
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI
RENDICONTI

STANISŁAW GOŁĄB

Sulle connessioni tensoriali

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 48 (1970), n.3, p. 309–310.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1970_8_48_3_309_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Geometria differenziale. — *Sulle connessioni tensoriali.* Nota di STANISLAO GOŁĄB, presentata (*) dal Socio E. BOMPIANI.

SUMMARY. — Priority restitution of results on tensor connections.

Il concetto di connessione tensoriale è stato introdotto per la prima volta da E. Bompiani nel 1946 [1]. L'autore, non supponendo l'esistenza della connessione classica vettoriale, ha definito la derivata covariante di arbitrari tensori del tipo $(2, 0)$, per mezzo di un oggetto geometrico della seconda classe a cinque indici L_{rst}^{ik} . Nello stesso lavoro l'autore ha introdotto la denominazione « connessione dedotta » per la connessione tensoriale derivata dalla connessione ordinaria Γ_{ij}^k , definita per mezzo della formola

$$(1) \quad L_{rst}^{ik} = \Gamma_{rt}^i \delta_s^k + \Gamma_{st}^k \delta_r^i$$

Questa formola può essere supposta come definizione della derivata covariante dei tensori t^{ik}

$$(2) \quad \nabla_l t^{ik} = \partial_l t^{ik} + L_{rsL}^{ik} t^{rs}$$

oppure può essere dedotta supponendo la regola del Leibniz per la derivazione covariante dei prodotti.

La formola (2) può essere applicata naturalmente ad arbitrari tensori t^{ik} , particolarmente ai tensori simmetrici o alternanti.

Le componenti L_{rst}^{ik} possono essere ammesse come *arbitrarie* funzioni del punto corrente dello spazio a condizione che soddisfino alla legge di trasformazione

$$(3) \quad L_{r's't'}^{i'k'} = L_{rst}^{ik} A_i^{i'} A_k^{k'} A_r^r A_s^s A_t^t + A_i^{i'} A_r^{k'} A_s^{i'} A_{s't'}^k + A_k^{k'} A_s^{i'} A_{r't'}^k$$

$$\left(A_i^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i}, A_r^r = \frac{\partial x^r}{\partial x^{r'}}, A_{s't'}^{i'} = \frac{\partial^2 x^{i'}}{\partial x^{s'} \partial x^{t'}} \right).$$

Ma basta presumere meno cioè che la connessione tensoriale è data non per tutti i tensori t^{ik} , ma soltanto, per esempio, per i tensori alternanti. Allora le componenti L_{rst}^{ik} non possono essere *arbitrarie*, ma debbono verificare alcune relazioni di alternanza e in conseguenza il numero delle componenti sarà più piccolo di n^5 . Queste relazioni sono

$$(4) \quad L_{(rs)t}^{(ik)} = 0.$$

Abbiamo chiamato spazi colla connessione bivettoriale [4] gli spazi dotati della proprietà (4). La nozione della connessione « induzierbar » (in opposto ad « induziert ») è stata ugualmente introdotta da E. Bompiani [1], benché

(*) Nella seduta del 14 marzo 1970.

non nella forma esplicita, in connessione con il teorema della pagina 481, dove abbiamo una condizione necessaria e sufficiente affinché la connessione tensoriale sia dedotta da una connessione vettoriale.

Rispetto al fatto che la connessione bivettoriale è meno che la connessione tensoriale generale, il problema della « inducibilità » della connessione bivettoriale non risulta direttamente dal problema della « inducibilità » della connessione tensoriale generale.

Gli autori dei lavori [2], [3], [4] rammaricano di non aver conosciuto prima il lavoro [1] e quelli citati in [5], [6], [7].

LAVORI CITATI.

- [1] E. BOMPIANI, *Le connessioni tensoriali*, « Rend. Accad. Lincei », vol. I, 478-482 (1946).
- [2] S. GOŁĄB, *Sur les comitants algébriques d'un objet de la connexion linéaire tensorielle*, « Ann. d. Matem. pura ed appl. », vol. LIV, 13-22 (1961).
- [3] M. KUCHARZEWSKI, *Über die Tensorübertragung*, « Ann. d. Matem. pura ed appl. », vol. LIV, 65-84 (1961).
- [4] S. GOŁĄB e A. JAKUBOWICZ, *Ein Beitrag zur Theorie des Zusammenhanges für Bivektoren*, « Tensor », N. S. 20, 29-34 (1964).
- [5] A. COSSU, *Alcune osservazioni sulle connessioni tensoriali*, « Rend. di Mat. », serie V, vol. XIII, fasc. 3-4, Roma 1955.
 - , *Sulle connessioni tensoriali integrabili*, « Rend. Acc. Lincei », serie VIII, vol. XIX, fasc. 5 (1955).
 - , *Connessioni tensoriali per tensori doppi misti*, « Rend. Acc. Lincei », serie VIII, vol. XIX, fasc. 6 (1955).
 - , *Una particolare classe di connessioni tensoriali*, « Rend. di Mat. », serie V, vol. XV, fasc. 1-2, Roma 1956.
 - , *Movimenti in una varietà a connessione tensoriale*, « Rend. di Mat. », serie V, vol. XVI (1957).
 - , *Movimenti in una varietà dotata di una connessione per tensori doppi misti*, « Rend. di Mat. », vol. XVI, fasc. 3-4 (1957).
 - , *Su una classe di varietà a connessione tensoriale che ammettono un gruppo d'ordine massimo di movimenti*, « Rend. di Mat. », vol. XVIII, fasc. 1-2 (1959).
 - , *Movimenti speciali in una varietà a connessione tensoriale dotata di trasporto assoluto*, « Rend. Acc. Naz. Lincei », serie VIII, vol. XXVIII, fasc. 2 (1960).
 - , *Varietà a connessione tensoriale per tensori doppi controvarianti che ammettono un gruppo d'ordine massimo di movimenti*, « Rend. di Mat. », vol. XIX, fasc. 1-2 (1960).
 - , *Nozioni generali sulle connessioni tensoriali di specie qualunque*, « Rend. di Mat. », vol. XXI, fasc. 1-2 (1962).
 - , *Equazioni di struttura di una connessione tensoriale di specie $(r, 0)$* , « Rend. di Mat. », vol. XXIV, fasc. 3-4 (1965).
- [6] P. MASTROGIACOMO, *Sulle connessioni tensoriali per tensori controvarianti m -pli*, « Giornale di Mat. », vol. LXXV, fasc. 2, Napoli 1957.
 - , *Enti geometrici associati ad una connessione tensoriale per tensori controvarianti e covarianti m -pli*, « Rend. di Mat. », serie V, vol. XVIII, fasc. 3-4 (1959).
 - , *Sul tensore di torsione di una connessione tensoriale per tensori controvarianti e covarianti m -pli*, « Rivista di Mat. », Univ. Parma, (2), vol. I (1960).
 - , *Su alcune classi particolari di connessioni tensoriali per tensori controvarianti e covarianti m -pli*, « Annali di Mat. », serie IV, T. LV (1961).
- [7] C. DI COMITE, *Pseudoconnessioni tensoriali di specie (r, s) di ordine n* , « Annali di Matematica pura ed applicata », serie IV, T. LXXIX, Bologna 1968.