
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI
RENDICONTI

LAZAR DRAGOS

**L'écoulement d'un fluide à conductivité électrique
finie, en présence d'un profil mince**

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 42 (1967), n.3, p. 381–389.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1967_8_42_3_381_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Magnetofluidodinamica. — *L'écoulement d'un fluide à conductivité électrique finie, en présence d'un profil mince.* Nota di LAZAR DRAGOS, presentata (*) dal Socio B. FINZI.

RIASSUNTO. — Si considera il flusso di un fluido comprimibile di conduttività elettrica finita, in presenza di un campo magnetico costante, che investe un ostacolo cilindrico sottile.

1. INTRODUCTION. — Nous considérons l'écoulement d'un fluide compressible, conducteur, uniforme, à vitesse $V_0 \mathbf{e}_1$, ayant lieu en présence d'un champ magnétique homogène $B_0 \mathbf{e}_1$ ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ étant les vecteurs unitaires des axes du système de référence) et nous admettons qu'il rencontre un obstacle cylindrique infini (dans la direction de l'axe Oz), les équations, dans le plan xOy , étant:

$$(1) \quad y^* = \varepsilon Y_{\pm}(x^*) \quad , \quad x^* \in [-L, +L]$$

Nous nous proposons d'étudier l'écoulement du fluide sous ces nouvelles conditions. Un cas particulier de ce problème a été considéré dans [1].

2. EQUATIONS DE MOUVEMENT. — Compte tenu de la géométrie du problème, il résulte que l'écoulement sera plan et, vu que toutes les conditions sont invariables en temps, les phénomènes seront stationnaires. En supposant que les variables physiques sont affectées d'astérisques, on introduit les variables sans dimensions suivantes:

$$(2) \quad \begin{cases} (x^*, y^*) = L(x, y) & , & \rho^* = \rho_0 \rho_1 & , & p^* - p_0^* = \rho_0 V_0^2 p_1 \\ \mathbf{V}^* = V_0 \mathbf{V} & , & \mathbf{B}^* = B_0 \mathbf{B} & , & \mathbf{E}^* = V_0 B_0 \mathbf{E} & , & \mathbf{J}^* = (\mu L)^{-1} B_0 \mathbf{J} \end{cases}$$

et on met en évidence l'écoulement perturbé:

$$(3) \quad \begin{cases} \rho_1 = 1 + \varepsilon \rho & , & p_1 = \varepsilon p \\ \mathbf{V} = \mathbf{e}_1 + \varepsilon \mathbf{v} & , & \mathbf{B} = \mathbf{e}_1 + \varepsilon \mathbf{b} & , & \mathbf{J} = \varepsilon \mathbf{j} \end{cases}$$

le champ électrique étant nul.

L'écoulement perturbé sera défini, en première approximation, par les équations suivantes:

$$(4) \quad M^2 \frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

$$(5) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = -\operatorname{grad} p + \frac{1}{A^2} \mathbf{j} \times \mathbf{e}_1$$

$$(6) \quad \operatorname{div} \mathbf{b} = 0$$

$$(7) \quad \operatorname{rot} \mathbf{b} = \mathbf{j} = j \mathbf{e}_3 = R_M (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{b} + \mathbf{v} \times \mathbf{e}_1)$$

(*) Nella seduta dell'11 marzo 1967.

avec les notations

$$(8) \quad M = V_0 c_0^{-1}, \quad A = V_0 V_A^{-1}, \quad R_M = \sigma \mu L V_0, \quad V_A^2 = B_0^2 (\mu \rho_0)^{-1}$$

c_0 étant la vitesse du son dans l'écoulement non perturbé et V_A la vitesse d'Alfvén.

