Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Cataldo Agostinelli

Sulle formule generali della diffrazione delle onde elettromagnetiche. Nota II

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **69** (1980), n.1-2, p. 37–44.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1980_8_69_1-2_37_0>

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Accademia Nazionale dei Lincei, 1980.

Meccanica. — *Sulle formule generali della diffrazione delle onde elettromagnetiche.* Nota II (*) del Socio CATALDO AGOSTINELLI.

SUMMARY. — In this second paper we establish the general formulas for the diffraction of the electromagnetic waves, assuming that the electric field and the magnetic field admit a potential vector and a potential scalar. Therefore we suppose that the potential vectors to be equal to the retarded potentials of simple layers of magnetic moments and electric moments assigned on the surface of the screen.

1. Per stabilire in altro modo le formule che generalizzano quelle di Kottler [1] sulla diffrazione delle onde elettromagnetiche, da me derivate direttamente nella precedente Nota I [2], partendo da una opportuna trasformazione della formula di Kirchhoff, che esprime il principio di Huygens, considero ora il campo elettrico e il campo magnetico derivanti da potenziali vettori e da potenziali scalari.

Contrariamente però ad alcuni autori [3], [4], i quali introducono nelle equazioni di Maxwell delle ipotetiche densità di corrente elettrica e di corrente magnetica, del tutto inessenziali, ammetto soltanto che i due potenziali vettori siano eguali ai potenziali ritardati di una distribuzione semplice, sulla superficie dello schermo, di momenti magnetici e momenti elettrici.

2. Consideriamo allora le equazioni di Maxwell nel vuoto:

$$\begin{aligned} &\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad , \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ &\operatorname{div}\mathbf{E} = 0 \quad , \quad \operatorname{div}\mathbf{H} = 0 . \end{aligned} \tag{1}$$

Introducendo i potenziali vettori $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}'$ e i potenziali scalari V, V', poniamo

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} V + \operatorname{rot}\mathbf{A}' \; ; \; \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} + \operatorname{grad} V' + \operatorname{rot}\mathbf{A} \tag{2}$$

con

$$\frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t} = -\operatorname{div}\mathbf{A} \quad ; \quad \frac{1}{c}\frac{\partial V'}{\partial t} = -\operatorname{div}\mathbf{A}' . \tag{3}$$

Sostituendo nelle equazioni di Maxwell si ha che i potenziali vettori $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}'$ devono soddisfare l'equazione delle onde:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \Delta\mathbf{A} = 0 \quad , \quad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}'}{\partial t^2} - \Delta\mathbf{A}' = 0 . \tag{4}$$

(*) Presentata nella seduta del 26 giugno 1980.

Sia ora $\mathbf{E}^0(\mathrm{P}, t)$, $\mathbf{H}^0(\mathrm{P}, t)$ una soluzione delle equazioni di Maxwell e supponiamo che i potenziali vettori $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}'$ siano uguali ai potenziali ritardati di semplice strato dovuti rispettivamente a distribuzioni di momenti magnetici $\boldsymbol{n} \wedge \mathbf{H}^0$ e momenti elettrici $\boldsymbol{n} \wedge \mathbf{E}^0$, dove $\boldsymbol{n}$ è il versore della normale (interna) alla superficie σ dello schermo. Poniamo quindi

$$
(5) \qquad
\begin{aligned}
\mathbf{A}(\mathrm{P}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{H}^0(\mathrm{Q}, t - r/c)\, d\sigma, \\
\mathbf{A}'(\mathrm{P}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{E}^0(\mathrm{Q}, t - r/c)\, d\sigma,
\end{aligned}
$$

dove $\mathbf{Q}$ è il punto che descrive la superficie σ dello schermo rispetto alla quale è effettuata l'integrazione, mentre r è la distanza di un punto $\mathbf{P}$, interno al dominio racchiuso dalla superficie σ, dal punto $\mathbf{Q}$ che descrive σ.

I due vettori $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}'$, espressi dalle (5), verificano ovviamente le equazioni (4), sono cioè soluzioni delle equazioni delle onde.

