Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Gaetano Fichera

Francesco Giacomo Tricomi

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **66** (1979), n.5, p. 467–483.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1979_8_66_5_467_0>

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Accademia Nazionale dei Lincei, 1979.

GAETANO FICHERA

FRANCESCO GIACOMO TRICOMI

COMMEMORAZIONE TENUTA NELLA SEDUTA DEL 12 MAGGIO 1979

Francesco Giacomo Tricomi

GAETANO FICHERA

FRANCESCO GIACOMO TRICOMI

Nei primi giorni del luglio dello scorso anno Francesco Tricomi partiva da Torino al volante della sua piccola VW. Guidando con il suo inconfondibile stile, attraversava le Alpi per raggiungere la Svizzera e trascorrervi, come di consueto, le vacanze estive.

Aveva, il precedente 5 maggio, compiuto 81 anni. Ma la sua salute era eccellente, lucidissima la sua mente, ottimo il suo aspetto fisico con l'alta, signorile figura sempre eretta ed imponente. Tutti noi avevamo constatato questo durante le ultime sedute accademiche, nel giugno dello scorso anno.

Dopo una serena vacanza in Svizzera, rientrava in Italia, nel settembre, e riprendeva la vita che, da quando era andato in pensione, conduceva a Torino. Una vita solitaria, molto metodica, secondo il suo costume, ma illuminata da lunghe ore di lettura e di studio al suo tavolo di lavoro ed inframezzata dalle visite all'Accademia delle Scienze, la cui attività seguiva scrupolosamente, e dalla partecipazione a qualche conferenza, di interesse per lui, al Seminario matematico torinese. Aveva da qualche giorno presenziato ad un convegno sulla relatività all'Accademia delle Scienze ed ascoltato all'Istituto matematico una conferenza di Analisi numerica, allorchè un malore, improvviso come la folgore, si abbatteva su di lui la sera del 19 ottobre, mentre nel suo studio cercava, fra la sua ordinatissima miscellanea, una pubblicazione che desiderava consultare. Trasportato all'ospedale, i medici immediatamente riconoscevano l'estrema gravità del male. La sua fortissima fibra resisteva tuttavia per oltre un mese. Si spegneva nel primo pomeriggio del 21 novembre, dopo lunghe sofferenze sopportate con virile coraggio.

Con lui scompariva una figura eccezionale di matematico, la cui opera ha raggiunto livelli di notorietà internazionale del tutto inconsueti. Io ritengo che gli studiosi italiani debbano a Tricomi particolare riconoscenza per il prestigio autentico che egli ha recato alla Scienza del nostro Paese. In questa Accademia, la cui attività egli seguiva con costante, seppur distaccato, interesse, lascia un vuoto che sarà molto arduo colmare.

* * *

Francesco Tricomi era nato a Napoli nel 1897, figlio unico in un'agiata famiglia borghese. Il padre Arturo, ingegnere, era divenuto, in seguito a concorso, professore di disegno nella Università di Cagliari, prima, ed in quella di Napoli, dopo. Il giovane Franco, fin dai primissimi anni, aveva manifestato la sua propensione verso i problemi concreti, tant'è che, studente all'Istituto

Tecnico, cessò di considerare uggioso lo studio della trigonometria solo quando si accorse che essa poteva servire a predire l'ora del tramonto del sole o, addirittura, quella di un'eclisse. Ma al momento di iscriversi all'Università, optò per la chimica, immatricolandosi nella Università di Bologna nel 1913. Qui, occasionalmente, ascoltò alcune lezioni di Federigo Enriques che ebbero su di lui notevole influenza, spingendolo verso gli indirizzi fisico–matematici, tanto che, dopo un anno, lasciò la chimica per la fisica, iscrivendosi a Napoli, per passare poi, dopo il primo biennio, spinto dalla sua vera vocazione, al corso di laurea in matematica.

Chiamato alle armi nel 1916, servì in zona di operazioni, al fronte, quale ufficiale di artiglieria. Durante una licenza, nel febbraio del 1918, conseguì la laurea in matematica. Tornata la pace, non riuscendo ad inserirsi, a causa del suo temperamento alieno da ogni forma di sottomissione, nell'ambiente matematico napoletano, dove tale accomodante caratteristica pare fosse allora richiesta, si trasferì a Padova, diventando nel 1921 assistente di Francesco Severi, al quale era stato segnalato, come giovane assai promettente, da Ugo Amaldi.

L'anno successivo, passato il Severi alla cattedra di Analisi algebrica e infinitesimale nella Università di Roma, Tricomi, dietro suo invito, si trasferì in questa città, nella quale trovò un ambiente matematico di altissimo livello, dato che allora insegnavano a Roma, oltre al Severi, V. Volterra, G. Castelnuovo, T. Levi–Civita, cui poi si aggiunsero F. Enriques e G. Bagnera.

Sebbene Tricomi, per la sua natura estremamente indipendente, lavorasse da solo, senza seguire gli indirizzi di alcuno, l'ambiente elevatissimo nel quale viveva servì a creargli la convinzione che un Istituto veramente qualificato deve possedere una sorta di nobiltà ed aristocrazia scientifica. Tale convinzione mai l'abbandonò durante tutta la sua vita e fu per lui uno dei più gravi motivi di cruccio assistere, negli ultimi anni di essa, all'inquinamento ed al deterioramento che una falsa democrazia ha determinato nelle nostre Università.

Nel 1925 Tricomi poteva già partecipare al concorso per la cattedra di Analisi algebrica ed infinitesimale nella Università di Firenze, riuscendo, a soli 27 anni, primo ternato.

Solo dopo un anno trascorso a Firenze, si trasferì a Torino, città a lui congeniale per la tipica serietà e laboriosità piemontesi. Da Torino non volle più muoversi per tutto il resto della sua vita, malgrado più volte sollecitato ad accettare posizioni, anche allettanti, in altre sedi, sia in Italia che all'Estero. Si allontanò solo occasionalmente e per non lunghi periodi. Durante la guerra era sfollato a Torre Pellice con la famiglia, composta dalla moglie, dalla madre e da una zia. Ma, liberato Mussolini e formatasi la cosiddetta repubblica di Salò, Tricomi si trovò esposto a gravi pericoli per il suo incontenibile antifascismo. Dovette lasciare Torre Pellice e trasferirsi a Roma, dove visse clandestinamente, ospite del pastore valdese Paolo Bosio, cercando, come meglio poteva, di aiutare i numerosi ebrei italiani e stranieri a sottrarsi alla cattura nazi–fascista.

