Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Maria Cecchi Morandi, Andrea Del Grosso, Bruno Limoncelli

Alcuni modelli matematici della morfologia dei bacini montani

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **60** (1976), n.3, p. 254–262.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1976_8_60_3_254_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica) SIMAI & UMI
http://www.bdim.eu/

Geologia applicata. — *Alcuni modelli matematici della morfologia dei bacini montani.* Nota di MARIA CECCHI MORANDI (*), ANDREA DEL GROSSO (**) e BRUNO LIMONCELLI (**), presentata (***) dal Socio A. SCHERILLO.

SUMMARY. — Two mathematical models are developed for analysis of mountain drainage basins. The first is a one-dimensional model for the analysis of the river branches made by the morphometrical analysis, the second one is a three-dimensional model of the river sides. Both these models introduce a quantization of the geological concepts and make it possible to prepare a file of geological data able to give a complete description of the morphology and lithology of the territory.

1. INTRODUZIONE

I metodi di analisi geomorfica sono applicati alle due fondamentali forme che individuano il paesaggio: i reticoli fluviali ed i versanti. Ciascuno di tali aspetti viene trattato con specifica metodologia di indagine. L'argomento di questo lavoro è limitato a bacini idrografici, intesi come regioni strutturalmente concave della litosfera all'interno delle quali le acque meteoriche affluiscono e, in varia maniera, defluiscono fino a raggiungere un collettore terminale recipiente il quale provvede a scaricarle in mare, in un altro corso d'acqua, in un lago.

Lo studio è applicato ai bacini montani, apparati di modeste dimensioni ma che hanno un ruolo basilare nella dinamica dei deflussi. Infatti tutto quanto può manifestarsi nel territorio prossimo alle foci di organismi idrologici di una certa rilevanza (fiumi veri e propri, torrenti di notevoli entità, tributari di corsi d'acqua più evoluti) è strettamente legato alla organizzazione dell'insieme dei bacini montani, in quanto sono questi ultimi che, con le loro singole caratteristiche, possono condurre le portate in maniera regolare o irregolare.

È evidente come tali sistemi idrografici possano tra loro differenziarsi in funzione di fattori quali la litologia e la tettonica. Il controllo geologico della zona interessata dai vari bacini è dunque indispensabile ai fini di una corretta interpretazione dei dati rilevabili, ma di più, è parte fondamentale se esteso a grandi regioni e coordinato con altri settori ad una corretta impostazione di problemi di pianificazione territoriale.

La casistica posseduta e la grande quantità di dati messi a disposizione da precedenti rilevamenti di reticoli fluviali permettono una scelta dei parametri più significativi per lo studio del problema dello sviluppo degli stadi evolutivi di un bacino di drenaggio. Per l'acquisizione di questi dati si è fatto

(*) I.E.I. del C.N.R. e Facoltà di Scienze Università di Pisa.
(**) Istituto di Scienza delle Costruzioni, Facoltà di Ingegneria, Università di Genova.
(***) Nella seduta del 13 marzo 1976.

riferimento alle analisi geomorfiche di un bacino montano campione. Si tratta quindi di geologia quantitativa impostata a livello applicativo sulla statistica; infatti il substrato sul quale si basa è assolutamente anisotropo, e, nell'anisotropia, presenta molteplici e complessi aspetti; pertanto solamente con un'analisi delle ricorrenze dei fenomeni osservabili e dei dati che ne risultano si può pervenire ad una serie di leggi di frequenza [1], [2], [3].

Una nuova metodologia nasce con l'applicazione dell'informatica a questo settore; si tratta infatti di creare delle banche di dati relativi ai reticoli fluviali ed ai versanti, ottenendo quindi la possibilità di analizzare grandi quantità di dati mediante leggi prevalentemente statistiche [4], [5], [6], [7], [8]. Tali banche di dati diventano un mezzo indispensabile per qualunque progetto di programmazione territoriale.

Nella costruzione di questi modelli si è fatto uso del concetto di ordine gerarchico con cui si classificano i canali [1]. È ovvio come un simile ordinamento dipenda dalla scala cartografica utilizzata. Infatti è sulle carte topografiche che esso viene definito, oltre che, ovviamente, mediante i controlli litologico-strutturali sul terreno. L'identificazione dei solchi di primo ordine sarà assai più agevole ed obiettiva adottando scale al massimo rappresentative.

