
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

P. CALOI

L'equazione di Rayleigh e le onde di Somigliana. -
III. Le C_{ij} sono onde di Somigliana. Loro importanza
per lo studio della crosta terrestre

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 43 (1967), n.6, p. 424-435.*
Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1967_8_43_6_424_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Geofisica. — *L'equazione di Rayleigh e le onde di Somigliana.* — III. *Le $C_{i,j}$ sono onde di Somigliana. Loro importanza per lo studio della crosta terrestre.* Nota (*) del Socio P. CALOI.

SUMMARY. — It is proved that $C_{i,j}$ -waves satisfy the modified Somigliana theory and originate from SV-waves, incident to the base of the layers of the earth's crust under conducive angles.

PL-waves also are Somigliana waves, generated from P-waves, incident to the base of the layers of the earth's crust under conducive angles.

Applications to the study of the earth's crust are reported.

I. — Ai fini dell'interpretazione fisica di quanto è stato in precedenza esposto [1], va fatta una precisazione.

Nella teoria, forzatamente, il riferimento è fatto a superfici matematiche, cioè a spessore adimensionale. Così, la superficie della Terra è intesa, nella trattazione, come superficie matematica. In campo fisico, ciò non ha senso: la Terra infatti non è circondata da un involucro infinitesimo, da considerarsi come sua superficie esterna. I fenomeni oscillatori riferiti alla superficie terrestre vanno intesi interessanti stratificazioni di spessore *finito*.

È, del resto, ciò che si verifica in Ottica per la formazione delle cosiddette onde « evanescenti » [2] che nascono nel secondo mezzo, quando la luce incide sulla superficie di discontinuità sotto un angolo uguale all'angolo limite (corrispondente alla riflessione totale).

L'esperienza prova che la riflessione non può essere totale che se il secondo mezzo non è troppo sottile: *il fenomeno della riflessione totale nella luce esige uno spessore finito del mezzo meno rifrangente* [3].

Anche le onde di Somigliana, corrispondenti alle radici dell'equazione di Rayleigh maggiori dell'unità, sono onde (quando esistono) che nascono per riflessione. Nel nostro caso, il secondo mezzo dovrebbe essere l'aria, elasticamente inerte. D'altronde, nemmeno la superficie della Terra, come superficie matematica, potrebbe divenire sede di onde superficiali. Necessita sostituire alla superficie matematica uno strato superficiale di spessore finito: stratificazioni superficiali, quindi, capaci di *oscillazione propria* (oscillazione libera). Nella trattazione matematica, il sottile strato esterno viene forzatamente assimilato ad una superficie. Pertanto, le tensioni N_3 e T_2 (normale e tangenziale) vanno intese nulle per tutto lo spessore dello strato, considerato come ente fisico dotato di oscillazioni libere, a contatto con un mezzo esterno (l'atmosfera) elasticamente inerte. E ciò è legittimo ammettere, in quanto — preda ad oscillazioni proprie — tutto lo strato può entrare in vibrazione come un'effettiva superficie matematica. Del resto, ciò corrisponde all'osservazione: le onde di Somigliana (in precedenza, ho indicato con il simbolo $C_{i,j}$, le

(*) Presentata nella seduta del 9 dicembre 1967.

onde di Somigliana che nascono per incidenza delle onde SV [2]) hanno periodi decisamente maggiori di quelli delle onde trasversali e longitudinali, dall'accoppiamento delle quali hanno origine; con lunghezze d'onda, pertanto, multiple degli spessori degli strati interessati.

Un'altra prova a favore del meccanismo d'insorgenza delle onde di Somigliana sopra accennato sta nel fatto che le oscillazioni provocate dall'urto di onde incidenti trasversali (onde $C_{i,j}$), possono spiegarsi anche come originanti secondo un modello analogo a quello con cui si spiegano le onde evanescenti in Ottica [2].

2. - Vediamo come possono insorgere onde di Somigliana in corrispondenza delle stratificazioni della crosta terrestre. Consideriamo dapprima il caso delle onde trasversali spaziali (body waves) incidenti. Quando $\sigma = 1/4$, possono formarsi onde superficiali per angoli d'incidenza dell'ordine di 30° ($\chi_I = 4$) e di $34^\circ 16'$ ($\chi_{II} = 3,1547$). In pratica, data la piccola differenza dei valori degli angoli d'incidenza, è da ritenere che per tutta una banda di periodi fra 30° e $34^\circ,3$ si creino le condizioni idonee alla formazione delle onde predette. Quando un'onda trasversale incide alla base di una stratificazione della crosta, sotto angoli d'incidenza dell'ordine di quelli riferiti, ivi la stratificazione sovrastante reagisce con la formazione di onde superficiali, come effetto dell'accoppiamento dell'onda trasversale incidente con la corrispondente onda riflessa longitudinale.

Supponiamo la crosta costituita da tre strati sovrastanti. Il valore dell'angolo d'incidenza per le onde trasversali, a cui corrisponde la formazione di onde di Somigliana ($C_{i,j}$), verrà raggiunto - a parità di altre condizioni -, a distanze diverse a seconda che esso venga a formarsi alla base del primo, secondo o terzo strato; e la distanza crescerà passando dal primo al terzo caso (fig. 1).

Ai tre casi, naturalmente, corrisponderanno tre diversi periodi, legati allo spessore degli strati interessati, e di valore via via crescente; massimo quando l'angolo d'incidenza richiesto si forma alla base della crosta terrestre.

È ciò che effettivamente si verifica. Nelle zone continentali, infatti, le distanze medie per la formazione delle onde di Somigliana, corrispondenti ai tre casi, sono dell'ordine, 2000-3000 Km ($C_{2,1}$), 4000-5000 Km ($C_{1,1}$) 6000-7000 Km ($C_{0,1}$). I periodi relativi sono, mediamente, 22^s , 33^s , 40^s-45^s (fig. 2).