In virtù delle (2), (3) e (5) si deduce

$$
(6) \qquad
\begin{aligned}
4\pi\mathbf{E}(\mathrm{P}, t) = &-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{H}^0\, d\sigma + \\
&+ \int c\, dt \operatorname{grad}_{\mathrm{P}} \operatorname{div}_{\mathrm{P}} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{H}^0\, d\sigma + \operatorname{rot}_{\mathrm{P}} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{E}^0\, d\sigma,
\end{aligned}
$$

$$
(7) \qquad
\begin{aligned}
4\pi\mathbf{H}(\mathrm{P}, t) = &\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{E}^0\, d\sigma - \\
&- \int c\, dt \operatorname{grad}_{\mathrm{P}} \operatorname{div}_{\mathrm{P}} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{E}^0\, d\sigma + \operatorname{rot}_{\mathrm{P}} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{H}^0\, d\sigma,
\end{aligned}
$$

nelle quali sotto i segni di integrali rispetto a σ è al solito $\mathbf{E}^0 = \mathbf{E}^0(\mathrm{Q}, t - r/c)$, $\mathbf{H}^0 = \mathbf{H}^0(\mathrm{Q}, t - r/c)$, ed $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}(\mathrm{Q})$, essendo $\mathbf{Q}$ il punto che descrive la superficie σ.

Ora risulta

$$
\operatorname{grad}_{\mathrm{P}} \operatorname{div}_{\mathrm{P}} \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma = -\operatorname{grad}_{\mathrm{P}} \int_\sigma \operatorname{rot}_{\mathrm{P}} \frac{\mathbf{H}^0}{r} \times \boldsymbol{n}\, d\sigma ;
$$

ma

$$
\operatorname{rot}_{\mathrm{P}} \frac{\mathbf{H}^0}{r} = \frac{1}{r} \overset{*}{\operatorname{rot}}_{\mathrm{Q}} \mathbf{H}^0 - \operatorname{rot} \frac{\mathbf{H}^0}{r},
$$

quindi

$$\text{(8)} \qquad \mathrm{grad_P\,div_P} \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, \mathrm{d}\sigma =$$

$$= \mathrm{grad_P} \int_\sigma \left\{ \mathrm{rot}\, \frac{\mathbf{H}^0}{r} \times \boldsymbol{n} - \frac{1}{r}\, \mathrm{rot}^*_\mathrm{Q}\, \mathbf{H}^0 \times \boldsymbol{n} \right\} \mathrm{d}\sigma$$

dove $\mathrm{rot}\,(\mathbf{H}^0/r)$ è il rotore totale di $\mathbf{H}^0/r$ rispetto al punto Q, contenuto esplicitamente in $\mathbf{H}^0(\mathrm{Q}\,, t - r/c)$ e contenuto inoltre nella distanza $\boldsymbol{r} = \overline{\mathrm{PQ}}$; mentre $\mathrm{rot}^*_\mathrm{Q}\,\mathbf{H}^0$ è il rotore parziale di $\mathbf{H}^0$ rispetto al punto Q che figura esplicitamente, mantenendo $\boldsymbol{r}$ invariato.

Per le equazioni di Maxwell si ha d'altra parte

$$\mathrm{rot}^*_\mathrm{Q}\,\mathbf{H}^0 = \frac{1}{c}\, \frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial t}\,.$$

Supposto ora che sulla superficie σ dello schermo sia praticata un'apertura di contorno $\boldsymbol{s}$, per il teorema di Stokes risulta

$$\int_\sigma \mathrm{rot}\, \frac{\mathbf{H}^0}{r} \times \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}\sigma = \oint_s \frac{1}{r}\, \mathbf{H}^0(\mathrm{Q}\,, t - r/c) \times \mathrm{dQ}$$

e pertanto dalla relazione (8) segue

$$\text{(9)} \qquad \int c\, \mathrm{d}t\, \mathrm{grad_P\,div_P} \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, \mathrm{d}\sigma =$$

$$= \int c\, \mathrm{d}t\, \mathrm{grad_P} \oint_s \frac{1}{r}\, \mathbf{H}^0(\mathrm{Q}\,, t - r/c) \times \mathrm{dQ} -$$

$$- \mathrm{grad_P} \int_\sigma \frac{1}{r}\, \mathbf{E}^0(\mathrm{Q}\,, t - r/c) \times \boldsymbol{n} \cdot \mathrm{d}\sigma\,.$$

