
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI
RENDICONTI

JACOPO P. MORTOLA

**La tensione applicata alla parete posteriore
tracheale: considerazioni teoriche**

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 63 (1977), n.5, p. 465–470.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1977_8_63_5_465_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Fisiologia. — *La tensione applicata alla parete posteriore tracheale: considerazioni teoriche*^(*). Nota di JACOPO P. MORTOLA^(**), presentata^(***) dal Socio R. MARGARIA.

SUMMARY. — The tension applied to the Posterior Wall of the trachea at different transmural pressures is estimated considering either the different radius of curvature of the posterior wall as predicted by the Laplace's relationship ($T = PR$), or the direct stretching of the tips of the cartilages on the posterior wall according to the tension-length relationship ($T = kL$). The total tension is the sum of the two. The tension-transmural pressure curve is very similar to the static response of the receptors at different transmural pressures experimentally obtained. This finding confirms that the static response of tracheal stretch receptors is strictly related to the tension applied to the posterior wall of the trachea, in which they are uniquely located, and that their asymmetrical response to positive and negative transmural pressures is explainable considering the mechanical coupling between posterior wall and cartilages.

I tensorecettori tracheali sono unicamente localizzati nella parete posteriore membranosa (PW) della trachea (Bartlett, Jeffery, Sant'Ambrogio e Wise, 1976). La maggioranza di essi è attiva a zero pressione trasmurale e la loro risposta statica alle pressioni positive e negative è asimmetrica, essendo maggiore con le positive che con le negative, con un minimo a -5 , -10 cm H₂O (grafico in alto a sinistra della fig. 2; Bartlett, Sant'Ambrogio e Wise, 1976). Molte evidenze suggeriscono che la loro risposta alla pressione trasmurale sia mediata dalla tensione trasversale applicata alla parete posteriore tracheale (Bartlett, Sant'Ambrogio e Wise, 1976).

Lo scopo di questo studio è un calcolo semiquantitativo della tensione applicata alla parete posteriore della trachea alle diverse pressioni trasmurali per poter paragonare l'andamento della curva pressione-tensione calcolata teoricamente con quello della curva pressione trasmurale-scarica del tensorecettore ricavata sperimentalmente.

A. TENSIONE APPLICATA ALLA PARETE POSTERIORE TRACHEALE IN ACCORDO CON LA LEGGE DI LAPLACE

Se gli anelli cartilaginei costituissero un supporto perfettamente rigido, e la parete posteriore, a zero pressione trasmurale, si trovasse ad una lunghezza inferiore alla sua lunghezza di riposo (entrambe le situazioni non si

(*) Dept. of Physiology and Biophysics, University of Texas Medical Branch, Galveston, Texas 77550, U.S.A.

(**) Corrispondenza al dott. Jacopo P. Mortola, Dept. of Physiology and Biophysics, University of Texas Medical Branch, Galveston, Texas 77550, U.S.A.

(***) Nella seduta del 18 novembre 1977.

verificano, come si dirà successivamente), la tensione applicata alla parete posteriore a differenti pressioni transmurali sarebbe calcolabile, in accordo con la legge di Laplace, conoscendo il raggio di curvatura R di una circonferenza di cui la parete posteriore tracheale costituisce un arco (fig. 1).

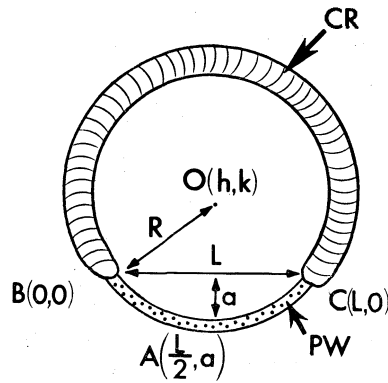


Fig. 1. - Rappresentazione schematica di una sezione trasversale della trachea, con anello cartilagineo (CR) e parete posteriore fibromuscolare (PW). R = raggio di curvatura di PW. A rappresenta il punto più distante dell'arco (PW) dalla sua corda L . Gli estremi B e C della Corda L , A ed il centro O sono definiti da coppie di punti di un piano cartesiano la cui origine è $B(0,0)$.

Il raggio R di una circonferenza di centro O di cui sia noto l'arco \overline{BC} e la distanza della sua corda A , è dato dalla equazione generale