Per diversi valori di σ , variano i valori degli angoli d'incidenza efficaci, ai fini della formazione delle onde $C_{2,1}$; $C_{1,1}$; $C_{0,1}$; e variano, di conseguenza, le relative distanze epicentrali. La Tabella II della Nota II [1], prova che, dette variazioni sono, in ogni caso, di piccola entità.

Si nota poi che, al crescere del valore di σ oltre 0,25, i valori delle due radici reali maggiori dell'unità vanno gradatamente avvicinandosi (una decrescendo, l'altra crescendo) per convergere verso il valore comune 3,5754 corrispondente a $\sigma = 0,26305$. A detto valore, corrisponde un'unica coppia per gli angoli d'incidenza e riflessione, alla quale corrisponde la formazione di onde di Somigliana. Per l'onda trasversale, l'angolo d'incidenza efficace

è, in tal caso, $i = 31^{\circ} 56'$; e si può ritenere il valore medio della gamma di valori di i , ai quali corrispondono onde $C_{i,j}$.

Per valori di σ compresi fra 0,26305 e 0,5, le due radici maggiori dell'unità divengono complesse.

È chiaro che, nel caso di terremoti violenti, le condizioni per la formazione delle onde di Somigliana verranno a ripresentarsi a distanza doppia della precedente. Saranno pertanto le SS a creare nuovi sistemi di onde $C_{i,j}$: quelle da me indicate con i simboli $C_{2,2}$; $C_{1,2}$; $C_{0,2}$ rispettivamente. A loro volta, a distanze triple delle primitive, dovremo attenderci la formazione di $C_{2,3}$; $C_{1,3}$; $C_{0,3}$.

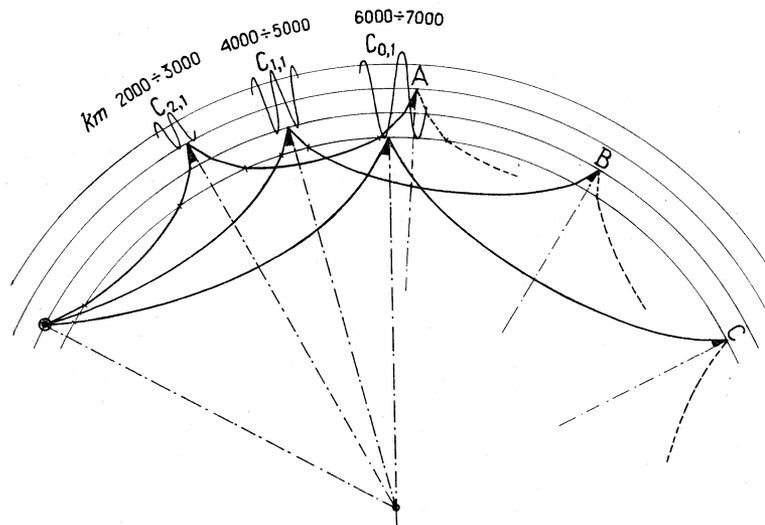


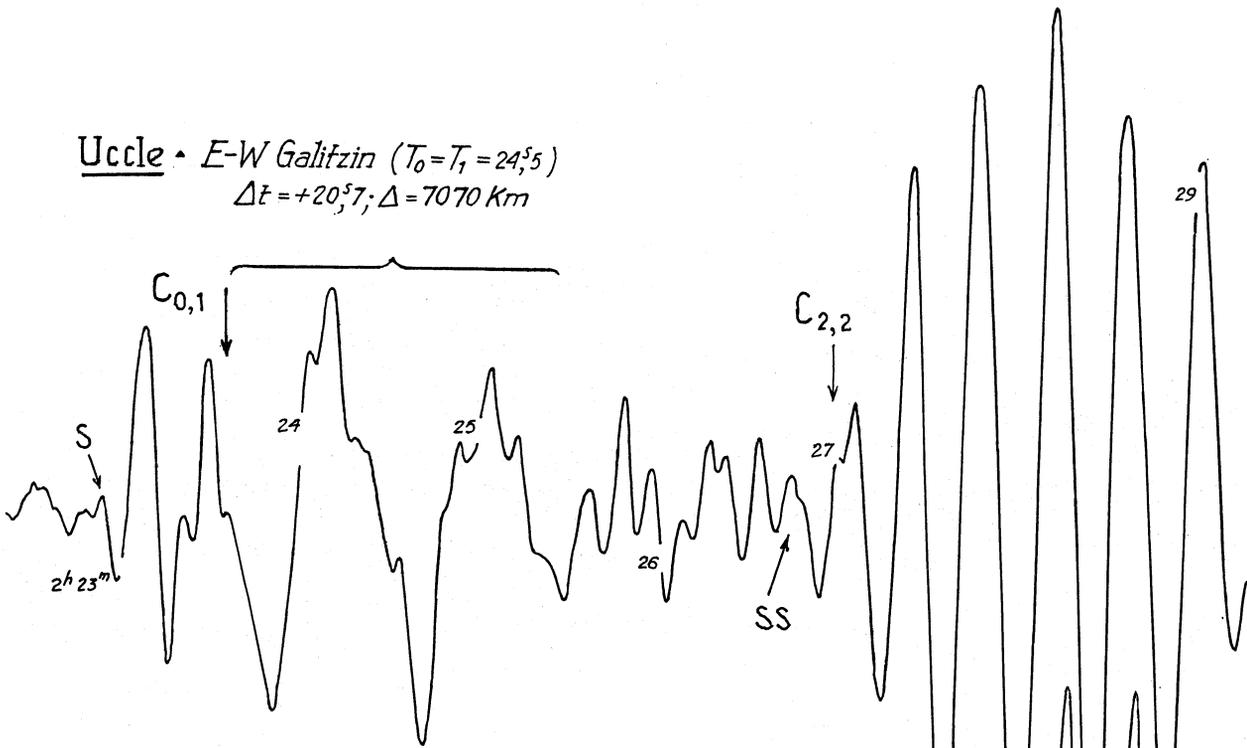
Fig. 1. - Meccanismo - origine delle onde $C_{i,j}$ nella crosta terrestre. In A, B, C originano onde $C_{2,2}$, $C_{1,2}$ e $C_{0,2}$ rispettivamente (proporzioni fortemente alterate).