Osserviamo ancora che per note formule di calcolo vettoriale si ha

$$\mathrm{rot_P} \left(\boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) = \left[\mathrm{div_P}\, \frac{\mathbf{E}^0}{r} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dP}} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \right] \boldsymbol{n} = \mathrm{grad_P}\, r \times \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \cdot \boldsymbol{n} -$$

$$- \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \cdot \mathrm{grad_P}\, r \times \boldsymbol{n} = \mathrm{grad_P}\, r \wedge \left[\boldsymbol{n} \wedge \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \right],$$

e quindi, poichè $\operatorname{grad}_P r = -\operatorname{grad}_Q r$, si ottiene

$$\operatorname{rot}_P \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} \, d\sigma = \int_\sigma \operatorname{rot}_P \left(\boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) d\sigma = \int_\sigma \operatorname{grad}_P r \wedge \left[\boldsymbol{n} \wedge \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \right] d\sigma =$$

$$= \int_\sigma \left[\boldsymbol{n} \wedge \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \right] \wedge \operatorname{grad}_Q r \cdot d\sigma \, .$$

In virtù di questa relazione e della (9), la (6) diventa:

$$4\pi \mathbf{E}(P, t) = \int c \, dt \operatorname{grad}_P \oint_s \frac{1}{r} \mathbf{H}^0 (Q, t - r/c) \times dQ -$$
$$- \operatorname{grad}_P \int_\sigma \frac{1}{r} \mathbf{E}^0 (Q, t - r/c) \times \boldsymbol{n} \cdot d\sigma - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r} \, d\sigma +$$
$$+ \int_\sigma \left[\boldsymbol{n} \wedge \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \right) \right] \wedge \operatorname{grad}_Q r \cdot d\sigma \, . \tag{10}$$

In modo analogo la (7) porge:

$$4\pi \mathbf{H}(P, t) = - \int c \, dt \operatorname{grad}_P \oint_s \frac{1}{r} \mathbf{E}^0 (Q, t - r/c) \times dQ -$$
$$- \operatorname{grad}_P \int_\sigma \frac{1}{r} \mathbf{H}^0 (Q, t - r/c) \times \boldsymbol{n} \cdot d\sigma +$$
$$+ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} \cdot d\sigma + \int_\sigma \left[\boldsymbol{n} \wedge \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mathbf{H}^0}{r} \right) \right] \wedge \operatorname{grad}_Q r \cdot d\sigma \, . \tag{11}$$

Le formule (10) e (11) costituiscono una prima forma delle equazioni che risolvono il problema della diffrazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto.

3. Per trasformare ancora le formule (10) e (11) osserviamo che in virtù delle equazioni di Maxwell possiamo scrivere

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \mathbf{H}^0 \, d\sigma = \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}^0}{\partial t} \, d\sigma =$$
$$= - \int_\sigma \frac{1}{r} \boldsymbol{n} \wedge \operatorname{rot}_Q^* \mathbf{E}^0 \cdot d\sigma = - \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \operatorname{rot}_Q^* \frac{\mathbf{E}^0}{r} \cdot d\sigma \, . \tag{12}$$