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2$$

dove h, k è la coppia di valori che definisce il centro O . Definendo quindi A, B, C con coppie di valori x, y come indicato in fig. 1, si ottiene un sistema di tre equazioni con tre incognite:

$$(1) \quad R^2 = h^2 + k^2$$

$$(2) \quad R^2 = L^2 - 2hL + h^2 + k^2$$

$$(3) \quad R^2 = \frac{L^2}{4} + h^2 - hL + a^2 - 2ak + k^2$$

risolvendo l'equazione (2) per h :

$$L^2 - 2hL + h^2 + R^2 - h^2 = R^2$$

$$(4) \quad L^2 = 2hL$$

$$h = \frac{L}{2}$$

sostituendo la (4) nella (2) e risolvendo per k :

$$\begin{aligned} L^2 - 2 \frac{L^2}{2} + \frac{L^2}{4} + k^2 &= R^2 \\ (5) \quad k^2 &= R^2 - \frac{L^2}{4} \end{aligned}$$

sostituendo (4) e (5) nella (3):

$$\begin{aligned} \frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{2} + a^2 - 2a \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}} + R^2 - \frac{L^2}{4} &= R^2 \\ a^2 - \frac{L^2}{4} &= 2a \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}} \\ a^4 + \frac{L^4}{16} - \frac{a^2 L^2}{2} &= 4a^2 R^2 - a^2 L^2 \\ 16a^4 - 8a^2 L^2 + L^4 &= 64a^2 R^2 - 16a^2 L^2 \\ 16a^4 + 8a^2 L^2 + L^4 &= 64a^2 R^2 \\ (4a^2 + L^2)^2 &= 64a^2 R^2 \\ 4a^2 + L^2 &= 8aR \end{aligned}$$

dividendo per $8a$:

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} + \frac{L^2}{8a} &= R \\ (6) \quad R &= \frac{1}{2} \left(a + \frac{L^2}{4a} \right). \end{aligned}$$

In una precedente Nota (Mortola e Sant'Ambrogio, 1977) era stato dimostrato che, dopo aver fissato gli anelli cartilaginei nella posizione corrispondente ad un certo valore di pressione negativa (in quel caso -35 mm Hg), la funzione pressione-volume della trachea rappresenta la funzione pressione-volume della sua parete posteriore, e che la differenza di questa curva da quella della trachea completamente libera di espandersi è la funzione pressione-volume della componente cartilaginea. Quindi quando gli anelli cartilaginei vengono mantenuti costretti, nella (6) L è costante (circa 6 mm), ed a , essendo proporzionale al volume tracheale, è sostituibile dalle variazioni di volume al di sopra (pressioni positive) ed al di sotto (pressioni negative) il valore di volume di riposo della trachea (pressione trasmurale zero). Moltiplicando il raggio di curvatura della parete posteriore ottenuto in questa maniera per la pressione trasmurale è stata calcolata la tensione della parete posteriore in accordo con la legge di Laplace. Questa tensione ($T = PR$) è rappresentata in fig. 2 in funzione delle diverse pressioni trasmurali della trachea (linea tratteggiata). La ragione per cui la curva non è perfettamente simmetrica

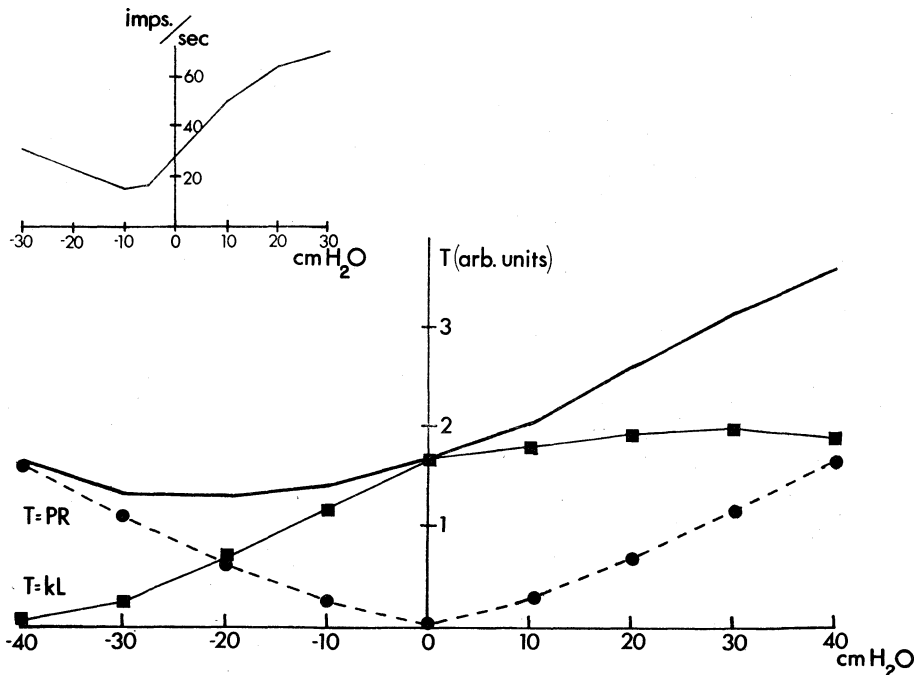


Fig. 2. - Tensione applicata alla parete posteriore tracheale (T , unità arbitrarie) verso Pressione Transmurale ($\text{cm H}_2\text{O}$). La linea tratteggiata rappresenta la tensione calcolata in accordo con la legge di Laplace ($T = PR$, \bullet), supponendo che la cartilagine costituisca un supporto perfettamente rigido. La linea continua sottile rappresenta la tensione applicata alla parete posteriore direttamente dall'anello cartilagineo ($T = kL$, \blacksquare). La linea continua spessa è la somma delle due precedenti curve e rappresenta quindi la tensione totale applicata alla parete posteriore. L'andamento di questa curva è assai simile a quello della risposta statica dei tensorecettori tracheali (imps./sec) a diverse pressioni trasmurali ($\text{cm H}_2\text{O}$), rappresentato nel grafico in alto a sinistra, ottenuto dai dati di Sant'Ambrogio e Mortola (1977).

sta nel fatto che la distensibilità della parete posteriore tracheale con pressioni positive e negative non è esattamente identica (Mortola e Sant'Ambrogio, 1977).