L'osservazione testimonia la validità di queste argomentazioni. Mi limito qui a riportare gli esempi forniti dalle figg. 3, 4.

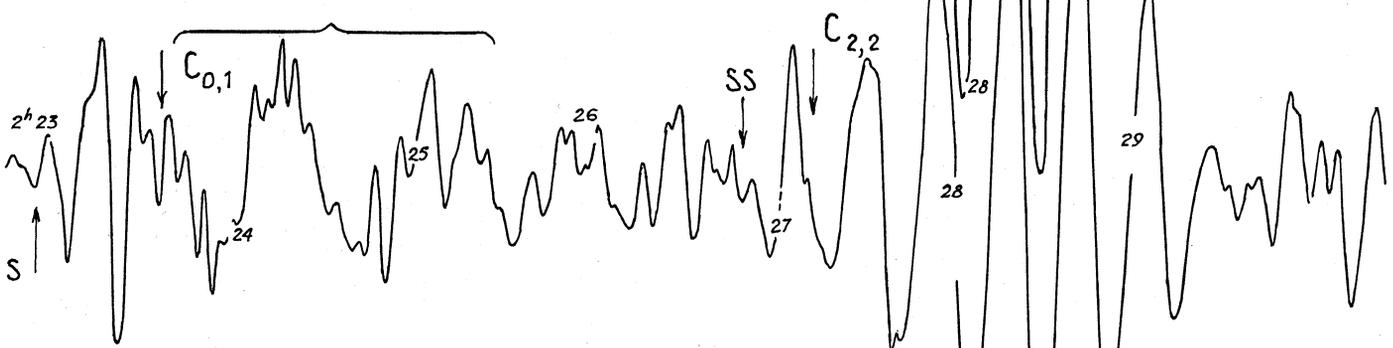
Per distanze epicentrali superiori agli 8000 Km., la formazione delle $C_{0,1}$ non sarà più da attendersi in corrispondenza delle S, bensì delle PS. E anche di questo fatto esistono prove nettissime (fig. 5). Per distanze del genere, anzi, possono aversi esempi di tre tipi di C (per incidenze sotto il « granito », l'« intermedio », o la crosta) sullo stesso sismogramma; e precisamente $C_{0,1}$; $C_{1,2}$ e $C_{2,3}$, associate a periodi decrescenti. La fig. 5 riproduce sismogrammi a chiara riprova di questa possibilità.

3. - La validità di quanto è stato esposto nei numeri precedenti comporta un'altra conseguenza: la velocità di propagazione delle onde di Somigliana dovrà risultare circa doppia di quella che le onde dirette, da cui derivano, presentano al disotto delle discontinuità, in corrispondenza della quale le onde stesse originano.

Uccle - *E-W Galitzin* ($T_0 = T_1 = 24^s 5$)
 $\Delta t = +20^s 7$; $\Delta = 7070$ Km



25 · XII · 1932

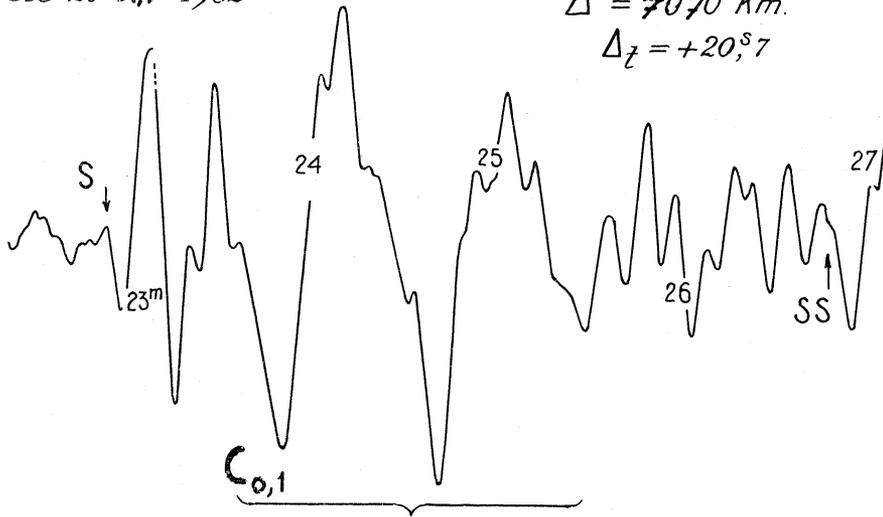


De Bilt - *E-W Galitzin* ($T_0 = T_1 = 25^s$)
 $\Delta t = +0^s 1$; $\Delta = 6952$ Km

Fig. 2. - Esempi di onde C_{0,1} e C_{2,2} (terremoto del Kansu, 25-XII-1932).