Occorre dire che già diversi anni prima Tricomi aveva abbracciato la fede valdese, spinto, oltre che dalle sue convinzioni morali, da una forma di generosa reazione verso le persecuzioni cui, sotto il fascismo, era stata sottoposta quella comunità.

Liberata Roma, Guido Castelnuovo, che era stato nominato commissario del C.N.R., lo volle con lui, quale vice–commissario, per collaborare alla ricostruzione di quell'ente. Ma l'opera dei due insigni scienziati ebbe vita breve, chè i politici, piuttosto brutalmente, sostituirono Castelnuovo e Tricomi, politicamente non impegnati, con persona la quale, ancorchè non priva di meriti scientifici, era assai più marcatamente etichettata sul piano politico. Uno dei primissimi esempi, questo, di quella « lottizzazione » dei quali i nostri uomini politici hanno dato, sin dalla fine della guerra, e seguitano, purtroppo, a dare, non edificante dimostrazione.

Rientrato a Torino, Tricomi tornò ad occuparsi di matematica com'era in fondo sua unica aspirazione. La sua fama scientifica, già affermatasi in tutto il mondo, gli procurava inviti in moltissimi Paesi, inviti che, però, egli solo in parte accettava.

Nel triennio 1948–1950 visse negli U.S.A., ospite del California Institute of Technology a Pasadena, dove assieme ad A. Erdélyi, W. Magnus e F. Oberhettinger, fece parte del « Bateman Project », che aveva come scopo iniziale la pubblicazione postuma delle opere inedite del matematico statunitense H. Bateman, ma che, in effetti, si risolse nella pubblicazione di ben cinque volumi a carattere enciclopedico, dovuti a Tricomi ed ai tre matematici sopra indicati e dedicati alle funzioni speciali ed alle trasformazioni funzionali classiche.

Ritornato in Italia, perdeva, nel 1959, la moglie Susanna Fomm, che egli aveva sposato in Germania nel 1931. Il matrimonio, rimasto senza figli, era stato per lui apportatore più di dolori che di gioie, dato che la Signora, dotata di temperamento mite e di dolce carattere, fu di salute estremamente delicata e cagionevole, e fu sempre per il marito causa di continue ansie e preoccupazioni.

Tricomi ebbe, durante la sua vita, numerosi riconoscimenti sia in Italia che all'Estero, ma comunque inferiori a quanto la grande fama di cui egli godeva e l'incidenza che la sua opera aveva avuto, specie nella matematica applicata, avrebbero meritato. Ma ciò è dovuto al suo carattere schivo ed assai poco incline a ricercare quei compromessi che, talvolta, sono condizione necessaria per ottenere determinati riconoscimenti.

Non starò qui ad elencare tutte le Accademie di cui fece parte, i premi e gli onori che gli furono conferiti. Tricomi non è certo fra quegli studiosi la cui grandezza debba misurarsi dai riconoscimenti ricevuti. Dirò solo che egli venne eletto Socio Corrispondente della nostra Accademia, forse un pò tardivamente, nel 1951, e che nel 1962 fu promosso Nazionale. Nel 1961 gli fu conferito il Premio Feltrinelli per la matematica e la meccanica.

Pur essendo egli stato, durante tutta la sua vita, un isolato, per la grande indipendenza di carattere, la estrema – a volte addirittura imbarazzante –

sincerità di comportamento, la incapacità costituzionale a proporre o ad accettare compromessi, Tricomi godeva della stima e del rispetto profondo di tutta la comunità matematica italiana. E veramente sincero fu il cordoglio per la sua scomparsa. All'Estero, specie negli Stati Uniti e nella Unione Sovietica, egli era considerato una figura leggendaria, uno dei più grandi matematici di questo secolo.

Riposa, secondo la sua volontà, nel piccolo cimitero di Torre Pellice, cittadina alla quale lo legavano tanti ricordi e dove aveva trascorso periodi assai significativi della sua vita.

* * *

La produzione scientifica di Tricomi iniziò nel 1915 allorchè, a soli 18 anni, scrisse una breve nota sul metodo delle approssimazioni successive. Su questo argomento egli si intrattenne fino al 1920, con lavori che egli stesso, in seguito, doveva giudicare « cose da poco », atte, al più, a mostrare le sue capacità potenziali.

È solo nell'estate del 1920 che egli iniziò lo studio della equazione alle derivate parziali, oggi universalmente nota come *equazione di Tricomi*: $yu_{xx} + u_{yy} = 0$. Tale equazione è di *tipo misto* perchè *ellittica* per $y > 0$, *parabolica* per $y = 0$, *iperbolica* per $y < 0$.

È a tutti noto che l'equazione di Laplace costituisce il prototipo per le equazioni di tipo ellittico, quella di Fourier lo è per il tipo parabolico e quella di d'Alambert per il tipo iperbolico. Tricomi era mosso dall'intento di fornire un prototipo per le equazioni di tipo misto. Ed aveva scelto assai bene!

Le sue ricerche lo conducevano a scrivere una grossa memoria che Francesco Severi e Luigi Bianchi, nel 1923, giudicavano, con lusinghiera relazione, degna di pubblicazione sugli Atti lincei. Tricomi in essa propone e studia un problema *ben posto* per la sua equazione. Egli considera un campo limitato che ha come frontiera una curva aperta Γ del semipiano ellittico, avente gli estremi A e B sull'asse x, e due caratteristiche Γ_1 e Γ_2 uscenti, rispettivamente, da A e da B e che si incontrano nel punto C del semipiano iperbolico. Egli assegna all'incognita u i valori su Γ e su una delle caratteristiche, per esempio Γ_1. Oggi questo problema al contorno è universalmente inteso come *problema di Tricomi*. Per esso egli dimostra il teorema di esistenza ed unicità.

