ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

ALFY ABD EL MALEK

Sur les algèbres de Malcev-admissibles

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **68** (1980), n.5, p. 390–396.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1980_8_68_5_390_0>

Algebra. — *Sur les algèbres de Malcev-admissibles.* Nota di ALFY ABD EL MALEK, presentata (*) dal Socio G. ZAPPA.

RIASSUNTO. — Si studiano le algebre flessibili, Malcev-ammissibili di dimensione finita su un corpo K di caratteristica diversa da 2 e 3. In particolare si forniscono per le algebre di Malcev risultati analoghi a quelli di Laufer e Tomber e di Myung per le algebre di Lie.

1. INTRODUCTION.

Soit A une algèbre flexible, Malcev-admissible de dimension finie sur un corps K de caractéristique différente de 2 et 3. Soit H une sous-algèbre de Cartan déployante commutative de A^-. Supposons que $R_h - L_h$ soit un scalaire sur A_α pour toute racine $\alpha \neq 0$ de H et pour tout $h \in H$. Nous démontrons que si H est nil dans A et si le centre de A^- est zéro, alors A est une algèbre de Malcev isomorphe à A^-. En outre, on montrera que si le corps K est algébriquiment clos de caractéristique zéro et si A^- est semi-simple, alors A est la somme directe d'algèbres de Malcev-admissibles simples. Ces deux résultats sont les analogues, pour les algèbres de Malcev, de ceux obtenus par Laufer et Tomber et par Myung pour les algèbres de Lie (cf. [3], [5]). De plus, on donnera une condition pour que une sous-algèbre S de A^- soit une sous-algèbre de A. Enfin, on exprimera les conditions pour que une sous-algèbre de Lévi de A^- soit un idéal de A dans le cas où le radical de A^- est nilpotent.

2. PRÉLIMINAIRES.

Une algèbre A sur un corps K est appelée *une algèbre de Malcev* si sa multiplication vérifie les identités:

(i) $x^2 = 0$ pour tout x dans A,

(ii) $(xy)(xz) = ((xy)z)x + ((yz)x)x + ((zx)x)y$ quels que soient x, y, z dans A.

Pour une algèbre A, l'algèbre A^- est celle obtenue à partir de A en définissant la multiplication par $[x, y] = xy - yx$ pour x, y parcourant A. On dit que A est une *algèbre de Malcev-admissible* si A^- est une algèbre de Malcev.

(*) Nella seduta del 10 maggio 1980.

Nous dirons que A est une *algèbre flexible* si l'on a

(1) $(xy)\,x = x\,(yx)$ pour tous $x\,,y$ dans A

En écrivant $((x+z)\,y)\,(x+z) = (x+z)\,(y\,(x+z))$, on obtient

(2) $(xy)\,z + (zy)x = x\,(yz) + z\,(yx)$ pour tous $x\,,y\,,z$ dans A.

Si A est une algèbre sur un corps de caractéristique différente de 2, l'algèbre A^+ est celle obtenue à partir de A en définissant la multiplication par $x \cdot y = \frac{1}{2}(xy + yx)$ pour tous $x\,,y \in A$. Si A est fleible, alors $D_x = R_x - L_x$ est une dérivation de A^+ pour tout x dans A où $yR_x = yx$ et $yL_x = xy$ pour tout $y \in A$.

Soient maintenant A une algèbre flexible, Malcev-admissible de dimension finie sur un corps de caractéristique différente de 2 et 3 et H une sous-algèbre de Cartan déployante de A^- (cf. [2]). Alors $A^- = H \oplus A_{\alpha_1} \oplus \cdots \oplus A_{\alpha_t}$ où A_{α_i} est l'espace de racine α_i défini par $A_{\alpha_i} = \{x \mid x \in A\,,\, x\,(D_h - \alpha_i(h)\,I)^{r(h)} = 0$ pour tout $h \in H\}$. D'après le lemme 5 de [2], on a

(3) $[A_{\alpha_i}, A_{\alpha_j}] \subseteq A_{\alpha_i + \alpha_j}$ si $i \neq j$ et $[A_{\alpha_i}, A_{\alpha_j}] \subseteq A_{2\alpha_i} \oplus A_{-\alpha_i}$.