Grande importanza assumono le cosiddette « influenze anomale », ovvero i solchi di un determinato ordine gerarchico che non affluiscono in quelli dell'ordine immediatamente successivo, « saltando » uno o più canali recipienti nel quadro della normale organizzazione.

Tali anomalie, come numero, rapporto frequenza/ordine gerarchico e densità sul bacino considerato, rivestono fondamentale interesse ai fini dell'organizzazione del bacino medesimo. Un sistema idrografico privo di anomalie gerarchiche è « conservativo » [7]; quanto maggiore è il numero di anomalie tanto meno è organizzato il reticolo fluviale. Da ciò deriva una considerazione molto importante, ossia che il deflusso delle acque è regolare o meno a seconda dell'assetto geomorfologico e geolitologico: una elevata quantità di influenze anomale può condurre a deflussi disordinati ed imprevedibili, una gerarchizzazione normale (teorica comunque), ossia senza rami anomali, comporterebbe uno smaltimento regolare ed ordinato delle acque competenti al bacino in considerazione.

Le analisi geomorfiche quantitative dei reticoli fluviali sono basate sulla misurazione delle caratteristiche plano-altimetriche di ciascuno dei canali di deflusso, anche a regime temporaneo, che individuano la tessitura di un bacino idrografico delimitato dal proprio spartiacque. Per ogni talweg (solco, fossato o rivo) per cui si possa individuare un'area di drenaggio [2] vengono

(1) Si sottolinea che la gerarchizzazione si differenzia da quella tradizionale in quanto, come si vedrà in seguito, ciascun ramo di uno stesso ordine può venire parzializzato sia rispetto alle confluenze sia rispetto alla diversa natura dei terreni attraversati.

(2) Molto spesso è indispensabile distinguere preventivamente le aree di drenaggio tra due linee di deflusso (massimamente del I ordine) magari planimetricamente ben distanziate ma dalla indefinibile demarcazione circa le competenze degli afflussi.

rilevati i dati geomorfici fondamentali ed elementari che sono: lunghezza, area di drenaggio, dislivello tra l'origine e lo sbocco del canale recipiente, ecc. ... Le rilevazioni cartografiche e sul terreno consentono infine, a mezzo di interpolazione dei dati rilevati, di addivenire all'acquisizione di parametri come: la « densità di drenaggio », il « numero di anomalia gerarchica », il « rapporto di biforcazione » R_b e il « rapporto di biforcazione diretto » R_{bd}. Questi ultimi rivestono particolare importanza in quanto se la differenza R_b–R_{bd}, detta « indice di biforcazione », è uguale a zero (caso limite) il bacino non presenta rami anomali e pertanto è conservativo [7]. Altri parametri degni di nota sono: il « rapporto di allungamento », assai significativo in quanto riflette il substrato litologico e strutturale, il « rapporto di rilievo » che indica il dislivello dei canali di deflusso di ciascun ordine gerarchico, ecc.

Lo scopo delle analisi geomorfiche quantitative dei reticoli fluviali consiste nell'individuazione dello stadio evolutivo dei bacini idrografici per confronto dei dati e dei parametri acquisiti [13]; per stadio evolutivo si può intendere sia l'organizzazione più o meno regolare dei solchi di deflusso che formano la tessitura di un reticolo, sia il prevalere di fenomeni di erosione e di deposizione nelle zone particolari del bacino prese in considerazione.

Il metodo proposto consiste nel rilevare, e nel memorizzare automaticamente, i dati geomorfici elementari per addivenire a dei modelli di reticoli fluviali intesi in senso informatico. I modelli considerati sono due, e precisamente un modello monodimensionale per lo studio dei reticoli fluviali ed uno tridimensionale per lo studio dei versanti. Mentre il primo modello consente un'analisi ed un confronto per un vasto territorio, il secondo diventa indispensabile quando nel caso di specifiche zone sia interessante lo studio dettagliato della forma geometrica dei versanti. Inoltre, mentre per l'applicazione del primo modello è necessario che mediante una lettura delle carte si diano i valori delle aree dei bacini di drenaggio, nel secondo modello queste vengono automaticamente calcolate, sia nei loro valori di superficie effettiva, sia nei loro valori di superficie planimetrica. Tale aspetto è un superamento ed una semplificazione del sistema con cui tradizionalmente venivano eseguite le analisi morfometriche.