Il metodo che egli segue, notevolmente ingegnoso, consiste nel separare il problema in due parti: una nel semipiano ellittico, l'altra in quello iperbolico. In quest'ultimo egli, ispirandosi a Darboux, riesce ad ottenere una formola esplicita che rappresenta la soluzione del problema di Cauchy nel triangolo caratteristico ABC, quando i valori $\tau(x)$ dell'incognita funzione u e quelli della sua derivata normale $\nu(x)$ sono assegnati sul *segmento parabolico* AB.

Con tale formola egli esprime i valori di u su Γ_1. Ma essendo questi noti, ottiene un'equazione integrale, che, risoluta rispetto a $\tau(x)$, permette di esprimere questa funzione mediante una trasformazione integrale operante su $\nu(x)$ e sui valori assegnati su Γ_1.

Nel semipiano ellittico egli considera il problema di Dirichlet nel campo limitato da Γ e dal segmento AB. È questo il primo esempio di problema di Dirichlet per un'equazione ellittica che degenera su una parte della frontiera. In seguito tali tipi di problemi dovevano essere ampiamente studiati da numerosi matematici.

Dimostrata l'esistenza e l'unicità della soluzione del detto problema di Dirichlet, ottiene una seconda trasformazione integrale che esprime $\tau(x)$ per mezzo di $\nu(x)$ e dei valori noti su Γ. Eliminando $\tau(x)$ dalle due trasformazioni integrali ottenute, giunge ad un'equazione integrale nella incognita $\nu(x)$, equazione perfettamente equivalente al problema da lui inizialmente posto. Purtroppo, tale equazione non è del tipo di Fredholm, dato che in essa intervengono nuclei non sommabili ma aventi soltanto *integrale convergente nel senso di Cauchy*. Ma Tricomi non si perde d'animo e, con geniale procedimento, riesce a dimostrare, per l'equazione integrale ottenuta, l'alternativa di Fredholm. Dal teorema di unicità che egli aveva preventivamente dimostrato per il suo problema, deriva allora l'esistenza e l'unicità della soluzione $\nu(x)$ dell'equazione integrale singolare e, quindi, per il problema da lui posto.

Questo magistrale lavoro di Tricomi forse sarebbe rimasto un « pezzo di bravura » nella teoria delle equazioni alle derivate parziali se, a partire dagli ultimi anni del secondo conflitto mondiale, alcuni scienziati sovietici ed americani, indipendentemente gli uni dagli altri, non avessero scoperto che l'equazione di Tricomi è di capitale importanza nell'aerodinamica transonica, cioè in quel capitolo della meccanica dei fluidi che studia il moto di un corpo in un fluido nella fase in cui la velocità del mobile supera la velocità del suono.

In quell'epoca le grandi velocità raggiunte dagli aerei a reazione, che proprio alla fine della guerra avevano fatto le prime apparizioni, facevano presagire ormai imminente il superamento della famosa « barriera del suono » e quindi si rendeva indispensabile prevedere e studiare teoricamente i conturbanti fenomeni che si presentano quando l'aeromobile si trova nella fase transonica, cioè quando passa da una velocità subsonica ad una supersonica.

Lo studio diretto del problema matematico, che rigorosamente descrive il flusso di un fluido, presenta enormi difficoltà. Ciò anche se tale studio viene intrapreso nel caso bidimensionale e nelle ipotesi che il flusso sia stazionario e irrotazionale ed il fluido isoentropico e barotropico. Si tratta, infatti, della integrazione della tremenda equazione alle derivate parziali non lineare del potenziale cinetico, che è di tipo ellittico se il flusso è subsonico, iperbolico se è supersonico e quindi di tipo misto nella fase transonica.

Il russo Chaplygin, al principio del secolo, aveva fatto un disperato tentativo di linearizzare quella equazione, mediante la trasformazione odografica, che consiste nel prendere come variabili indipendenti il modulo e l'anomalia della velocità del flusso. Disperato, perchè il cambiamento di variabili è possibile solo quando si conosca la velocità del flusso, cioè le derivate prime della incognita stessa del problema. Il metodo di Chaplygin, che era stato da questo autore adoperato solo per flussi subsonici, gli unici che allora interessavano, aveva però il vantaggio di permettere la costruzione di larghe classi di soluzioni particolari per l'equazione del potenziale cinetico e quindi di consentire l'impiego di quel procedimento matematico–sperimentale che gli scienziati applicati chiamano *metodo inverso*.

Ma intorno al 1945, quando i problemi transonici si cominciarono a presentare con particolare urgenza, diversi studiosi, ed in particolare Frankl nell'U.R.S.S. e von Karman negli U.S.A., cercarono se non fosse possibile una *approssimazione transonica*, cioè la sostituzione della intrattabile equazione non lineare del potenziale cinetico con altra più semplice che, almeno nella fase transonica, fosse in grado di approssimarla convenientemente, nel senso che le sue soluzioni, in prossimità della velocità del suono, potessero descrivere il flusso transonico.

Orbene, Frankl e von Karman, seguendo vie diverse, giungevano alla stessa conclusione: l'approssimazione transonica di primo grado è fornita dalla equazione di tipo misto di Tricomi. Si trattava allora di ottenere da questa equazione le informazioni richieste per lo studio dei fenomeni transonici. Ma c'è di più. Frankl, considerando per velocità transoniche il problema di Kirchhoff, consistente nello studio di un getto fluido in un recipiente a pareti rettilinee convergenti, problema che Chaplygin aveva risoluto nel caso subsonico, si accorse che il problema di frontiera libera nel piano fisico cui la questione dà luogo, si riduce, passando al piano odografico, alla soluzione di un problema al contorno di Tricomi, oppure di un problema, a questo analogo, posto dallo stesso Frankl.

Sintetizzando, possiamo dire che a quell'epoca si era giunti alla conclusione che per poter far luce sui problemi della aerodinamica transonica bisognava affrontare problemi analitici che erano proprio del tipo di quelli che Tricomi aveva studiato nella sua memoria del 1923. Si comprende allora l'ammirato stupore con il quale i cultori di meccanica dei fluidi si accorsero che più di vent'anni prima un matematico italiano, in una poderosa memoria di oltre cento pagine, aveva posto le fondamenta per l'equazione di tipo misto da loro riscoperta, non solo formulando e risolvendo un basilare problema al contorno per essa, ma fornendo altresì tutto un ricchissimo armamentario analitico, impiegabile nella soluzione di innumerevoli problemi applicativi. Vi fu allora un'autentica ondata di entusiasmo per l'opera di Tricomi, il cui nome, d'altronde, era già ben noto in campo internazionale per altre importanti scoperte a lui dovute, delle quali parleremo fra breve.

