
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI
RENDICONTI

JOSEPH B. LINKOVSKI

Sulla disuguaglianza $p_{n+1} < 2p_n$ fra numeri primi

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 63 (1977), n.1-2, p. 1-2.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1977_8_63_1-2_1_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Ferie 1977 (Luglio-Agosto)

(Ogni Nota porta a piè di pagina la data di arrivo o di presentazione)

SEZIONE I

(Matematica, meccanica, astronomia, geodesia e geofisica)

Teoria dei numeri. — *Sulla disuguaglianza $p_{n+1} < 2 p_n$ fra numeri primi.* Nota (*) di JOSEPH B. LINKOVSKI, presentata dal Socio G. SANSONE.

SUMMARY. — Constructions of the evaluation $P_{n+t} < 2 p_n$ and $p_{n+t} > 2 p_n$ for simple numbers.

Sia $\{p_n\}$, $n > 1$, la successione dei numeri primi. Dal Teorema 36 [1] si ha

$$p_m p_n > p_{m+n}.$$

Per $m = 1$ si ottiene $p_{n+1} < 2 p_n$. Questa disuguaglianza può essere migliorata. Si ha più in generale il teorema.

$$(1) \quad p_{n + \left[\frac{p_n}{3 \lg 2 p_n} \right]} < 2 p_n, \quad (2) \quad p_{n + \left[\frac{7 p_n}{5 \lg 2 p_n} \right] + 1} > 2 p_n.$$

Dimostrazione. Sia $\pi(x)$ il numero dei numeri primi $\leq x$.

Dal teorema di *Finsler* [1, 2] abbiamo

$$(3) \quad \frac{x}{3 \lg 2 x} < \pi(2x) - \pi(x) < \frac{7x}{5 \lg x}, \quad (x > 1).$$

Prendiamo $x = p_n$ e poniamo $k = \pi(2 p_n) - \pi(p_n)$; allora

$$(4) \quad \frac{p_n}{3 \lg 2 p_n} < k < \frac{7 p_n}{5 \lg p_n}.$$

(*) Pervenuta all'Accademia il 20 luglio 1977.

Da questa si ottiene la disuguaglianza $p_{n+k} < 2 p_n$ dove k è il numero dei numeri primi compresi tra p_n e p_{2n} . Dalla prima delle due disuguaglianze (4) si ottiene la (1) dove $[\alpha]$ è la parte intera di $\alpha > 0$.

Analogamente dalla seconda disuguaglianza (4) si ha la (2).

Il teorema è così dimostrato.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ERNEST TROST (1953) - *Primzahlen*, Basel-Stuttgart.
- [2] P. FINSLER (1945) - *Über die Primzahlen zwischen n und $2n$* , *Speiser Festschrift* (Orell-Füssli Zürich).