2. Il modello monodimensionale dei reticoli fluviali

La rete degli impluvi o rete idrografica viene analizzata applicando prima di tutto il concetto di gerarchizzazione; la rete dei displuvi costituisce i limiti dei sottobacini di drenaggio associati ad ogni ramo del fiume in esame. La gerarchizzazione viene effettuata dal calcolatore per programma. Il modello in questione è riferito alle acque superficiali ed a quelle di corrivazione, trascurando al contrario la frazione dispersa per infiltrazione nel suolo e per evapotraspirazione. Per bacino idrografico, detto anche bacino di drenaggio, come è noto, si intende quell'area in cui ciascun elemento della sua tessitura (fossato, solco, alveo) recepisce e quindi drena un certo quantitativo di acqua che perviene all'interno del bacino stesso.

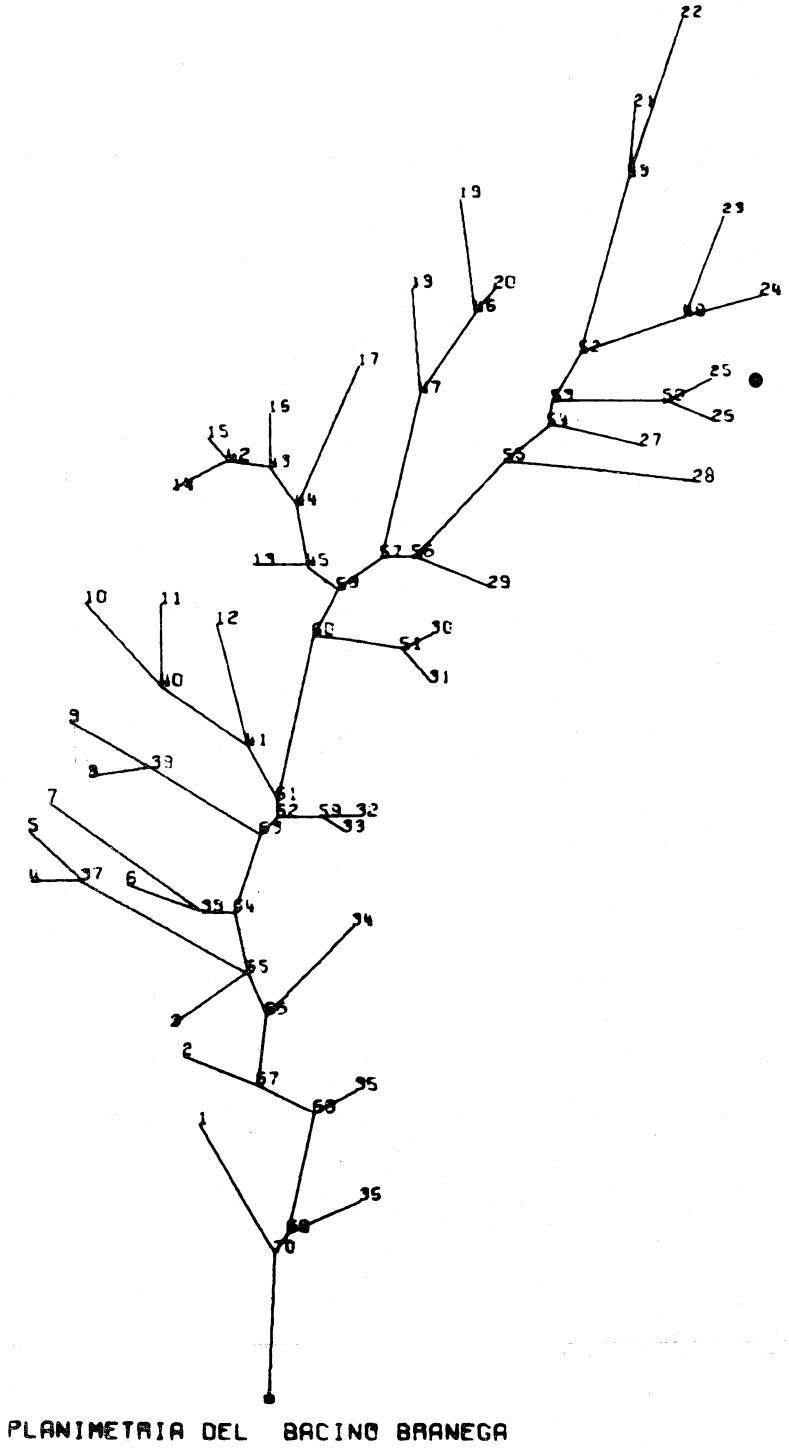

Fig. 1.

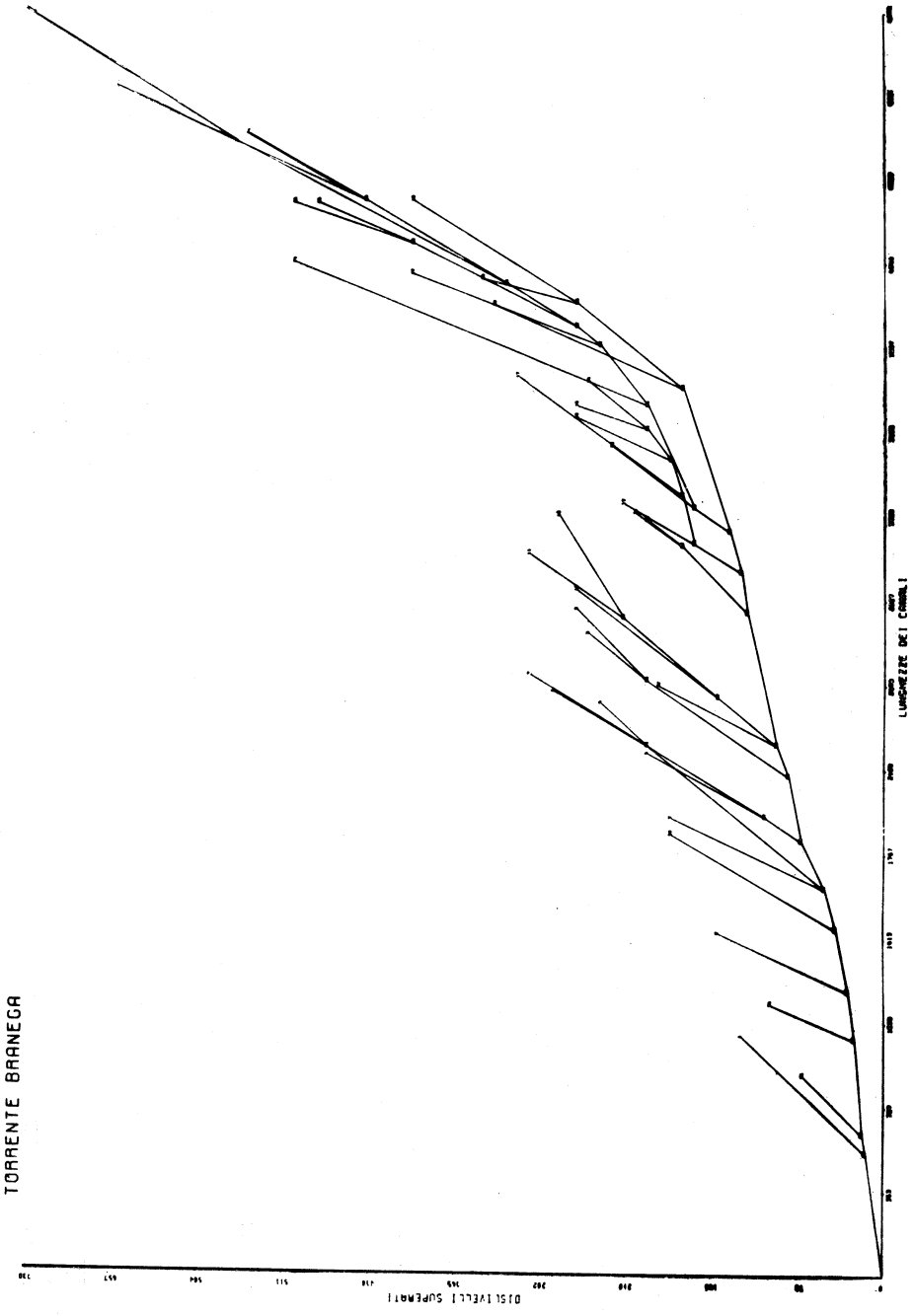
TORRENTE BRANEGA
DISLIVELLI SUPERATI
LUNGHEZZE DEI CANALI

Fig. 2.