Gli aerodinamicisti, vista l'importanza centrale dell'equazione di Tricomi, ritennero conveniente introdurre un fluido ideale, la cui equazione di stato fosse tale che l'equazione del potenziale cinetico, nel piano odografico, fosse esattamente l'equazione di Tricomi. Tale fluido venne battezzato *Tricomi gas*.

Questo gas approssima abbastanza bene un gas reale in prossimità della fase transonica, ma, come è da attendere, per velocità decisamente subsoniche o supersoniche, si comporta in modo innaturale. Tricomi, che nel 1947 era venuto a conoscenza, in seguito ad una visita di von Karman a Torino, dell'importanza che in aerodinamica aveva assunto la sua equazione, resosi conto delle eterodosse proprietà del gas cui era stato dato il suo nome, per nulla lusingato da questo fatto, pubblicava nel 1957 una nota sui nostri Rendiconti dal titolo: *Stranezze del Tricomi gas*.

I lavori che Tricomi, a partire dagli anni '50 in poi, pubblicò sull'aerodinamica, sono in massima parte espositivi e fra essi emerge il magistrale corso di lezioni che egli tenne all'Istituto di Alta Matematica nel 1963.

Va anche ricordato il contributo matematico da lui dato alla monografia *Aerodinamica transonica*, scritta in collaborazione con C. Ferrari.

Ma non soltanto alle equazioni di tipo misto ed all'aerodinamica transonica, Tricomi doveva lasciare legato il suo nome.

Già nella sua fondamentale memoria lincea del '23 Tricomi si era – come dicemmo – imbattuto in un'equazione integrale singolare, che egli aveva potuto risolvere, diventando così uno dei pionieri anche in questo campo. Alle equazioni integrali singolari unidimensionali ritornava con alcuni lavori degli anni '50, nei quali, dopo aver sunteggiato una teoria della *trasformata finita di Hilbert*, ne faceva applicazione alle equazioni integrali del tipo di Carleman ed all'equazione integrale singolare dei profili alari.

Nel 1926, in una ricerca relativa al potenziale elettrico nello spazio a tre dimensioni, creato da una carica distribuita su una lamina piana, egli si imbatte in una equazione integrale bidimensionale con nucleo non sommabile, ma soltanto ad integrale doppio convergente nel senso di Cauchy. Egli si rende subito conto che, a differenza del caso unidimensionale, viene ora a mancargli una formola per l'inversione di due integrazioni doppie singolari, formola che, invece, in quel caso era data dal classico risultato di Poincarè e Bertrand. Attacca allora, con la consueta destrezza analitica, questo difficile problema. In una nota lincea del '26 ed in una memoria dei Mathem. Zeit. del '27 egli fornisce la soluzione del problema. Anche questi due lavori sono oggi considerati classici nell'analisi matematica, e non soltanto per il fondamentale risultato che essi contengono, ma anche per la ricchezza di mezzi analitici in essi profusa.

Ad esempio, Tricomi, in uno di essi, studia come dipende il valore di un integrale singolare dalla forma dell'*area di esclusione* che serve a definirlo e per la prima volta introduce il metodo della *regolarizzazione* per le equazioni integrali singolari multiple.

Anche in questo campo le sue idee, raccolte e proseguite da altri matematici, dovevano in seguito straordinariamente svilupparsi e portare, prima, per merito di Mikhlin e di Giraud, alla teoria delle equazioni integrali singolari multiple ed, in tempi più recenti, a quella degli operatori pseudo-differenziali.

Tricomi aveva dato prova, con i lavori dei quali abbiamo finora parlato, di essere un finissimo tecnico della matematica, capace di venire a capo di ardui problemi grazie ad un'abilità analitica ricca di risorse. Egli rifuggiva quasi sempre da principi astratti generali e riusciva, invece, a far luce sulle questioni che egli affrontava, avvalendosi di una tecnica assai ingegnosa. Si comprende, allora, come egli si sentisse irresistibilmente attratto verso gli strumenti e gli algoritmi dell'analisi matematica classica, che nelle sue mani diventavano validi mezzi di indagine.

Ciò spiega la grande propensione che egli ebbe verso la teoria delle funzioni speciali dell'analisi e quella delle trasformazioni funzionali classiche: di Laplace, di Hilbert, di Fourier, etc. Ad entrambe queste teorie egli arrecò contributi decisivi.

La teoria delle funzioni speciali ha lo scopo di allargare la classe delle cosiddette funzioni elementari, fornendo all'analista informazioni quanto più ampie possibile su particolari famiglie di funzioni, talchè questi, quando si imbatte in un dato problema, può ritenerlo risoluto tutte le volte che riesce a rappresentarne la soluzione mediante funzioni speciali delle quali sia nota la teoria.

Le funzioni speciali che si sono incontrate in matematica provengono, salvo poche (seppure importanti) eccezioni, da due problemi diversi: il calcolo della funzione primitiva di un differenziale algebrico e l'integrazione di particolari equazioni differenziali ordinarie lineari omogenee del secondo ordine, dette *di tipo Fuchs*.

Fra le funzioni speciali, non elementari, ottenute come integrali di differenziali algebrici, in analisi si incontrano più di frequente le funzioni ellittiche, alle quali Tricomi dedicò una monografia che ebbe notevole successo editoriale.

Assai più importanti per l'analisi e le scienze applicate sono però le funzioni ottenute come integrali di equazioni differenziali fuchsiane.

Facendo, nella equazione differenziale ipergeometrica, *confluire* in modo opportuno i parametri da cui essa dipende, si ottiene la *equazione differenziale delle funzioni ipergeometriche confluenti* (brevemente: *equazione confluente*) che si constata essere una forma canonica della più generale equazione differenziale lineare ordinaria del secondo ordine i cui coefficienti sono polinomi di primo grado.