Uccle 25-XII-1932

$\Delta = 7070 \text{ Km.}$
 $\Delta t = +20,7^s$



Uccle 3-X-1931

$\Delta = 15050 \text{ Km}$
 $\Delta t = +1,4^s$

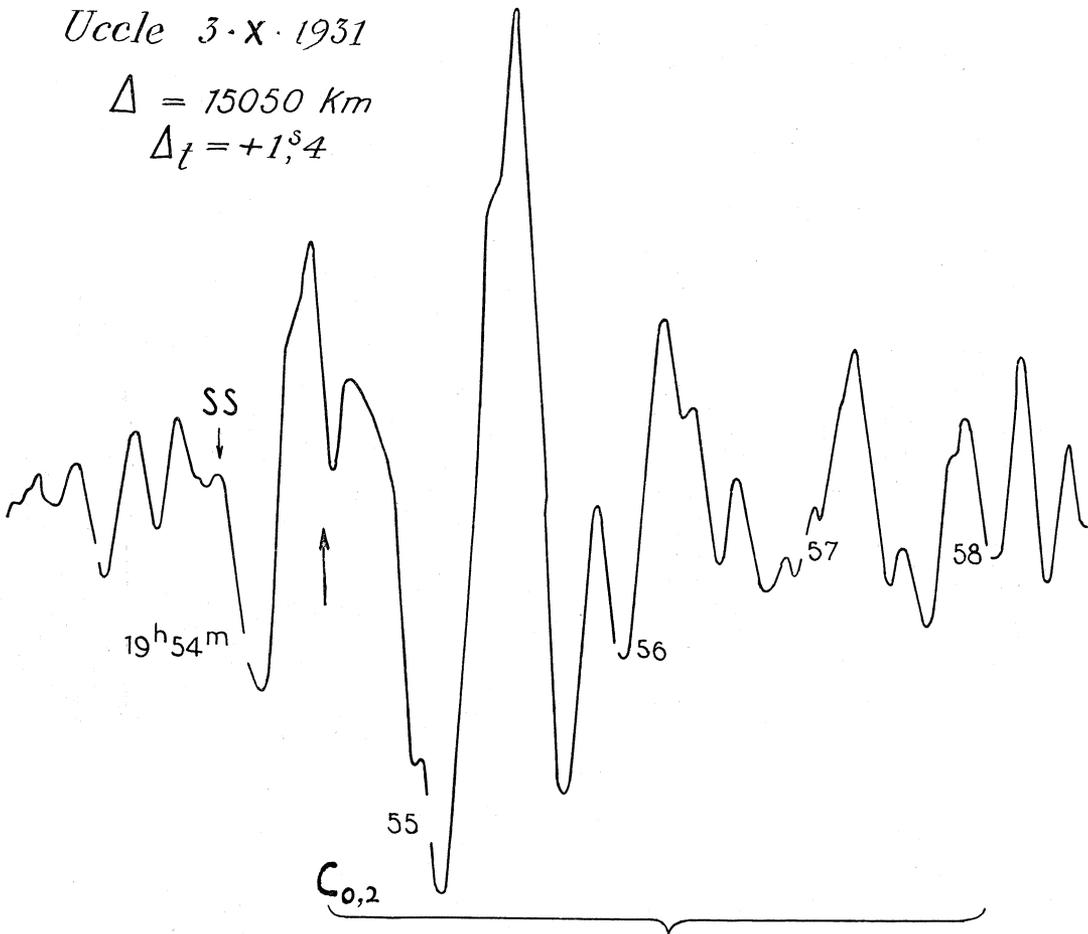


Fig. 3. - Esempi di onde C_{0,1} e C_{0,2}, originanti alla base della crosta.

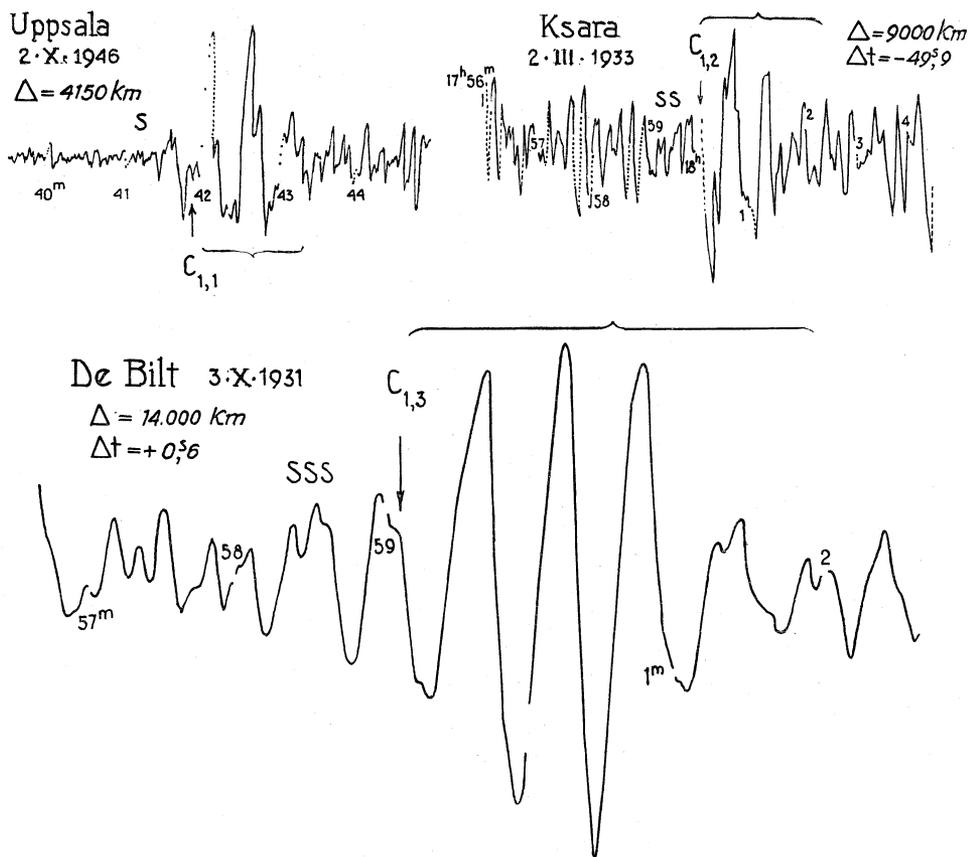


Fig. 4. - Esempi di onde $C_{1,1}$, $C_{1,2}$ e $C_{1,3}$.