Vengono letti come dati del programma: il numero del canale, quello del canale ricevente, la quota di confluenza, il dislivello superato, la lunghezza del canale, il suo angolo di confluenza, il tipi di sviluppo e l'indice di continuazione, tenendo conto che le continuazioni verso valle sono indicate con un numero di identificazione detto « indice di continuazione » con cui si indica un canale dello stesso ordine gerarchico del canale precedente ma distinto o a seguito di una confluenza o perchè caratterizzato da un terreno a tipo di sviluppo diverso.

Il metodo qui illustrato è stato applicato al Torrente Branega nel Genovesato, di area km² 4,839. I risultati dettagliati si trovano in [9]. Alcune stampe di uscita del calcolatore sono qui riprodotte ed effettivamente la prima (fig. 1) riguarda la tessitura planimetrica del bacino con il numero di identificazione dei canali che lo compongono, la seconda (fig. 2) rappresenta la curva di fondo di ciascun canale; quest'ultima raffigurazione è particolarmente indicativa, poichè per ogni salto numericamente individuato viene rappresentata la pendenza, a cui corrisponde, ovviamente, una maggiore o minore attività erosiva. Infatti la sovrapposizione ed il confronto tra i vari profili longitudinali delle singole linee di deflusso consentono di stabilire, nell'ambito del bacino considerato, quali siano le zone più soggette a scalzamenti (correlando le pendenze con le altre informazioni acquisite circa ad esempio, la natura e la permeabilità delle formazione attraversate), con tutte le conseguenze ad esse connesse.

3. IL MODELLO TRIDIMENSIONALE DEI VERSANTI DEI BACINI DI DRENAGGIO DEI RETICOLI FLUVIALI

Il modello tridimensionale dei versanti consente in maniera pressochè esatta la conoscenza delle superfici dei versanti dei singoli bacini di drenaggio. Esso si basa su di una decomposizione in triangoli operata a partire da un'asse teorico posizionato in direzione Sud–Nord; la decomposizione in triangoli è effettuata in modo ripetitivo ed automatico, in quanto ogni bacino di drenaggio è suddiviso in 16 triangoli tutti con un vertice in un punto, considerato il centro del bacino stesso. Mediante calcolatore si ottiene la superficie dei versanti, si calcolano inoltre i coseni direttori della normale al piano individuato da tali triangoli al fine di dare in ogni triangolo la pendenza del versante; si valuta anche, attraverso il programma, l'area planimetrica.

Al riguardo, per una corretta lettura dei dati relativi alle quote, e quindi derivanti dalla lettura delle curve di livello, ci si è accorti, nel corso delle operazioni necessarie, delle grosse limitazioni comportate dalla scala 1 : 25.000. Pertanto si è ritenuto necessario ingrandire detta scala in 1 : 10.000. A questo punto si propone, per una esatta rilevazione dei dati che interessano, di adottare sempre la sopraddetta scala 1 : 10.000, ottenuta però riducendo i rilievi aerofotogrammetrici 1 : 5.000.

La difficoltà della lettura dei dati nel caso dei versanti è una limitazione nell'applicazione generalizzata di questo secondo modello, che certamente da

un punto di vista della completa conoscenza morfologica del territorio è più soddisfacente del precedente in quanto è più complesso ma pienamente aderente alla realtà fisica del problema.