La funzione ipergeometrica di Gauss *confluisce*, in virtù del processo anzidetto, in un integrale della equazione confluente, noto come *funzione di Kummer*. Il merito di Tricomi è di avere associato alla funzione di Kummer un secondo integrale della equazione confluente, che ha gli stessi caratteri di semplicità ed eleganza di quella, evitando così il laborioso procedimento che, in precedenza, Whittaker aveva seguito per lo studio dell'equazione confluente, mediante una trasformazione di questa, e la conseguente introduzione delle scomode *funzioni di Whittaker*.

L'integrale introdotto da Tricomi, ancorchè in precedenza già considerato da altri autori, è oggi, per l'uso sistematico che egli ne ha fatto e per le molteplici proprietà che ne ha scoperte, noto come *funzione di Tricomi*.

L'interesse grandissimo che le funzioni confluenti di Kummer e di Tricomi hanno sia in analisi che nelle applicazioni, si riconosce subito non appena si ponga mente al fatto che, particolareggiando i parametri da cui esse dipendono, si ottengono le funzioni di Bessel, la funzione gamma incompleta, le funzioni del cilindro parabolico, i polinomi di Laguerre, l'integrale degli errori, gli integrali di Fresnel, l'integralseno, i polinomi di Hermite, etc.

Riassumere qui tutti i risultati dovuti a Tricomi ed i contributi portati nello studio di tali funzioni è impresa impossibile. Essi riguardano raffinate valutazioni asintotiche, nuovi sviluppi in serie di una classe di funzioni speciali mediante altre funzioni speciali, valutazioni inerenti agli zeri ed agli estremi relativi per particolari classi di funzioni, teoremi di addizione, accorgimenti per il calcolo numerico delle funzioni speciali, etc.

La più parte di questi risultati ha trovato posto, con il nome di Tricomi, nella letteratura internazionale. Ma anche alla teoria delle trasformazioni funzionali classiche, argomento, peraltro, intimamente connesso a quello delle funzioni speciali, Tricomi ha recato cospicui contributi. Essi riguardano le relazioni fra la trasformazione di Laplace ed i polinomi di Laguerre, con la proposta di un metodo per la inversione numerica di quella mediante questi; un risultato analogo per la trasformazione bilatera di Laplace mediante i polinomi di Hermite e le applicazioni al calcolo delle probabilità; l'associazione ad ogni classe di polinomi ortogonali di una opportuna trasformazione funzionale, con particolare riguardo al caso dei polinomi di Legendre, ciò che lo conduce a nuovi eleganti sviluppi in serie degli integrali ellittici di prima specie; lo studio approfondito della cosiddetta *trasformazione di Gauss* e le sue applicazioni al calcolo delle probabilità ed alla statistica; la trasformazione funzionale di Hankel e sue relazioni con quella di Laplace.

Queste ricerche trovarono larga eco in campo internazionale, dando anche luogo ad ulteriori ricerche di eminenti scienziati stranieri quali, ad esempio, G. Doetsch e A. Erdélyi.

Abbiamo accennato a ricerche di Tricomi riguardanti il calcolo delle probabilità. A questo argomento egli dedicò parte non trascurabile della sua attività di ricercatore ed è suo merito avere posto in relazione fra loro, seguendo una via completamente diversa da quella in precedenza percorsa da E. Borel, due parti apparentemente assai lontane della matematica: il calcolo delle probabilità e la teoria dei numeri. Fra le sue ricerche in questo campo emerge quella intesa a determinare rappresentazioni asintotiche per il numero delle partizioni di un intero k in n addendi non superiori ad un assegnato intero. G. Castelnuovo, grande studioso di calcolo delle probabilità, oltre che sommo geometra algebrico, volle esporre, nel 1933, a Parigi, all'Istituto Henri Poincaré, i risultati di Tricomi.

Un criterio per giudicare il valore scientifico di uno studioso consiste indubbiamente nel considerare i campi di ricerche dove egli ha scelto di lavorare e nel rendersi conto dell'impatto che la sua opera ha avuto nel far progredire le teorie che a tali campi afferiscono e nell'aprire in essi vie nuove.

L'opera di Tricomi, vista secondo l'enunciato criterio, non può non considerarsi eccezionale.

Ma un altro criterio può adottarsi per valutare la forza inventiva e la vigoria scientifica di uno studioso: esaminare in qual modo egli abbia affrontato inattesi problemi, a lui posti da altri, per cimentarsi con i quali abbia dovuto superare inaspettate difficoltà e forgiare nuovi metodi ed adeguati strumenti di approccio.

Anche da tale punto di vista Tricomi appare matematico fortissimo, dotato di una fantasia analitica fuor del comune.

È per me qui impossibile riferire su tutti i problemi che altri gli posero e che egli brillantemente risolse. Mi limiterò solo ad accennare ad alcuni di essi.

Nel 1929 si occupò del moto di un pendolo sostenuto da un'esile lamina elastica e risolse un problema, posto nel 1924 da J. Andrade, uno specialista di orologeria teorica, studiando a fondo la flessione di una trave elastica incastrata in condizioni diverse dalle consuete.

Nel '33, in seguito a scambi di idee con G. Fubini, che aveva sollevato il problema, spiegò il significato analitico di una formola usata in ingegneria per la determinazione delle tensioni interne in una trave sollecitata di taglio. Risultato che approfondì in un successivo lavoro con un'analisi accurata delle *linee di tensione* delle sezioni trasverse della trave.

Tricomi fu legato al Fubini da sincera amicizia e si devono alle converversazioni che questi due grandi analisti solevano quotidianamente avere, prima che Fubini fosse, per le leggi razziali fasciste, costretto ad emigrare, i lavori che Tricomi scrisse fra il '33 ed il '38 sulla deformazione delle travi ad asse circolare. Queste ricerche erano state originate da problemi che Fubini aveva posto, estendendo il metodo di Saint-Venant in elasticità a travi ad asse curvilineo.

Tricomi fu legato da vincoli di affetto e di ammirazione anche a Tullio Levi-Civita. Da un problema studiato da questi, egli, nel '31, prese lo spunto per definire la *densità* di una corrispondenza di tipo « dualistico » tra piani e punti dello spazio. Successivamente fece vedere che questa sua definizione era in semplice relazione con una definizione di densità di un continuo di rette o di piani data da Crofton; le sue idee vennero in seguito riprese, in lavori geometrici, da B. Segre, da A. Terracini e da altri.