D'autre part, comme D_h est une dérivation de A^+, on a

(4)
$$\begin{aligned} &A_{\alpha_i}\cdot A_{\alpha_j} \subseteq A_{\alpha_i+\alpha_j}, && \text{si } a_i + \alpha_j && \text{est une racine et} \\ &A_{\alpha_i}\cdot A_{\alpha_j} = 0 && \text{si } \alpha_i + \alpha_j && \text{n'est pas une racine.} \end{aligned}$$

Puisque $xy = x \cdot y + \frac{1}{2}[x\,,y]$ pour tous $x\,,y \in A$, onvérifie aussitôt que H est une sous-algèbre de A^+ et de A.

Sauf mention expresse du contraire, A désignera, par la suite, une algèbre de dimension finie sur un corps K de caractéristique différente de 2 et 3.

LEMME 2.1. *Soient* A *une algèbre flexible, Malcev-admissible et* H *une sous-algèbre de Cartan déployante de* A^-. *Si* $\alpha \neq 0$ *est une racine de* H *telle que* D_h *soit un scalaire sur l'espace de racine* A_α *pour tout* $h \in H$, *alors* R_h *et* L_h *sont des scalaires sur* A_α.

En effet, soient $h \in H$, $0 \neq x \in A_\alpha$ et $D_h = \alpha(h)$ sur A_α. Grâce à la flexibilité de A, on a $[x\,, h^2] = [x, h]\,h + h\,[x, h]$ et, par suite, $\alpha(h^2)x = \alpha(h)\,xh + \alpha(h)\,hx$. Si $\alpha(h) \neq 0$, alors $xh = \dfrac{1}{2\,\alpha(h)}(\alpha(h^2) + (\alpha(h))^2)\,x$ et $hx = \dfrac{1}{2\,\alpha(h)}$ $(\alpha(h)^2 - (\alpha(h))^2)$. Si $\alpha(h) = 0$, il existe $h' \in H$ tel que $\alpha(h') \neq 0$. Comme $(hh')\,D_x = h\,[h', x]$, on a $\alpha(hh')\,x = \alpha(h')\,hx = \alpha(h')\,xh$. Donc $xh = hx = \dfrac{\alpha(hh')}{\alpha(h')}\,x$, d'où le lemme.

LEMME 2.2. *Soient* A *une algèbre flexible, Malcev–admissible et* H *une sous–algèbre de Cartan déployante commutative de* A^-. *Supposons que* D_h *soit un scalaire sur* A_α *pour tout* $h \in H$ *et pour toute racine* $\alpha \neq 0$ *de* H. *Si le centre de* A^- *est zéro et* H *est nil dans* A, *alors* $H^2 = 0$.

Soit $n \geq 1$ un entier tel que $h^{3n} = 0$ pour tout $h \in H$. Montrons que, pour tout $h \in H$, $h^{2n} = 0$. Soient $0 \neq x \in A_\alpha$ et $D_h = \alpha(h)$ sur A_α pour tout $h \in H$. Supposons qu'il existe un élément $h \in H$ tel que $\alpha(h^{2n}) \neq 0$. D'après le lemme précédent, on a $xh^{2n} = -h^{2n}x = \frac{1}{2}\alpha(h^{2n})$. Comme $[x, h^n] = \alpha(h^n)x$, on a $xh^n = \beta x$ et $h^n x = (\beta - \alpha(h^n))x$ où $\beta \in K$. Grâce à la flexibilité de A, on a $(xh^{2n})h^n = h^n(h^{2n}x)$ et, par suite, $\frac{1}{2}\alpha(h^{2n})\beta x = -\frac{1}{2}\alpha(h^{2n}) \times (\beta - \alpha(h^n))x$. Donc $\beta = \frac{1}{2}\alpha(h^n)$. D'autre part, $[x, h^{2n}] = [x, h^n]h^n + h^n[x, h^n] = \alpha(h^n)(xh^n + h^n x) = 0$. Il en résulte que $\alpha(h^{2n}) = 0$, ce qui est absurde. Donc $\alpha(h^{2n}) = 0$ pour tout $h \in H$. Si l'on répète le procédé, on a $h^4 = 0$ ou $h^2 = 0$ pour tout $h \in H$. Montrons que, pour tout $h \in H$, $h^3 = 0$. Soient $h \in H$, $0 \neq x \in A_\alpha$. Comme $h^6 = 0$, on a $\alpha(h^3) = 0$ ou $xh^3 + h^3 x = 0$. Si $xh^3 + h^3 x = 0$, on a $[[x, h^3], h] = -2h[x, h^3]$ et, par suite, $\alpha(h^3)\alpha(h)x = -2\alpha(h^3)hx$. Si $\alpha(h^3) \neq 0$ on a $xh + hx = 0$ donc $\alpha(h^2) = 0$. D'après la flexibilité de A on a, $0 = (xh^2)h^3 - h^3(h^2 x) = (xh^2)h^3 - h^3(xh^2) = \alpha(h^3)xh^2$. On en déduit alors que $xh^2 = h^2 x = 0$ et la flexibilité de A donne $h^3 x - xh^3 = 0$. Cela est une contradiction et par conséquent $\alpha(h^3) = 0$ pour tout $h \in H$. D'après ce qui a été vu plus haut, $h^2 = 0$ pour tout $h \in H$. Comme H est commutative, on a $H^2 = 0$. D'où le lemme.