Ora se $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(\mathrm{Q}\,, t - r/c)$ è un vettore qualsiasi, ed $\boldsymbol{a}$ un vettore costante arbitrario, applicando note formule di calcolo vettoriale si ha

$$\boldsymbol{n} \wedge \mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a} = \mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{n} + \left(\mathrm{div}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} - \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \mathrm{Q}}\right) \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{a}\,;$$

ma

$$\mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a}) = \mathrm{rot}\,(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a}) + \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial r} \wedge \boldsymbol{a}\right) \wedge \mathrm{grad}_{\mathrm{Q}}\, r$$

e

$$\mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{n} = \mathrm{rot}\,(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{n} + (\mathrm{grad}_{\mathrm{Q}}\, r \wedge \boldsymbol{n}) \wedge \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial r} \times \boldsymbol{a}\,,$$

ne segue

$$\boldsymbol{n} \wedge \mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a} = \mathrm{rot}\,(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{n} + (\mathrm{grad}_{\mathrm{Q}}\, r \wedge \boldsymbol{n}) \wedge \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial r} \times \boldsymbol{a} + \\ + \left(\mathrm{div}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} - \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \mathrm{Q}}\right) \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{a}\,.$$

Per il teorema di Stokes si ha quindi

$$\int_{\sigma} \boldsymbol{n} \wedge \mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a} \cdot d\sigma = \oint_{s} \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{a} \times d\mathrm{Q} + \\ + \int_{\sigma} (\mathrm{grad}_{\mathrm{Q}}\, r \wedge \boldsymbol{n}) \wedge \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial r} \times \boldsymbol{a} \cdot d\sigma + \int_{\sigma} \left(\mathrm{div}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} - \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \mathrm{Q}}\right) \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{a} \cdot d\sigma\,,$$

e per l'arbitrarietà del vettore costante $\boldsymbol{a}$ si può scrivere

$$\int_{\sigma} \boldsymbol{n} \wedge \mathrm{rot}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} \cdot d\sigma = \oint_{s} d\mathrm{Q} \wedge \boldsymbol{u} + \int_{\sigma} (\mathrm{grad}_{\mathrm{Q}}\, r \wedge \boldsymbol{n}) \wedge \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial r} \cdot d\sigma + \\ + \int_{\sigma} \left(\mathrm{div}_{\mathrm{Q}}^{*} \boldsymbol{u} - \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \mathrm{Q}}\right) \boldsymbol{n} \cdot d\sigma\,.$$

Ponendo $\mathbf{E}^0/r$ in luogo di $\boldsymbol{u}$, e osservando che per le equazioni di Maxwell è

$$\mathrm{div}_{\mathrm{Q}}^{*} \frac{\mathbf{E}^0}{r} = \frac{1}{r}\, \mathrm{div}_{\mathrm{Q}}^{*} \mathbf{E} = 0\,,$$

si ottiene:

$$\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \operatorname{rot}^*_Q \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma = \oint_s dQ \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} +$$

$$+ \int_\sigma \left[\operatorname{grad}_Q r \times \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r}\right) \cdot \boldsymbol{n} - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r}\right) \times \boldsymbol{n} \cdot \operatorname{grad}_Q r - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial Q}\boldsymbol{n}\right] d\sigma$$

e quindi per la (12)

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma = \oint_s dQ \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} +$$

$$+ \int_\sigma \left[\operatorname{grad}_Q r \times \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r}\right) \cdot \boldsymbol{n} - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r}\right) \times \boldsymbol{n} \cdot \operatorname{grad}_Q r - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial Q}\boldsymbol{n}\right] d\sigma$$

Si ha inoltre

$$\operatorname{grad}_P \int_\sigma \frac{1}{r} \mathbf{E}^0 \times \boldsymbol{n} \cdot d\sigma = \int_\sigma \operatorname{grad}_P \left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \times \boldsymbol{n}\right) d\sigma =$$

$$= \int_\sigma \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r} \times \boldsymbol{n}\right) \cdot \operatorname{grad}_P r \cdot d\sigma = -\int_\sigma \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r}\right) \times \boldsymbol{n} \cdot \operatorname{grad}_Q r \cdot d\sigma .$$