Dirò, incidentalmente, che queste ricerche lo portarono ad intrattenere una corrispondenza con l'eminente geometra tedesco W. Blaschke. In seguito, però, i rapporti fra i due si deteriorarono a causa dell'antifascismo di Tricomi e del filonazismo di Blaschke. Avvenne poi che Tricomi lodasse pubblicamente la fondazione, avvenuta nel 1940 negli U.S.A., delle *Mathematical Reviews*, la cui direzione era stata assunta dal fuoriuscito tedesco O. Neugebauer. Il Blaschke aspramente rampognò Tricomi per aver lodato una pubblicazione diretta da un ebreo e lo denunciò alle autorità italiane per antifascismo. Cosa, peraltro, assolutamente vera. Il telefono di Tricomi venne messo sotto controllo ed egli veniva spesso pedinato. Ma, come Tricomi stesso racconta, egli, accortosi delle attenzioni cui era sottoposto, con il suo tipico « sense of humour », chiese al suo assistente Frola di discutere con lui solo per telefono le ricerche che egli gli aveva proposto. Scrive Tricomi nella sua autobiografia: *Mi divertiva invero non poco pensare gli intercettatori della polizia alle prese con centinaia di metri di nastri registratori pieni di misteriose espressioni matematiche*! Racconta egli ancora: *Rividi poi il Blaschke nel 1952, ad un congresso a Salisburgo, ma feci finta di niente.* Ero anch'io presente a quel congresso e non potrò mai dimenticare l'espressione di Tricomi: lo sguardo fra ironico e divertito dei penetranti occhi verdi, mentre, con gesto abituale, si accarezzava il mefistofelico pizzetto e, per contro, l'aspetto imbarazzatissimo e lo sguardo sfuggente del Blaschke.

Nel 1933 G. C. Vallauri, professore al Politecnico di Torino, gli propose lo studio della difficile equazione differenziale non lineare «*dei motori sincroni*». Tricomi fu fra i primissimi ad occuparsi di questa equazione, che in seguito doveva essere oggetto di numerose ricerche, ottenendo pregevoli ed indicativi risultati.

Nello stesso anno il fisico E. Persico, che di Tricomi fu affezionato amico ed era allora professore a Torino, gli propose la determinazione dell'espressione asintotica di una funzione rappresentata da un complicato integrale. Con la consueta maestria, servendosi di teoremi abeliani sulla trasformazione di Laplace, Tricomi diede risposta al quesito. Egli così commenta, con l'abituale umorismo, il suo risultato: *Non ritenevo che questo lavoro «su commissione» fosse particolarmente significativo, ma alcuni anni dopo vidi, con una certa sorpresa, che in seguito ad esso, mi veniva attribuita la paternità di una formula centrale della statistica degli «avvenimenti rari». E non era necessario rifiutarla, tanto più che non ne derivavano obblighi di «alimenti»*!

Alcuni anni dopo, precisamente nel '39, analogo servigio rendeva all'aerodinamicista C. Possio, fornendogli l'asintotica di una funzione definita da un altro complicato integrale.

Nel '36 P. E. Brunelli, professore al Politecnico di Torino, si era rivolto a lui per il calcolo delle velocità critiche di alberi motore a forma tronco–conica o cuneiforme. Anche a questo difficile problema Tricomi dava soddisfacente risposta, indicando un intervallo abbastanza ristretto entro cui cade il primo autovalore del problema al quale la questione tecnica si riduce.

Nel '40 determinava per mezzo di integrali ellittici la radiazione solare annua per ogni assegnata latitudine. I suoi risultati dovevano servire all'astronomo Silva, di Padova, per ricerche che questi aveva in corso.

Negli ultimi tempi della sua permanenza in America, il biologo Delbrück, professore a Pasadena, gli pose un arduo problema di bio–matematica. Si trattava di dare una base quantitativa al già accertato fenomeno della *resistenza batterica*, per esempio ad un dato antibiotico, resistenza che taluni spiegavano come un fenomeno di *mitridatismo* ed altri, fra i quali il Delbrück, come un fenomeno di *mutazione*.

L'analisi compiuta da Tricomi è veramente magistrale. Egli inventa una nuova trascendente intera che mette in relazione con una ben nota funzione analitica, definita in un semipiano e non prolungabile. Crea così tutto un armamentario analitico con il quale riesce a calcolare, per i batteri di una data colonia, la probabilità di una *mutazione verso la resistenza*, riuscendo, in tal modo, a prevedere la legge di distribuzione statistica del numero dei batteri « duri a morire » e confermando per via teorica i risultati sperimentali del Delbrück, che, ovviamente, rimase entusiasta dei risultati matematici di Tricomi. Questi, d'altra parte, non restò con le mani in mano, ed avendo introdotto una nuova trascendente intera, pensò bene di utilizzarla in un problema di pura matematica, determinando per mezzo di essa il valore incognito di un classico prodotto infinito che Eulero aveva introdotto nella teoria dei numeri, ma del quale era solo nota la convergenza.

La figura di Tricomi come matematico non sarebbe completamente delineata se non si accennasse anche alla sua opera come trattatista. Anche in tal campo il suo successo internazionale è stato eccezionale. Quasi tutti i trattati e le monografie a lui dovuti, circa quindici, sono stati tradotti in varie lingue: inglese, russo, tedesco, francese e su di essi hanno studiato generazioni di matematici di vari Paesi.

Questi libri riguardano: l'analisi matematica istituzionale, le equazioni differenziali, ordinarie ed a derivate parziali, la teoria delle funzioni, le equazioni integrali, gli sviluppi in serie di funzioni ortogonali, le funzioni speciali dell'analisi.