3. QUELSUAS CLASSES D'ALGÈBRES, FLEXIBLES, MALCEV–ADMISSIBLES

THÉORÈME 3.1. *Soit* A *une algèbre flexibles, Malcev–admissible de dimension finies sur un corps* K *algébriquement clos de caractéristique zéro Si* A^- *est semi–simple, alors* A *est la somme directe d'algèbres de Malcev–admissibles simples.*

Comme A^- est semi–simple, $A^- = A_1 \oplus \cdots \oplus A_t$, où les A_i $(i = 1, \cdots, t)$ sont des algèbre de Malcev simples. Donc A est la somme directe de sous–espaces $B_i = A_i$ $(i = 1, \cdots, t)$. Montrons que les B_i sont des idéaux de A. Soient x, y dans B_k et $xy = \sum_i b_i$ avec $b_i \in B_i$. Si $b_j \neq 0$, il existe un élément x_j dans B_j tel que $[b_j, x_j] \neq 0$. Sinon b_j appartient au centre de A_j ce qui est impossible. Pour tout $x_j \in B_j$ on a

$$\begin{aligned}(xy)D_{x_j} = [b_j, x_j] &= (x \cdot y + \tfrac{1}{2}[x, y])D_{x_j} \\ &= (xD_{x_j}) \cdot y + x \cdot (yD_{x_j}) + \tfrac{1}{2}[[x, y], x_j] = 0 \qquad \text{si } j \neq k.\end{aligned}$$

Donc pour tout $j \neq k$, $[b_j, x_j] \leq 0$ et, par suite, $b_j = 0$ pour tout $j \neq k$ et $xy = b_k \in B_k$. On en conclut que B_k est une sous–algèbre de A.

Soient maintenant $x \in B_j$, $y \in B_k$ avec $j \neq k$. Si A_j n'est pas une algèbre dei Lie, on a $A_j = Kh \oplus A_\alpha \oplus A_{-\alpha}$ (cf. [8]). Supposons que $x \in A_\alpha$. Si $xy = \sum_i b_i$

avec $b_i \in B_i$, on a

$$(xy) D_h = [b_j, h] = (xy) h - h(xy) = (xy) h - h(xy) = y(xh) - (hx) y$$
$$= y(xh) - y(hx) = y[x, h] = \alpha yx = \alpha xy \in B_j.$$

Donc $xy = yx \in B_j$. D'autre part, soient $x_\alpha \in A_\alpha$, $x_{-\alpha} \in A_{-\alpha}$ tels que $[x, y] = h$. Alors, $(x_\alpha y) D_{x-\alpha} = (x_\alpha \cdot y) D_{x-\alpha} = h \cdot y = hy = yh$ et comme $(x_\alpha y) D_{x-\alpha} \in B_j$, On en déduit que B_j est un idéal de A. D'autr part, on a la même résultat si A_j est une algèbre de Lie simple (cf. [3]), d'où le théorème.

THÉORÈME 3.2. *Soient* A *une algèbre flexible, Malcev-admissible de dimension finie sur un corps* K *de caractéristicque diflérente de* 2 *et* 3, H *sous-algèbre de Cartan déployante commutative de* A^-. *Supposons que* D_h *soit un scalaire sur* A_α *pour tout* $h \in H$ *et pour toute racine* $\alpha \neq 0$ *de* H. *Si* H *est nil dans* A *et si le centre de* A^- *est zéro, alors* A *est une algèbre de Malcev isomorphe à* A^-.