Accanto agli aspetti fisiografici che sono determinabili rapidamente adottando il metodo proposto, lo studio così concepito dei bacini montani abbisogna di un'altra informazione che, legata al resto, rende completo il discorso, integrandolo secondo un'ottica idrogeologica che può essere facilmente inserita nel programma di elaborazione automatica. Si tratta della valutazione della permeabilità del terreno (o dei terreni) in cui è impostato un bacino, valutazione da fornire sempre nello spirito della indagine capillare canale per canale, o canale parzializzato per differenze litologiche nel suo sviluppo, che è alla base di codesta metodologia.

Questa proprietà geoidrologica è molto importante, in quanto influisce sul coefficiente di deflusso quale concausa ai fini di eventuali dispersioni, per assorbimento del terreno, delle acque che affluiscono nel bacino in generale e nei rami che ne compongono la tessitura in particolare.

Si è scritto di concausa poichè l'acqua che perviene al bacino (o ad una sua parte) e quella restituita per via superficiale (il rapporto sarebbe uguale a 1 se non ci fossero dispersioni) è anche, nonchè strettamente, collegata alla pendenza dei versanti ed alla inclinazione dei talwegs.

La valutazione sulla permeabilità delle formazioni rocciose è il frutto della interpolazione di dati forniti dalla specifica letteratura [10], [11], [12], dove vengono indicati valori relativi a terreni sciolti, o al massimo coesivi come le argille, mentre non si reperiscono dati circa gli ammassi lapidei che sono poi quelli che interessano il presente studio, in quanto i bacini montani sono quasi sempre incisi in roccia e non in materiali incoerenti. Ad ogni modo si possono correttamente assumere i valori indicati dai sopracitati Autori adattandoli a complessi litologici rigidi, sulla base di conoscenze circa la densità di fratturazione e l'ampiezza delle discontinuità strutturali, rilevabili da indagini in loco. Per terreni argillosi, o almeno a matrice francamente argillosa, si può riferire di impermeabilità.

Si riporta di seguito la Tabella I dove vengono indicati giudizi qualitativi e dati quantitativi su terreni sciolti, ma comunque opportunamente adattabili a formazioni rocciose.

TABELLA I

GRADO DI PERMEABILITÀ	k = cm/sec
Alta	10^{-1}
Media	$10^{-1} \div 10^{-3}$
Bassa	$10^{-3} \div 10^{-5}$
Molto bassa.	$10^{-5} \div 10^{-7}$
Impermeabilità	10^{-7}

A titolo di confronto, si tenga presente che per un'argilla il valore è di 10^{-8}, mentre per un agglomerato artificiale quale il calcestruzzo si passa a 10^{-10}.

In considerazione del tipo di studio impostato, come si è più volte riferito in maniera capillare e tale da fornire al calcolatore dati numerici e non indicazioni qualitative, si ritiene opportuno adottare una serie di valori dal massimo (1 cm/sec) al minimo (10^{-10} cm/sec), elaborando la Tabella I e tenendo presente che la permeabilità di complessi rocciosi (salvo casi particolari tipo il fenomeno carsico) è contenuta in un intervallo più o meno costante.

Al riguardo si formula la classificazione che segue, indicando come primo termine in graduatoria quello competente alla massima permeabilità, sempre in cm/sec (Tabella II).

TABELLA II

k = cm/sec	
1	Permeabilità anomale (carsismo)
10^{-1}	Campo di permeabilità per contatti tra formazioni rigide diverse.
$10^{-1} \div 10^{-2}$	
$10^{-2} \div 10^{-3}$	Campo di permeabilità in rocce fessurate o fratturate.
$10^{-3} \div 10^{-4}$	
$10^{-4} \div 10^{-5}$	
$10^{-5} \div 10^{-6}$	
$10^{-6} \div 10^{-7}$	
$10^{-7} \div 10^{-8}$	Campo di impermeabilità (argille e derivati come marne argillose, argille scagliose, galestri, ecc.)
$10^{-8} \div 10^{-10}$	

Viene demandato al controllo geologico il compito dell'attribuzione del valore quantitativo del coefficiente k previo rilevamento e conoscenze sulla formazione che ricorre caso per caso.

Nell'ottica dell'applicazione di questi risultati a bacini di notevole estensione, e che pertanto possono essere suddivisi in sottobacini, il metodo sopra esposto può essere applicato unicamente ai bacini montani.