La sua capacità di cogliere l'essenziale nelle questioni trattate ed il suo dichiarato desiderio di rendere quanto più facili possibile gli argomenti esposti, fanno dei suoi libri un'introduzione estremamente suggestiva delle varie teorie dell'analisi matematica che egli considera. Anche se talvolta, occorre dirlo, il suo intento di non appesantire la trattazione lascia adito ad un qualche desiderio per un maggiore rigore espositivo. Ma coloro che han dovuto servirsi dell'analisi matematica ai fini delle applicazioni, difficilmente hanno potuto trovare opere che, meglio di quelle di Tricomi, assecondassero tale aspirazione.

* * *

La figura di uno studioso non è mai scindibile da quella dell'uomo: assai spesso le qualità che caratterizzano la sua opera sono emanazione diretta di quelle che lo contrassegnano come creatura umana.

Ciò, nel caso di Tricomi, acquista una straordinaria evidenza.

Chi potè essergli vicino riconobbe nel suo comportamento la stessa profondità, concretezza e cosciente semplicità che caratterizzano i suoi lavori di matematica.

Interpretò il suo ruolo di studioso e di docente mai con le pose del grande scienziato, ma con l'efficienza del professionista serio, che attende ai suoi compiti, grandi o piccoli, col medesimo impegno.

Predilesse la precisione e l'ordine ed amò vivere in modo quasi spartano. Non cercò mai la lode degli uomini, ma la coscienza di compiere ogni suo dovere al meglio delle proprie possibilità, gli conferì una sicurezza di sè che gli fece ignorare ogni critica che potesse giungergli dall'esterno.

Abituato a non mentire, nè agli altri nè a se stesso, mancò talvolta di quella opportuna diplomazia che insegna a saper tacere. E qualche altra volta, l'impegno, che egli poneva a volere essere a tutti i costi sincero, lo spinse ad essere – anche se in buona fede – troppo severo giudice.

Fu coraggioso antifascista durante il noto ventennio, ma con uguale fermezza avversò, dopo la guerra, le ideologie ed i movimenti che tendono a spingere il nostro Paese verso dittature non meno perniciose di quella fascista.

Egli durante la sua vita, fu un conservatore, ma non, come qualcuno ingiustamente volle accusarlo, per tendenza retriva, ma perchè prima di accettare qualcosa di nuovo, sia che appartenesse alla sfera della scienza, sia a quella dei suoi affetti, delle sue amicizie e, persino, delle sue abitudini, esercitava una lunghissima, approfondita critica ed un severo vaglio.

Ma una volta che qualcosa entrava a far parte della sua vita, intellettuale o affettiva, era difficilissimo che egli se ne staccasse. Da ciò quella eccezionale coerenza di comportamento in tutte le circostanze e quel senso di rispetto che egli ispirava, perchè tutti sentivano di essere di fronte ad un uomo conseguente e profondamente leale.

Assunse spesso – specie nell'ultimo periodo della sua vita – un atteggiamento assai critico verso gli sviluppi più recenti della matematica. Ciò, non tanto per il suo conservatorismo, ma perchè la sua mentalità concreta e, soprattutto, onesta, rimaneva urtata dal vuoto di contenuto che talvolta si cela dietro certe gratuite generalizzazioni della moderna matematica. Egli metteva questo in relazione al decadimento, che avviene nella società di oggi, di molti valori morali ai quali egli invece saldamente credeva ed ai quali aveva sempre ispirato il suo comportamento. La sua vita solitaria, non allietata – dopo la prematura morte della moglie – da affetti familiari, lo induceva, allora, con una profonda amarezza che cercava di dissimulare dietro l'abituale ironia, a chiudersi in un quasi totale rifiuto di tutto ciò che fosse emanazione dei tempi presenti. Tale atteggiamento, come conseguenza, gli impediva, purtroppo, di apprezzare quanto, invece, di sostanziale e di importante vi è anche nelle moderne teorie matematiche.

Ma il contributo di uno scienziato non si misura dalle teorie che ha dimostrato, più o meno, di accettare, ma, soprattutto, dalle teorie che egli stesso ha creato e dai risultati veramente originali che ha conseguito.

Ed è per questo che l'opera scientifica di Francesco Tricomi lo colloca fra i più grandi matematici che ha avuto l'Italia. D'altronde, per la sua coerenza morale, per l'assoluta onestà intellettuale, per la scarna ma efficace essenzialità, egli, anche come uomo, costituisce un esempio che, se è forse impossibile imitare, è sempre da tener presente e meditare.

PUBBLICAZIONI DI FRANCESCO G. TRICOMI

Tricomi ha pubblicato 346 lavori, inclusi libri e monografie. I lavori da 1 a 300 si trovano tutti elencati, in ordine cronologico, nella pubblicazione autobiografica 304, ciascuno con la relativa, precisa indicazione bibliografica. Riteniamo quindi non necessario tornare a rielencarli qui. Ci limitiamo, quindi, ad indicare i lavori dal 301 al 346.