D'après le Lemme 2.2, $H^2 = 0$. Soient α, β deux racines de H avec $\alpha \neq \beta$. Si $\alpha + \beta$ n'est pas une racine, alors $A_\alpha \cdot A_\beta = 0$ et par suite $A_\alpha A_\beta = A_\beta A_\alpha = 0$. Si $\alpha + \beta = 0$, d'après (4), on a, $A_\alpha \cdot A_\beta \subseteq H$ donc $A_\alpha A_\beta \subseteq H$. Choisissons un élément $h \in H$ avec $\alpha = \alpha(h) \neq 0$ et soient $0 \neq x \in A_\alpha$, $0 \neq y \in A_\beta$. Posons $xh = -hx = \frac{1}{2}\alpha x$. En utilisant la flexibilité de A, on a $(hx) y - h(xy) + (yx) h - y(xh) = 0$, donc $x \cdot y = 0$ soit $xy = \frac{1}{2}[x, y]$. Supposons que $\alpha + \beta \neq 0$ et soient $e_1, \cdots, e_n$ une base de $A_{\alpha+\beta}$. D'après (4), on vérifiie aussitôt que $A_\alpha A_\beta \subseteq A_{\alpha+\beta}$. Choisissons un élément $h \in H$ avec $\beta(h) \neq 0$ et soient $\alpha = \alpha(h)$, $\beta = \beta(h)$, $0 \neq x \in A_\alpha$, $0 \neq y \in A_\beta$. Alors $[x, y] = \sum_i \gamma_i e_i$, $xy = \sum_i \gamma'_i e_i$, $yx = \sum_i (\gamma'_i - \gamma_i) e_i$, $xh = -hx = \frac{1}{2}\alpha x$, $e_i h = -he_i = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) e_i$ où $i = 1, \cdots, t$, $\gamma_i, \gamma'_i \in K$. En vertu de la flexibilité de A, $(hx) y - h(xy) + (yx) h - y(xh) = 0$ et on a $\sum_i (\gamma'_i - \frac{1}{2} y_i) e_i = 0$. Donc $\gamma'_i = \frac{1}{2}\gamma_i$ et, par suite, $xy = \frac{1}{2}[x, y]$.

Supposons que $\alpha = \beta$ et soient $e_1, \cdots, e_t$ une base de $A_{2\alpha}$, $f_1, \cdots, f_r$ une base de $A_{-\alpha}$. D'après (3), $[A_\alpha, A_\alpha] \subseteq A_{2\alpha} \oplus A_{-\alpha}$ et d'après (4), $A_\alpha \cdot A_\alpha \subseteq A_{2\alpha}$. Choisissons un élément $h \in H$ avec $\alpha = \alpha(h) \neq 0$ et soient $x, y \in A_\alpha$ avec $0 \neq x$ et $0 \neq y$; on voit que $xy - yx = \sum_{i=1}^{t} \lambda_i e_i + \sum_{j=1}^{r} \gamma_j f_j$, $xy + yx = \sum_{i=1}^{t} \lambda'_i e_i$, $xy = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t} (\lambda_i + \gamma'_i) e_i + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r} \gamma_j f_j$, $yx = \sum_{i=1}^{t} \frac{1}{2}(\lambda'_i - \lambda_i) e_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t} \gamma_j f_j$, $xh = -hx = \frac{1}{2}\alpha x$, $e_i h = -he_i = \alpha e_i$, $f_j h = -hf_j = -\frac{1}{2}\alpha f_j$ où λ_i, γ_j, $\lambda'_i \in K$. La flexibilité de A nous dit que $(hx) y - h(xy) + (yx) h - y(xh) = 0$, donc $\lambda'_i = 0$ pour tout $i = 1, \cdots, t$, d'où $xy = \frac{1}{2}[x, y]$. Ceci nous montre que $xy = -yx = \frac{1}{2}[x, y]$ pour tout x, y dans A et le théorème s'ensuit.

COROLLAIRE 3.3. *Soit* A *une algèbre flexible, Malcev-admissible et supposons que* A^- *ait une sous-algèbre de Cartan déployante* H *qui soit nil dans* A. *Si* A^- *est simple, alors* A *est une algèbre de Malcev simple isomorphe à* A^-.

En effet, comme H est commutative, on a $H^2 = 0$. Donc A^- satisfait les conditions du Théorème 3.2 et, par suite, A est une algèbre de Malcev-simple isomorphe à A^-.