Infatti, per organismi idrologici maturi, il tronco terminale è sede principalmente di fenomeni di deposizione; non esiste più il concetto di talweg [14], il percorso dell'acqua diventa sinuoso, soggetto a continui e anche rapidi mutamenti e conseguentemente anche quelle che sono state definite aree di di drenaggio non hanno più significato.

Infine l'intervento antropico (canali di irrigazione, cave per inerti, edificazioni ecc.) altera completamente una morfologia che già non si prestava a tale genere di indagine. Quanto si verifica in tali zone è però l'effetto del modo con il quale sono condotte le portate provenienti dai bacini montani. Se ne deduce che in un bacino esteso è necessario limitare il valore di alcuni parametri del bacino stesso, e precisamente: la pendenza, la pendenza rapportata alla lunghezza dei talwegs, la litologia e la tettonica, la permeabilità dei terreni, la quantità ed il tipo di vegetazione.

Quando un grande bacino sia esaminato con questo sistema, si individuano le zone di monte capaci di essere « critiche » ai fini dell'evoluzione del tertorio e anche per lo smaltimento delle portate.

Questi concetti sono in corso di applicazione da parte degli Autori nello studio di due bacini: quello di parte del F. Cornia (Toscana, circa km² 100,26) e del T. Polcevera (Liguria, circa km² 140), ove la struttura a sottobacini è estesa alle zone montane e la procedura di analisi mediante calcolatore è resa modulare per la trasmissione dei risultati degli effetti delle parti montane su quelle a valle.

BIBLIOGRAFIA

[1] B. LIMONCELLI (1968) – *Prime considerazioni sui rapporti tra le caratteristiche costitutivo-strutturali ed i pendii in una formazione rocciosa stratificata*, « Atti Ist. Sc. delle Costruzioni Univ. di Genova », *2*.

[2] B. LIMONCELLI (1969) – *Considerazioni statistiche sull'assetto strutturale e sulla evoluzione geomorfologica dei pendii nella Formazione dei Calcari Marnosi del Genovesato*, « Atti Ist. Sc. delle Costruzioni Univ. di Genova », *3*.

[3] B. LIMONCELLI (1971) – *Risultanze statistiche su alcuni eventi franosi e considerazioni sull'assetto dei versanti negli Argilloscisti della Val Polcevera*. Atti del II Convegno Nazionale di Studi sui problemi della Geologia Applicata, Genova.

[4] R. E. HORTON (1945) – *Erosional development of streams and their drainage basins; hydrophysical approach to quantitative morphology*, « Geol. Soc. of America Bulletin », *56*, New York.

[5] S. A. SCHUMM (1956) – *Evolution of drainage systems and slopes in Badlands at Perth Amboy, New Jersey*, « Geol. Soc. of America Bulletin », *67*, New York.

[6] A. N. STRAHLER (1957) – *Quantitative analysis of watershed geomorphology*, « Amer. Geophys. Union Trans. », *38*, Washington.

[7] M. A. MELTON (1958) – *Geometric properties of nature drainage systems and their representation in an E4 phase space*, « Journ. of Geology », *66*, Chicago.

[8] R. L. SHREVE (1966) – *Statistical law of stream numbers*, « Journ. Geology », *74*, Chicago.

[9] M. CECCHI MORANDI, A. DEL GROSSO e B. LIMONCELLI – *Applicazioni dell'informatica alla geologia. Un modello monodimensionale per lo studio dei reticoli fluviali ed uno bidimensionale per lo studio dei versanti* (to appear).

[10] T. W. LAMBE e R. V. WHITMAN (1969) – *Soil mechanics*. John Wiley and Sons, New York.

[11] J. E. BOULES (1968) – *Foundation analysis and design*. McGraw Hill. New York.

[12] G. CASTANY (1967) – *Traité pratique des eaux souteraines*, Dounod, Paris.

[13] B. ACCORDI (1972) – *I moderni studi di geologia applicati alla difesa del suolo*, « Acc. Naz. dei Lincei », Anno CCCLXIX, Quaderno n. *169* (Atti del Convegno Internazionale sul tema: « Piene, loro previsione e difesa del suolo », Roma 23–30 novembre 1969),

[14] DERRUAU (1967) – *Traité de Géomorphologie*, Masson et C^ie, Paris.