B. TENSIONE APPLICATA ALLA PARETE POSTERIORE TRACHEALE DAGLI ANELLI CARTILAGINEI

L'accoppiamento meccanico fra anelli cartilaginei e parete posteriore tracheale è tale per cui anche a zero pressione trasmurale la cartilagine tiene tesa la parete posteriore fibromuscolare. Questo è suggerito da osservazioni anatomiche (Macklin, 1929) e, indirettamente, dal fatto che la maggioranza dei recettori sono attivi a zero pressione trasmurale e smettono di scaricare se l'anello cartilagineo corrispondente alla sede del recettore viene tagliato longitudinalmente oppure se viene ristretto (Sant'Ambrogio e Mortola, 1977). Per di più gli anelli cartilaginei non costituiscono un supporto assolutamente

rigido (Mortola e Sant'Ambrogio, 1977) ma le loro estremità avvicinandosi (con pressioni trasmurali negative) ed allontanandosi (con pressioni trasmurali positive) agiscono sulla parete posteriore determinando una tensione proporzionale alla distanza fra gli estremi della cartilagine, cioè a L della fig. 1. Abbiamo misurato L a diverse pressioni trasmurali tra -40 a $+40$ cm H_2O , ed avendo successivamente determinato *in vitro* la funzione tensione-lunghezza ($T = kL$) abbiamo potuto costruire la curva pressione trasmurale-tensione rappresentata dalla linea continua sottile in fig. 2 ($T = kL$). Questa curva è simile alla curva pressione trasmurale-volume della cartilagine (Mortola e Sant'Ambrogio, 1977) perchè la curva tensione-lunghezza della parete posteriore è quasi lineare (nell'ambito sopra definito di variazione di pressione trasmurale e quindi di lunghezza di PW).

C. TENSIONE TOTALE APPLICATA ALLA PARETE POSTERIORE TRACHEALE

La tensione totale applicata alla parete posteriore tracheale (linea continua spessa, fig. 2) è stata calcolata sommando le due funzioni $T = PR$ (linea tratteggiata) e $T = kL$ (linea continua sottile). Di fatto, siccome aumentando la pressione trasmurale gli estremi degli anelli cartilaginei si allontanano progressivamente, il raggio di curvatura della parete posteriore, ad ogni pressione trasmurale, deve essere un pò più grande di quello che sarebbe se l'anello cartilagineo fosse un supporto perfettamente rigido come assunto nel paragrafo A, e quindi la $T = PR$ deve essere maggiore di quella calcolata precedentemente. La differenza è probabilmente molto piccola perchè il movimento della cartilagine rispetto a quello della parete posteriore è piccolo, e perchè simili risultati si ottengono se nella (6) L anziché uguale a 6 mm viene considerato uguale a 10 mm.

CONCLUSIONE

L'andamento della curva Tensione applicata alla parete posteriore tracheale-Pressione trasmurale è assai simile alla curva frequenza di scarica del tensorecettore-pressione trasmurale ottenuta sperimentalmente e rappresentata nell'insero della fig. 2. Questo suggerisce che la risposta statica dei tensorecettori tracheali alla pressione trasmurale è strettamente legata alla tensione applicata alla parete fibromuscolare della trachea, in cui essi sono unicamente localizzati, e che la loro asimmetrica risposta alle pressioni positive e negative è attribuibile all'accoppiamento meccanico tra parete posteriore ed anelli cartilaginei.

Riconoscimento. Sono particolarmente grato al dott. Giuseppe Sant'Ambrogio per la costruttiva discussione dell'argomento. Questo studio è stato sostenuto da un grant NIH 1-ROI-HL20122-01.

BIBLIOGRAFIA

- BARTLETT D. JR., JEFFERY P., SANT'AMBROGIO G. e WISE J.C.M. (1976) - « J. Physiol. » (London), 258, 409-420.
- BARTLETT D. JR., SANT'AMBROGIO G. e WISE J.C.M. (1976) - « J. Physiol. » (London), 258, 421-432.
- MACKLIN C. C. (1929) - « Physiol. Rev. », 9, 1-60.
- MORTOLA J. P. e SANT'AMBROGIO G. (1977) - « Rend. Accad. Naz. Lincei », Classe B, in stampa.
- SANT'AMBROGIO G. e MORTOLA J. P. (1977) - « Respir. Physiol. », in stampa.