quali però Dirac contribuisce qualcosa di nuovo grazie al suo eccezionale talento matematico; vari problemi riguardanti la teoria generale dei campi quantizzati hanno attirato la sua attenzione; per es. la teoria dei campi dotati di una Lagrangiana singolare, la formulazione Hamiltoniana della teoria della gravitazione, il pro-

blema tuttora in discussione della quantizzazione di questa teoria, e varie altre questioni.

Una delle sue idee più ingegnose è stata senza dubbio la teoria del monopolo, che ha più volte attirato l'attenzione di altri teorici. Vi è chi rimpiange che un'idea così elegante non abbia incontrato il successo della conferma sperimentale. Ma nonostante i numerosi sforzi, il monopolo magnetico non è stato sinora osservato. O per dir meglio, non esiste alcun risultato positivo che sia generalmente ritenuto valido. Chissà, forse la questione non è ancora chiusa.

Un argomento che merita ancora qualche commento è la riluttanza sempre dimostrata da Dirac a prender parte attiva agli sviluppi più recenti della elettrodinamica quantistica (Q.E.D.), la quale dopotutto è una filiazione diretta della teoria dell'elettrone positivo e degli altri lavori di Dirac dell'anteguerra. Naturalmente Dirac non ha mai negato lo straordinario successo quantitativo della Q.E.D.; ma è difficile negare una certa validità alle obiezioni di principio da lui sollevate contro i metodi impiegati per ottenere quei risultati. Nella scienza non è mai detta l'ultima parola, e può venire il giorno in cui nuove idee permetteranno di meglio comprendere le difficoltà delle divergenze e le altre cose misteriose con le quali la fisica si è dibattuta tutti questi anni.

Fino all'ultimo, comunque, Dirac è stato un esempio di devozione agli ideali della scienza e una mente estremamente acuta e i suoi consigli e le sue opinioni hanno continuato certamente ad influenzare il lavoro di tutti; la sua scomparsa lascia un grande vuoto per tutti noi.