Ciò realmente si verifica; ed è stato dimostrato ancora prima che le onde $C_{i,j}$ trovassero la loro giustificazione nella teoria di Somigliana. Nel 1948, infatti, io avevo cercato di spiegare queste onde come le analoghe elastiche delle onde evanescenti dell'Ottica. Il forte terremoto del Turkestan del 2 novembre 1946, provocò la registrazione, in tutte le principali stazioni sismiche del mondo, di notevoli esempi di $C_{i,j}$, particolarmente di $C_{1,j}$. Per quanto concerne queste ultime, sulla base di nettissime registrazioni di $C_{1,1}$ e $C_{1,2}$, furono calcolate le relative velocità medie di propagazione (fig. 6) È risultato 7,5 Km/sec per le $C_{1,1}$ [4, 5] e 7,66 Km/sec per le $C_{1,2}$: attese le approssimazioni consentite in quest'ordine di ricerche (non si dimentichi che si tratta di onde a lungo periodo, registrate nel corpo del sismogramma; e che le registrazioni sono state fornite da sismografi di diversa concezione e diversi periodi propri), si può senz'altro ritenere identica la velocità apparente ottenuta per le $C_{1,1}$ e $C_{1,2}$, tanto più che la loro propagazione è certamente influenzata dalla diversa natura e dai diversi spessori della crosta, nei quali nascono e si propagano. Poiché la velocità delle onde trasversali ordinarie, al di

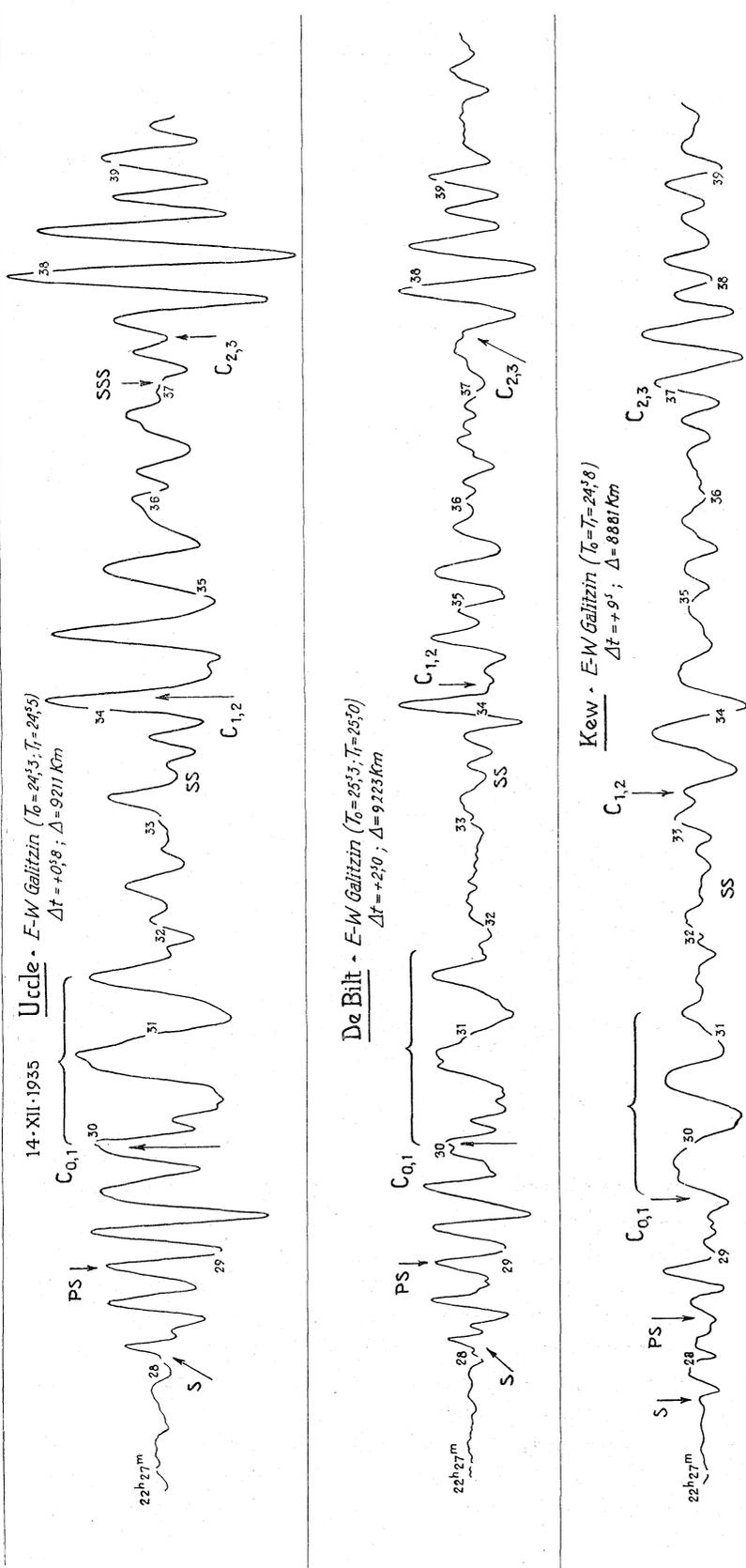


Fig. 5. - Esempi di C_{0,1}, C_{1,2} e C_{2,3} in uno stesso sinogramma (una spiegazione di queste onde - provocate nella stessa stazione dallo stesso terremoto - sarebbe impossibile con il così detto « leaking mode »).

sotto dell'«intermedio» è, di circa 3,8–3,9 Km/sec., si può dire che, anche per quanto concerne la velocità di propagazione, la teoria viene rispettata.