301. *La matematica nella vita moderna e nella vita militare*, «Giovedì culturali», Scuole di Applicazione d'Arma, Anno Accademico 1966–67, pp. 11–28.
302. *Equazioni Differenziali*, 4ª Ed. riv. Torino, Boringhieri, 1967, 351 pp.
303. *Su certi problemi al contorno sorgenti dalla teoria delle equazioni integrali singolari*, Atti del Convegno su le Equazioni alle Derivate Parziali, Bologna, 22–24 aprile 1967, Oderisi, Gubbio, pp. 174–179.
304. *La mia vita di matematico attraverso la cronistoria dei miei lavori*, CEDAM, Padova, 1967, XII+172 pp.
305. *Matematici torinesi dell'ultimo secolo*, Storia e Filosofia della Scienza, Accademia delle Scienze, Torino 1968, pp. 253–278.
306. *Repertorium der Theorie der Differentialgleichungen*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1967, 176 pp.
307. *Transonic Aerodynamics* (in collab. con Carlo Ferrari), Academic Press, New York and London, 1968, IX+653 pp.
308. *Questioni attuali sull'insegnamento matematico nelle scuole secondarie*, «Periodico di Matematiche», Febbraio–Aprile 1968, serie IV, vol. XLVI, n. 1–2, pp. 372–375.
309. *Michel Plancherel (1885–1967) Cenni commemorativi*, Accademia delle Scienze, Torino, 1968.
310. *I cervelli elettronici*, Rend. delle Adunanze solenni della Accademia Nazionale dei Lincei, vol. VII, fasc. 4, 1968.
311. *Sulla teoria dei polinomi ortogonali*, Rend. Accad. Naz. Lincei, s. VIII, vol. XLV, fasc. 5, novembre 1968, pp. 195–199.
312. *Esercizi e Complementi di Analisi Matematica II*, 5ª ediz. CEDAM, Padova, 1969, XII+513 pp.
313. *Sulle molle elicoidali a sezione rettangolare*, Atti Accad. Scienze, Torino, vol. 103, 1969, pp. 781–788.
314. *Uno sguardo allo sviluppo della matematica in Italia nel primo secolo dello Stato Unitario*, Rend. Seminario Matem. dell'Università e del Politecnico di Torino, vol. 28, Torino, 1968–69, pp. 64–76.
315. *Di una singolare funzione dell'elastostatica*, Rend. Seminario Matem. dell'Università e del Politecnico di Torino, vol. 28, Torino, 1968–69, pp. 81–92.
316. *Sulla somma delle inverse delle terze e quinte potenze dei numeri naturali*, Rend. Accad. Naz. dei Lincei, s. VIII, vol. XLVII, fasc. 1–2, 1969, pp. 16–18.
317. *Vorlesungen über Orthogonalreihen*, Grundlehren der Mathem. Wissenschaften, Bd 76, Springer Verlag, 1970, Berlin, VIII+265 pp.
318. *Francesco Paolo Cantelli*, Accademia Naz. dei Lincei, 1970, 5. pp.
319. *Guarini Matematico*, Atti Convegno su «Guarino Guarini e l'internazionalità del barocco», Torino, 30 sett.–5 ott. 1968, Accad. Scienze Torino, 1970, pp. 551–557.
320. *Sulle combinazioni lineari delle tre classiche medie: aritmetica, geometrica e armonica*, Atti Accad. Scienze, Torino, vol. 104, 1970, pp. 557–572.
321. *Robert Sauer (1898–1970) Cenni commemorativi*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 105, 1971, pp. 673–676.

322. *Ricordo di Federigo Enriques nel centenario della nascita*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 105, 1971, pp. 19–26.
323. *Saluto del Vicepresidente dell'Accademia delle Scienze di Torino*, Atti del Convegno su « Problemi attuali connessi con lo sviluppo tecnologico ed economico del Piemonte e regioni limitrofe », Accad. Scienze Torino, 1970, p. 1.
324. *Un precursore delle moderne macchine calcolatrici: Charles Babbage (1792–1871)*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 106, 1971, pp. 17–24.
325. *Sulla didattica delle funzioni speciali*, Rend. Seminario Matem. dell'Università e del Politecnico di Torino, vol. 30, 1971, pp. 35–47.
326. *Sui corsi d'aggiornamento per i professori di matematica delle scuole secondarie*, Atti 51ª Riunione Soc. Ital. Progresso Scienze (sett.–ott. 1971), pp. 535–539.
327. *Un'osservazione sulle variabili casuali « contraibili »*, « Studi in onore di Fernando Giaccardi Giraud », Istituto Matem. Finanziaria Università di Torino, 1972, pp. 183–185.
328. *Il centenario del « Programma di Erlangen » di Felix Klein*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 106, 1972, pp. 647–659.
329. *Le funzioni* (La Matematica nella Cultura e nella Scuola, N. 5), Le Monnier, Firenze, 1972, VII+391 pp.
330. *Richard Courant*, Accad. Naz. dei Lincei, 1973, 3 pp.
331. *Ricordi di mezzo secolo di vita matematica torinese*, Rend. Semin. Matem. dell'Univ. e del Politecnico di Torino, vol. 31, 1972–73, pp. 31–43.
332. *Relazione del Presidente Prof. Francesco Giacomo Tricomi sull'attività accademica nell'anno 1972–73*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 108, 1974, pp. 5–12.
333. *Giovanni Ricci (1904–1973) Cenni commemorativi*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 108, 1974, pp. 585–589.
334. *Sulle potenze di una matrice del secondo ordine*, « Omaggio a Carlo Ferrari », ed. Levrotto & Bella, Torino, 1974, pp. 675–677.
335. *Guido Fubini e la Scienza delle Costruzioni*, Rend. di Matematica (1), vol. 8, s. VI, 1975.
336. *Sugli algoritmi iterativi nell'analisi numerica*, Atti Convegno « Metodi valutativi nella fisica–matematica (Roma, dic. 1972), Accad. Naz. Lincei, quaderno N. 217, 1975, pp. 105–117.
337. *Parole del Presidente Prof. Francesco Giacomo Tricomi*, Adunanza solenne del 15 maggio 1974, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 108, 1973–74, pp. 951–953.
338. *Relazione del Presidente Prof. Francesco Giacomo Tricomi sull'attività accademica nell'anno 1973–74*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 109, 1974–75, pp. 5–12.
339. *Sulla elastostatica degli archi*, « Trends in application of pure mathematics to mechanics », Pitman, London, 1976, pp. 401–407.
340. *Relazione del Presidente Prof. Francesco Giacomo Tricomi all'inaugurazione dell'anno accademico 1975–76*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 110, 1975–76, pp. 1–11.
341. *Francesco Giacomo Tricomi*, « Biografie e Bibliografie degli Accademici Lincei », Accad. Lincei, 1976, pp. 663–666.
342. *Mauro Picone (1885–1977) Cenni commemorativi*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 11, 1977, pp. 573–576.
343. *Sguardo retrospettivo alla matematica italiana del XX secolo*, Rend. Accad. Naz. dei XL, s. V. vol. III, 1977–78, pp. 125–128.
344. Voci: *Equazioni a incognite numeriche – Equazioni differenziali ordinarie – Equazioni a derivate parziali – Equazioni integrali e integro–differenziali*, Enciclopedia Italiana, Aggiornamento 1978.
345. *Arthur Erdélyi (1908–1977) Cenni commemorativi*, Atti Accad. Scienze Torino, vol. 112. 1978, pp. 233–236.
346. *Sguardo alla vita e all'opera di Carl Friedrich Gauss (1777–1855)*, Supplemento del vol. 112 degli Atti Accad. Scienze Torino, 1978, pp. 7-13.