Sostituendo nella (10) e semplificando si deduce:

$$4\pi\mathbf{E}(P, t) = \oint_s dQ \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r} + \int c\, dt \operatorname{grad}_P \oint_s \frac{\mathbf{H}^0}{r} \times dQ + \tag{13}$$

$$+ \int_\sigma \left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{E}^0}{r}\right) \cdot \operatorname{grad}_Q r \times \boldsymbol{n} - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial Q}\boldsymbol{n}\right] d\sigma .$$

In modo analogo dalla (11) si ottiene:

$$4\pi\mathbf{H}(P, t) = \oint_s dQ \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r} - \int c\, dt \operatorname{grad}_P \oint_s \frac{\mathbf{E}^0}{r} \times dQ + \tag{14}$$

$$+ \int_\sigma \left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathbf{H}^0}{r}\right) \cdot \operatorname{grad}_Q r \times \boldsymbol{n} - \frac{1}{r}\frac{\partial \mathbf{H}^0}{\partial Q}\boldsymbol{n}\right] d\sigma .$$

Le formule (13) e (14), che danno i valori del campo elettrico e del campo magnetico in un punto **P** interno al dominio limitato dalla superficie σ e dall'apertura di contorno s, sono perfettamente identiche alla formule (16) e

(17) stabilite nella nota I, che generalizzano quelle di Kottler sulla diffrazione delle onde elettromagnetiche.

4. Si verifica infine facilmente che i vettori $\mathbf{E}(\mathrm{P}, t)$, $\mathbf{H}(\mathrm{P}, t)$, così ottenuti, soddisfano le equazioni (1) di Maxwell.

Per vedere questo riferiamoci alle espressioni (6) e (7) di **E** ed **H**.

Poichè per note formule di calcolo vettoriale è

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \boldsymbol{u} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \boldsymbol{u} + \Delta \boldsymbol{u},$$

esse si possono scrivere:

$$(15) \qquad 4\pi\mathbf{E}(\mathrm{P}, t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma + \mathrm{rot_P}\,\mathrm{rot_P}\int c\, dt \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma + \\ + \Delta_\mathrm{P}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma + \mathrm{rot_P}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma$$

$$(16) \qquad 4\pi\mathbf{H}(\mathrm{P}, t) = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma - \mathrm{rot_P}\,\mathrm{rot_P}\int c\, dt \int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma - \\ - \Delta_\mathrm{P}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma + \mathrm{rot_P}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma,$$

dove gli integrali rispetto alla superficie σ soddisfano l'equazione delle onde.

Risulta pertanto

$$\Delta_\mathrm{P}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma,$$

$$\Delta_\mathrm{P}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma,$$

e le formule (6) e (7) si riducono alle seguenti

$$(17) \qquad 4\pi\mathbf{E}(\mathrm{P}, t) = \mathrm{rot_P}\,\mathrm{rot_P}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma + \mathrm{rot_P}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma,$$

$$(18) \qquad 4\pi\mathbf{H}(\mathrm{P}, t) = -\mathrm{rot_P}\,\mathrm{rot_P}\int c\, dt\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{E}^0}{r}\, d\sigma + \mathrm{rot_P}\int_\sigma \boldsymbol{n} \wedge \frac{\mathbf{H}^0}{r}\, d\sigma.$$

Queste equivalgono alle formule (14) e (15) della nota I, e da esse, come si è già visto, risulta che sono verificate le equazioni di Maxwell.

BIBLIOGRAFIA

[1] F. KOTTLER (1923) - *Elektromagnetische Theorie der Beugung an schwarzan Schirmen.* « Annalen der Phisik », *B. 71.*

[2] C. AGOSTINELLI - *Sulle formule generali della diffrazione delle onde elettromagnetiche.* Nota I. « Rendiconti Accad. Naz. dei Lincei », *68.*

[3] J. A. STRATTON and J. CHU (1939) - *Diffraction Theory of electromagnetic waves.* « Physical Rewiev », *56.*

[4] L. DE BROGLIE (1951) - *Problèmes de Propagation Guidées des Ondes Electromagnetiques.* Chap. VI, Gauthier-Villar, Paris.