Va inoltre messo in rilievo un altro fatto. Si è detto che l'angolo per la formazione delle $C_{1,1}$ si realizza, approssimativamente, fra 4000 e 5000 Km. Ne consegue che l'insorgenza delle $C_{1,2}$ (associate, come si è detto, alle SS) dovrà verificarsi per lo meno fra 9000 e 10.000 Km. Ciò è confermato dall'osservazione (fig. 4).

Quello che è stato detto per le $C_{1,j}$, vale naturalmente anche per le $C_{0,j}$ e le $C_{2,j}$.

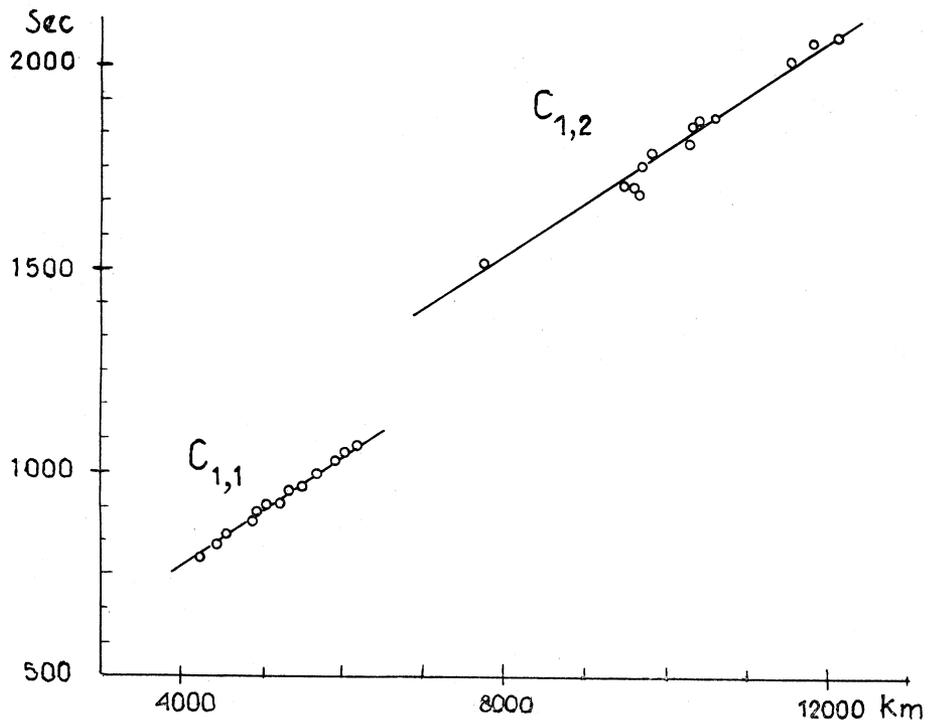


Fig. 6.

4. - Si è visto che gli angoli d'incidenza per onde longitudinali, ai quali possono corrispondere - per combinazione con la corrispondente onda riflessa trasversale - onde di Somigliana sono molto elevati; troppo elevati perché ci si possa aspettare onde di questo tipo per terremoti lontani (intendo dire, oltre i 2000 Km.). Si hanno invece notevoli esempi di onde di Somigliana, originate dall'incidenza di onde longitudinali, per brevi distanze. A questo riguardo, è da ritenere che le onde PL di Somville, osservate appunto a brevi distanze epicentrali - quando l'angolo d'incidenza delle onde longitudinali può raggiungere l'ordine di grandezza previsto dalla teoria di Somigliana -, siano onde di Somigliana, associate a onde longitudinali incidenti alla base delle stratificazioni terrestri, sotto grossi angoli d'incidenza ($68^{\circ} 51'$ per $\sigma = 0.26305$).

Esse possono inoltre originare come conseguenza di strati a flessione di velocità (« low velocity layers »). Questo spiega il perché dell'esistenza di onde P, PP, ... seguite da oscillazioni a lungo periodo nel caso di terremoti, con origine nell'astenosfera, per distanze epicentrali fino a 9000 Km circa.

5. - E qui torna opportuno soffermarsi un momento sulle onde PL secondo Oliver, e sulla loro presunta origine.

Le PL, nell'interpretazione di Oliver [6, 7] costituiscono un treno d'onde a dispersione normale, con periodi sempre superiori ai 10^s : iniziano contemporaneamente, o subito dopo le P, e continuano, talvolta, fino all'arrivo delle prime onde di Rayleigh. Il confronto fra le curve di dispersione delle PL e delle R avrebbe provato che anche le PL sarebbero a carattere superficiale. Sono state osservate fino a distanze di 25° , ma - secondo Major e Oliver - è da ritenere esse si propagano a distanze maggiori.

Secondo J. Oliver, il meccanismo di propagazione delle onde PL entrebbe in modo determinante nella formazione delle onde $C_{i,j}$ [7]. Egli ritiene che queste onde siano spiegabili come risultato dell'accoppiamento tra le onde SV incidenti sopra una determinata superficie di discontinuità e le onde PL, secondo un meccanismo analogo a quello schematizzato in fig. 7 (« leaking mode »).

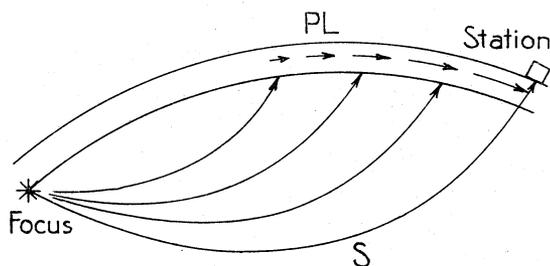


Fig. 7. - Come le onde PL dovrebbero interagire con le onde S (secondo Olivier).

Prima di entrare nel merito dell'ipotesi di Oliver, va osservato che un'ipotesi analoga - nella quale l'aumento del periodo di queste onde veniva spiegato come fenomeno di dispersione - era già stata esposta da Caloi nel 1940 [8]. Successivamente però, tale ipotesi era stata da me abbandonata [9].

