
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

GIUSEPPE CREAZZA, FRANCO LEVI

Schematizzazione del funzionamento di lastre piane in fase di fessurazione avanzata

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 56 (1974), n.4, p. 562–564.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1974_8_56_4_562_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Meccanica. — *Schematizzazione del funzionamento di lastre piane in fase di fessurazione avanzata.* Nota di GIUSEPPE CREAZZA e FRANCO LEVI, presentata (*) dal Socio P. CICALA.

SUMMARY. — In the often wide interval between the creation of the cracks along the yield lines and the plastic collapse it is possible to concentrate the flexibility of the plates along the plastic hinges, which gives a linear relationship between load and deflection. This hypothesis is discussed taking into account the deformation of the panels and the compatibility of the overall behaviour of the plate.

È noto che le lastre piane in cemento armato, soggette a carichi di intensità gradualmente crescente, danno luogo alla formazione di una configurazione fessurativa caratteristica (linee di rottura di Ingerslev-Johansen) in base alla quale è possibile effettuare una valutazione approssimata del carico di collasso in applicazione della teoria rigido-plastica [1]. Si è peraltro constatato per via sperimentale, su lastre di forma semplice soggette a carichi crescenti proporzionalmente (si trattava per lo più di campioni che comportavano varie simmetrie), che la configurazione fessurativa di cui trattasi si forma molto prima del raggiungimento del carico di collasso e che, nell'intervallo compreso fra la formazione del quadro fessurativo completo ed il collasso, le fessure tendono a comportarsi come delle cerniere cilindriche, con legge di apertura di ciascuna di esse pressoché uniforme lungo il suo sviluppo (1).

La Nota attuale si propone di giustificare per via teorica l'osservazione sperimentale testé riportata. In altra Nota successiva si mostrerà come tale proprietà consenta di formulare previsioni attendibili sulle leggi di evoluzione della deformazione d'insieme della lastra e dell'apertura delle fessure.

Premettiamo che lo studio che segue si riferisce a continui bidimensionali isotropi ai quali si applichino le ipotesi usuali della teoria delle linee di rottura. Si suppone cioè:

- 1) che la percentuale di armatura sia tale da garantire che il collasso avvenga per scorrimento plastico dell'acciaio;
- 2) che il lavoro di deformazione a taglio sia trascurabile;
- 3) che lo sforzo normale sia trascurabile.

Si ricorda peraltro che, nell'ambito di tali ipotesi, le linee di rottura risultano direzioni di momenti principali.

(*) Nella seduta del 20 aprile 1974.

(1) L'esistenza di un ampio intervallo fra stabilizzazione del quadro fessurativo e collasso si ha quando le linee di rottura hanno un tracciato semplice; in assenza cioè di zone perturbate e di zone di « fessurazione a ventaglio ».

Supponiamo allora che una lastra del tipo in esame abbia già conseguito, per l'applicazione preliminare di un sistema di carichi crescenti con legge proporzionale, il quadro di completa fessurazione e proponiamoci allora di studiare l'ulteriore evoluzione della configurazione di equilibrio per un incremento ΔQ dei carichi applicati.

Una prima rappresentazione approssimata del comportamento, certamente attendibile, può fondarsi sulla constatazione che, nella lastra fessurata, la flessibilità è essenzialmente concentrata lungo le linee di rottura, la cui deformabilità è nettamente prevalente rispetto a quella dei pannelli rimasti integri. Partendo da tale osservazione, si giunge alla conclusione che, al crescere del carico, la deformazione avverrà secondo un meccanismo cinematico analogo a quello che caratterizza il regime rigido-plastico di collasso, nel quale le linee di rottura funzionano come delle cerniere cilindriche. Nella fase qui considerata, tuttavia, poiché le cerniere presentano una rigidità finita, l'incremento di deformazione richiederà un aumento del carico applicato. Poiché peraltro, lungo le cerniere, nella fase di comportamento qui considerata, la legge momento-rotazione può rappresentarsi con buona approssimazione con una legge lineare del tipo:

$$(1) \quad M = K\varphi$$

in quanto l'apertura della fessura è proporzionale alla tensione di lavoro dell'acciaio, mentre il braccio di leva della coppia interna rimane pressoché costante, ne segue che fra il carico di completa fessurazione ed il collasso la relazione carico-freccia avrà andamento lineare. Da notare che, nell'ambito delle ipotesi formulate, tale conclusione rimane valida anche se il coefficiente K varia da punto a punto; essa si applica altresì a lastre di qualsiasi forma e comunque vincolate.

È tuttavia lecito domandarsi se l'ipotesi della rigidità dei pannelli non possa inficiare in modo sostanziale tale rappresentazione dei fenomeni.

Per valutare l'ordine di grandezza dell'errore commesso, si può allora assumere quale struttura principale la lastra sezionata lungo le linee di rottura e soggetta lungo di esse alla distribuzione di momenti uniformi che assicurerebbero l'equilibrio nell'ipotesi di pannelli rigidi ed apprezzare la variazione di rotazione locale necessaria per assicurare la congruenza fra la cerniera molto cedevole costituita dalla fessura e l'elemento molto rigido formato dal bordo del pannello. Ora è chiaro che basteranno piccole variazioni del momento locale, e quindi dell'apertura della fessura, per consentire la compatibilità.

Il ragionamento testé esposto si riferisce tuttavia ai singoli pannelli e non considera il comportamento della lastra nel suo insieme. Rimane pertanto il dubbio che, prendendo in conto la deformabilità dei pannelli, possano configurarsi altre deformazioni compatibili, non più affini a quella rigido-plastica, le quali comportino aperture disuniformi delle fessure lungo le cerniere.

A questo punto, tuttavia, va rilevato che una eventuale modifica dell'andamento delle rotazioni lungo le cerniere, diversa da quella già contemplata che serviva a garantire la congruenza locale, comporterebbe distorsioni tali da implicare un notevole accumulo di energia potenziale. Considerazioni energetiche legate all'applicabilità del teorema di minimo lavoro al solido pseudo-elastico formato da elementi piani funzionanti a sezione interamente reagente collegati da cerniere elastiche indicano che la predetta disuniformità deve essere irrilevante.

BIBLIOGRAFIA

- [1] *Recommandations Internationales du Comité Européen du Béton*. Tome 3 (1973).