Les exemples suivant montrent que les conditions

(i) le centre de A^- est zéro,

(ii) H est nil dans A, sont des conditions nécessaires das le Théorème 3.2.

Exemple 3.4. Soit A une K-algèbre de dimension 4 dont la multiplication relativement à une base $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ est définie par $e_1 e_2 = e_1$, $e_1 e_3 = -e_3 e_1 = \frac{1}{2} e_4$, $e_2 e_4 = e_4$, $e_3 e_2 = e_3$, $e_2^2 = e_2$, les autre produits étant nuls. On vérifie que A est flexible, Malcev-admissible et que $H = Ke_2$ est une sous-algèbre de Cartan de A^-. On voit aussi que $A^- = H \oplus A_1 \oplus A_{-1}$ où $A_1 = Ke \oplus Ke_3$ et $A_{-1} = Ke_4$. Le centre de A^- est zéro mais H n'est pas nil dans A. Il est clair que A n'est pas une algèbre de Malcev.

Exemple 3.5. Soit A une K-algèbre de dimension 5 dont la multiplication, relativement à une base $\{e_1, \cdots, e_5\}$, est définie par

$$e_1 e_2 = e_5 + \frac{1}{2} e_4 \quad , \quad e_2 e_1 = e_5 - \frac{1}{2} e_4 \quad , \quad e_1 e_4 = -e_4 e_1 = \frac{1}{2} e_1 \, ,$$

$$e_2 e_4 = -e_4 e_2 = -\frac{1}{2} e_2 \quad , \quad e_3 e_4 = -e_4 e_3 = \frac{1}{2} e_3 \quad , \quad e_4^2 = -e_5 \, ,$$

les autres produits étant nuls. On vérifie que A est flexible, Malcev-admis sible et que $H = Ke_4 \oplus Ke_5$ est une sus-algbr de Cartan de A^- qui est nil dans A. De plus $A^- = H \oplus A_1 \oplus A_{-1}$, où $A_1 = Ke \oplus Ke_3$ et $A_{-1} = Ke_2$. Le centre de A^- est Ke_5 et A n'est pas une algèbre de Malcev.

LEMME 3.6. *Soit* A *une algèbre flexible Malcev-admissible sur un corps de caractéristique différent de* 2: *On a alors les identités suivantes*:

(i) $[x, y] y = \frac{1}{2}([x, y^2] + [[x, y], y]$ *qules que soiet* x, y *dans* A;

(ii) $y \cdot [x, y] = [y, x] \cdot z + \frac{1}{2} [[y, z], x] - [yz, x]$ *pour tous* x, y, z *dans* A.

Pour $x, t \in A$, on a $[x, y^2] = x(yy) - (yy) x = (xy) y - y(yx)$. De plus

$$\begin{aligned}(xy) D_y &= (x \cdot y) D_y + \tfrac{1}{2} [[x, y], y] = [x, y] \cdot y + \tfrac{1}{2} [[x, y], y] \\ &= (xy) y - y(xy) = (xy) y - (yx) y = (xy) y - y(ux) + y(yx) - (yx) x \\ &= [x, y^2] + [y, yx] = [x, y^2] - (yx) D_y \\ &= [x, y^2] - y \cdot [x, y] - \tfrac{1}{2} [[y, x], y] \\ &= [x, y^2] - y \cdot [x, y] + \tfrac{1}{2} [[x, y], y] \cdot\end{aligned}$$

Donc $[x, y] \cdot y = \frac{1}{2}[x, y^2]$ et par suite, $[x, y] y = \frac{1}{2}([x, y^2] + [[x, y], y])$, d'où l'identité (i).

Pour $x, y, z \in A$ on a, $(yx) D_x = [yx, x] = (y \cdot z) D_x + \frac{1}{2}[[y, z], x] =$ $= [y, x] \cdot z + y \cdot [z \cdot x] + \frac{1}{2}[[y, z], x]$.

Donc $y \cdot [x, z] = [y, x] \cdot z - [yx, x] + \frac{1}{2}[[y, z], x]$.

Compte tenu de ce lemme et du théorème de [6], on a le théorème suivant:

THÉORÈME 3.7. *Soit* A *une algèbre flexible, Malcev–admissible de dimension finie sur un corps de caractéristique différente de* 2 *et* 3. *Soient* S *une sous–algèbre de* A^- *et* H *une sous–algebre de Cartan de* S. *Pour que* S *soit une sous–algèbre de* A, *il faut et il suffit que* $HH \subseteq S$.