La dispersione infatti, è insufficiente a spiegare la gamma dei periodi associati alle $C_{i,j}$, che vanno da 20^s circa a 50^s circa e più ⁽¹⁾. D'altronde, se queste onde nascessero per accoppiamento con le PL, non si vede perché esse siano tanto ridotte di ampiezza e di periodo (o, addirittura, mancanti) nelle registrazioni ottenute nelle isole oceaniche.

(1) Nel caso delle onde di Love, J. T. Wilson calcola un aumento da $2,3 \cdot 10^{-3}$ sec. per Km. [10].

Resterebbe ancora inspiegabile perché, dopo gli 8000 Km., le $C_{0,j}$ per esempio, siano associate alle PS e non alle S e perché, da 8000 Km. a 11.000 ed oltre le S non provochino più la formazione di onde C; perché a distanze doppie (SS), triple (SSS), ... - a parità di altre condizioni - le C si riformano con lo stesso periodo; perché, in una stessa stazione sismica, l'accoppiamento delle onde PL con le S, SS, SSS, ... (aventi, di per sé, periodi pressoché uguali) provocherebbero la formazione di onde $C_{i,j}$ con periodi fortemente decrescenti. (Infatti se fosse vero lo schema della fig. 7, nella stessa stazione sismica, le onde S, SS, SSS... dovrebbero determinare - qualora fosse mai possibile che le PL, dopo aver interagito con le S, potessero successivamente interagire, nella stessa stazione, con le SS, SSS, ... - onde C dello stesso periodo, il che non avviene: si hanno invece onde $C_{0,1}$; $C_{1,2}$; $C_{2,3}$ associate a periodi decisamente decrescenti; in media 50^s , 33^s , 22^s rispettivamente).

Tutti questi « perché » trovano chiara spiegazione nella teoria di Somigliana, come accoppiamento di onde trasversali incidenti sotto angoli efficaci alla base delle diverse stratificazioni della crosta, con le corrispondenti onde riflesse longitudinali. Lo spessore sovrastante alla superficie di discontinuità giustifica, inoltre, la diversità dei periodi.

Non si vuole, con questo, negare l'effetto della dispersione; ma, atteso il relativamente breve tragitto di ogni gruppo di $C_{0,j}$, $C_{1,j}$, $C_{2,j}$, tale effetto non è rilevante.

6. - Applicazioni. Le caratteristiche delle onde $C_{i,j}$ - quali sono state espone nei numeri precedenti - si prestano bene alla ricerca degli spessori relativi agli strati della crosta, nei quali esse hanno origine. Come si è detto, esse nascono nei punti d'incidenza di onde SV (per angoli d'incidenza efficaci), interagenti con le analoghe onde riflesse longitudinali.

Il loro periodo è pertanto legato allo spessore dello strato sovrastante.

Un procedimento che consente una approssimativa valutazione di detto spessore può trarsi dalla teoria della membrana vibrante.

Consideriamo una membrana fissa per $r = a$. In questo caso, si ha per il moto [11]

$$(1) \quad w = J_0(kr) + \lambda J_0(ikr) = J_0(kr) + \lambda I_0(kr),$$

essendo r il raggio del sistema di coordinate polari, con centro nel centro della membrana, a cui quest'ultima è riferita. J_0 , I_0 sono funzioni di Bessel.

Dalla (1) si ha

$$(2) \quad \frac{dw}{kdr} = J_0'(kr) + i\lambda J_0'(ikr) = -J_1(kr) + \lambda I_1(kr).$$

Poiché il piatto (membrana) è fisso per $r = a$, ivi w e dw/dr devono annullarsi.

Ne consegue, per $r = a$,

$$(3) \quad \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} + \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} = 0.$$

La prima radice di (3) è $ka = 3,20$, valore corrispondente alla vibrazione fondamentale simmetrica. Se T è il periodo corrispondente e $p = 2\pi/T$, poiché [11, p. 358]

$$p^2 = k^4 \frac{E h^2}{3\rho(1-\sigma^2)},$$

dove E è il modulo di Young, h il semispessore della membrana, ρ la densità e σ il rapporto di Poisson, ne segue

$$(4) \quad T = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3\rho(1-\sigma^2)}}{(3,2)^2 \sqrt{E} h},$$

da cui

$$(5) \quad 2h = \frac{4\pi a^2 \sqrt{3\rho(1-\sigma^2)}}{T(3,2)^2 \sqrt{E}}.$$

Supposto che l'urto delle onde SV sotto le stratificazioni della crosta terrestre determini l'insorgere delle $C_{i,j}$, in tal caso la fondamentale intorno al punto d'urto deve ritenersi interessare un settore circolare di superficie di raggio $a = VT/4$, dove V va intesa come velocità di propagazione della $C_{i,j}$ e T il periodo di quest'ultima. Si ha pertanto dalla (5)

$$(6) \quad d = 2h = \frac{\pi}{4} \left(\frac{V}{3,2} \right)^2 \cdot \sqrt{3\rho \frac{1-\sigma^2}{E}} \cdot T.$$

Si può scegliere, approssimativamente,

$$\begin{aligned} \rho &= 2,8 \text{ g/cm}^3 \\ E &= 2 \cdot 10^{12} \text{ dine/cm}^2 \\ \sigma &= 0,25. \end{aligned}$$

La [6] diviene

$$(7) \quad d = 0,152 \cdot 10^{-6} V^2 \cdot T \text{ c.g.s.}$$

Lo studio del terremoto del Turkestan del 2 novembre 1946 [4], ha consentito di determinare la velocità di propagazione delle onde $C_{1,1}$; $C_{1,2}$ (fig. 6). Ciò ha permesso di ottenere il valore di 7,5 Km/sec. circa per V .

Per la velocità delle $C_{0,j}$, una ricerca in corso – di prossima pubblicazione – fornisce un valore dell'ordine di 8,5 Km/sec.

Per le $C_{2,j}$ non si hanno ancora valori attendibili nei confronti delle loro velocità, sebbene essi non debbano scostarsi molto da 6,5 Km/sec. (salvo nelle zone caratterizzate da forti spessori dello strato del Terziario – come certe zone continentali – dove le velocità delle onde trasversali sono piuttosto piccole).

Ad ogni modo, in via provvisoria, possiamo assumere

$$\begin{aligned} v_{C_{0,j}} &= 8,5 \text{ Km/sec} \\ v_{C_{1,j}} &= 7,5 \text{ Km/sec} \\ v_{C_{2,j}} &= 6,5 \text{ Km/sec,} \end{aligned}$$

ai quali corrispondono, esprimendo T in sec. e d in Km.,

$$d_0 = 1,10 \cdot T \text{ Km.}$$

$$d_1 = 0,855 \cdot T \text{ Km.}$$

$$d_2 = 0,64 \cdot T \text{ Km.,}$$

dove d_0 , d_1 , d_2 rispettivamente rappresentano la profondità della superficie di Mohorovičić, della superficie intermedia e della superficie di Conrad.

Mi limito a dare qualche esempio di applicazione.

Le registrazioni di onde $C_{i,j}$ sono ormai numerosissime. Esse sono sempre presenti (quando le distanze epicentrali lo consentono) nei sismogrammi forniti da strumenti a lungo periodo; ma non mancano persino fra i sismogrammi ottenuti da sismografi a breve periodo.

Nella Tabella vengono riportati alcuni esempi di applicazione.

	periodi in sec. delle			d_0 Km	d_1 Km	d_2 Km
	$C_{0,j}$	$C_{1,j}$	$C_{2,j}$			
Uccle	50	33	24	55	29	15
Trieste	48	36	24	53	31	15
Strasburgo	50	29	21	55	25	13
Roma	48	38	24	53	32	15
Salò	46	35	25	50	30	16
Oropa	40	32	—	44	27	—
California meridionale	34	20	—	37	17	—
Bermude	25	—	—	27	—	—
Apia Samoa	18	—	—	20	—	—
Amboina (Molucche)	24	—	—	26	—	—
Reykjavik (Islanda)	33	27	—	36	23	—
Huankayo (Perù)	48	37	35	53	32	22

Il valore ottenuto per l'Islanda concorda bene con quello dedotto per altra via da Markus Båth [12]. I dati relativi a Huankayo, si riferiscono a $C_{0,2}$, $C_{1,2}$, $C_{2,3}$.

Quanto è stato qui riportato, ha solo lo scopo di sottolineare l'interesse che uno studio accurato delle $C_{i,j}$ presenta per un'approfondita indagine della crosta terrestre. A mio avviso, una delle caratteristiche che rendono le $C_{i,j}$ particolarmente idonee allo scopo predetto è la dipendenza del loro periodo dallo spessore degli strati interessati alla loro insorgenza, ciò che

permette di determinare l'andamento delle discontinuità, in corrispondenza delle quali nascono le onde di Somigliana. Il fatto, poi, che tale periodo sia relativamente lungo, permette il rilevamento di discontinuità, che abitualmente sfuggono alle « body waves » destinate dalle esplosioni: queste, infatti, associate a periodi brevissimi, passano oltre le discontinuità non molto accentuate, senza subire riflessione. Così, nel centro Europa, nel tavolato del Canada, negli Stati Uniti, ecc. le onde $C_{i,j}$ rivelano – in modo netto – la discontinuità relativa allo strato intermedio, che normalmente sfugge ai metodi che si valgono della registrazione delle onde per esplosione, associate ad elevate frequenze.

BIBLIOGRAFIA.

- [1] P. CALOI, *L'equazione di Rayleigh e le onde di Somigliana. II: La teoria di Somigliana, rettifiche, conseguenze*, «Atti Acc. Naz. dei Lincei», Classe Scienze fis., mat. e nat., Vol. XLI, ser. VIII, fasc. 5 (1966).
- [2] P. CALOI, $C_{i,j}$, «Annali di Geofisica», Vol. VIII (1955).
- [3] G. BRUHAT, *Optique*, Masson et C.ie (1947), p. 349.
- [4] P. CALOI e F. PERONACI, *Onde superficiali associate alle onde S, SS, ... nel terremoto del Turkestan del 2 novembre 1946*. «Annali di Geofisica», Vol. I (1948).
- [5] P. CALOI e F. PERONACI, *Ancora sulle onde di tipo superficiale associate alle S, SS, ...*. «Annali di Geofisica», Vol. II (1949).
- [6] J. OLIVER e M. MAJOR, *Leaking modes and the PL*, «Bull. Seismolog. Soc. Am.», Vol. 50 (1960).
- [7] J. OLIVER, *On the long period character of shear waves*, «Bull. Seismol. Soc. Am.», Vol. 51 (1961).
- [8] P. CALOI, *Sopra alcuni nuovi sistemi di onde sismiche a carattere superficiale oscillanti nel piano principale*, «Rend. Reale Acc. d'Italia», serie VII, N. II (1940).
- [9] P. CALOI, *Sull'origine delle onde superficiali associate alle onde S, SS, SSS, ...*. «Annali di Geofisica», Vol. I (1948).
- [10] J. T. WILSON. *Increase in period of Earthquake surface waves with distance traveled*, «Bull. Seismol. Soc. Am.», Vol. 38 (1948).
- [11] LORD RAYLEIGH, *The Theory of Sound*, Vol. I, p. 336, Macmillan, New York (1937).
- [12] M. BATH, *Crystal structure of Iceland*, «J. Geophys. Res.», Vol. 65 (1960).