Soit A une algèbre flexible, Malcev–admissible sur un corps K de caractéristique zéro. Si le radical R de A^- est J_2–potent, alors $A^- = R \oplus S$ où S est une sous–algèbre semi–simple de A qui s'appelle *une sous algèbre de Levi* de A^- (cf. [9]).

Dans l'exemple 3.5, $S = Ke_1 \oplus Ke_2 \oplus Ke \oplus Ke_4$ est un idéal de A^- mais S n'est pas un idéal de A. Le théorème suivant nous donne les conditions nécessaires et suffisantes pourque S soit un idéal de A dans le cas où R est nilpotent,

THÉOREME 3.8. *Soit* A *une algèbre flexible à puissances associatives. Malcev–admissible de dimension finie sur un corps* K *algébriquement clos de caractèristique zéro telle que le radical* R *de* A^- *soit nilpotent. Pour que une sous–algèbre de Levi* S *de* A^- *soit un idéal de* A, *il faut et il suffit que* S *ait une sous–algèbre de Cartan* H *qui soit nil dans* A *et que* $[R, H] = 0$.

Supposons que S soit un idéal de A. Alors S est un idéal de A^- et, par suite $[R, S] = 0$. D'après le Théorème 3.1, $S = \bigoplus_i S_i$ où S_i est une sous–algèbre simple de A. Si S_i n'est pas nil, alors S_i doit avoir un élément unité (cf. [4]), ce qui est absurde. Donc S est nil dans A. En particulier H est nil dans A. Réciproquement, supposons que H soit une sous–algèbre de Cartan vérifiant les conditions du théorème et soit S_α un epace de racine de S pour la racine $\alpha \neq 0$ de H. Il existe alors un élément $h \in H$ telque $\alpha(h) \neq 0$. Comme $D_h : S_\alpha \to S_\alpha$ est une application surjective, on a $S_\alpha = [S_\alpha, h] = [[S_\alpha, h], h]$. D'après l'identité des algèbres de Malcev on a,

$$\begin{aligned}[S_\alpha, R] &= [[[S_\alpha, h], h], R] \\ &\subseteq [[h, R], [h, S_\alpha]] + [[[R, S_\alpha], h], h] + [[[h, R], S_\alpha], h] = 0.\end{aligned}$$

Donc S est un idéal de A^- et, par suite, $R + D$ est une sous–algèbre de Cartan de A^-. Comme H est commutative et nil dans A, on a $H^2 = 0$. D'après le théorème 3.7, S est une sous–algèbre de A. Donc S est une algèbre de Malcev pour la multiplication de A. Par conséquent $S^2 = [S, S] = S$. Soiten $x \in R$, $y, z \in S$; on a $x(yz) = (xy) z +) zy) x - z(yx) = (yx) z -$ $- z(yx) - x(yz)$. Donc $x(yz) = (yz) x = \frac{1}{2}[yx, z] \in S$, ce qui prouve que S est un idéal de A

BIBLIOGRAPHIE

[1] N. JACOBSON (1962) – *Lie algebras*, « Interscience Publishers », New York.
[2] E. N. KUZMIN (1968) – *Malcev-algebras and their representations*; « Alg. I. Logika », *4*, 48–69.
[3] P. J. LAUFER and M. L. TOMBER (1962) – *Somme Lie admissible algebras*, « Cand. J. Math. », *14*, 287–292.
[4] H. C. MYUNG (1971) – *A remark on the proof of theorem of Laufer and Tomber*, « Cand. J. Math. », *23*, 270.
[5] H. C. MYUNG (1972) – *Some classes of flexible Lie-admissible algebras*, « Amer. Math. Soc. », *167*, 79–88.
[6] H. C. MYUNG (1976) – *A subalgebra condition in Lie-admissible algebras*, « Amer. Math. Soc. », *59*, 6–8.
[7] A. SAGLE (1961) – *Malcev-algebras*, « Trans. Amer. Math. Soc. », *101*, 426–458.
[8] A. SAGLE (1962) – *Simple Malcev-algebras over a field of characteristique zero*, « Pacific. J. Math. », *12*, 1057–1078.
[9] E. L. STITZINGER (1975) – *Malcev algebras with* J^2*-potent radicol*. « Amer. Math. Soc. », *50*, 1–9.