Nous avons aussi les conditions d'amortissement à l'infini:

$$(9) \quad \lim_{x^2 + y^2 \rightarrow \infty} (p, \mathbf{v}, \mathbf{b}, j) = 0.$$

Des équations (6) et (7) nous obtenons l'équation de l'induction magnétique

$$(10) \quad R_M^{-1} \Delta \mathbf{b} = \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + \mathbf{e}_1 \operatorname{div} \mathbf{v}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

En appliquant dans (5) l'opérateur *rot* et compte tenu des conditions d'amortissement à l'infini, nous avons:

$$(11) \quad A^2 \omega = j.$$

Des équations (4) et (5) on élimine la pression et ensuite, à l'équation qu'on vient d'obtenir, on applique l'opérateur *div*. Nous avons:

$$(12) \quad H \theta = \left(\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \theta = - \frac{M^2}{A^2} \frac{\partial^2 j}{\partial x \partial y}, \quad \beta^2 = 1 - M^2.$$

Enfin, en appliquant à l'équation (10) l'opérateur *rot*, nous obtenons:

$$(13) \quad P j = \left(R_M^{-1} \Delta - \frac{\partial}{\partial x} \right) j = - \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial y}.$$

Nous avons utilisé les notations suivantes:

$$(14) \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = \theta, \quad \operatorname{rot} \mathbf{v} = \omega \mathbf{e}_3$$

De (11), (12) et (13) nous obtenons les équations auxquelles satisfont les grandeurs θ , ω et j

$$(15) \quad T \theta = T \omega = T j = 0$$

où T est l'opérateur

$$(16) \quad T = \Delta H + N \beta^2 (1 - A^2) \frac{\partial^3}{\partial x^3} + N (\beta^2 - A^2) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2}$$

avec la notation

$$(17) \quad R_M = A^2 N$$

N étant le paramètre de l'interaction magnétohydrodynamique.

3. DÉTERMINATION DE LA SOLUTION GÉNÉRALE. — Nous cherchons la solution des équations (15) sous la forme d'une superposition continue d'ondes planes de la forme

$$(18) \quad \exp(-i\lambda x + sy)$$

De (15) on obtient:

$$(19) \quad s^4 - b s^2 + c = 0$$

où

$$(19') \quad \begin{cases} b = \lambda^2 (1 + \beta^2) + i \lambda N (\beta^2 - A^2) = b_1 + i b_2 \\ c = \lambda^4 \beta^2 + i \lambda^3 N \beta^2 (1 - A^2) = c_1 + i c_2. \end{cases}$$

C'est à observer que pour l'écoulement sonique, $M = 1$, nous avons $c = 0$ et l'équation (19) dégénère en:

$$(20) \quad s^2 = \lambda^2 - i \lambda N A^2.$$

Ce cas sera exclus des considérations présentes. Dans les autres cas, les racines de l'équation (19) sont distinctes et complexes. On peut facilement observer que leur partie réelle est différente de zéro car, contrairement, nous déduirions l'équation $(ir)^4 - b(ir)^2 + c = 0$, ce qui impliquerait une racine réelle commune pour les équations

$$r^4 + b_1 r^2 + c_1 = 0, \quad b_2 r^2 + c_2 = 0$$

or, les seules racines réelles de la première équation sont $r^2 = -\lambda^2 \beta^2$, $M > 1$, lesquelles, de toute évidence, ne vérifient pas la deuxième équation (le cas $M = 1$ est exclus). Dans l'appendice nous allons présenter une détermination plus exacte des solutions.

Avec les notations (7) de l'appendice, la solution générale des équations (15) s'écrit:

$$(20) \quad \theta_{\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{\theta}_{k\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x + s_k y} d\lambda$$

$$(21) \quad \omega_{\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{\omega}_{k\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x \pm s_k y} d\lambda$$

$$(22) \quad j_{\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{j}_{k\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x \pm s_k y} d\lambda.$$

Nous avons imposé la condition que la solution soit amortie pour $y \rightarrow \pm \infty$. Le premier signe « $\pm$ » indique la solution valable dans le demi-plan supérieur ($y > 0$) et le second, la solution valable dans le demi-plan inférieur ($y < 0$).

Puisque les équations (15) ont été obtenues par dérivations des équations de mouvement, il va falloir imposer la condition que ces dernières soient aussi vérifiées par la solution (20)-(22).

De (11) il résulte:

$$(23) \quad A^2 \bar{\omega}_{k\pm} = \bar{j}_{k\pm}, \quad k = 1, 2$$

et de (12)

$$(24) \quad A^2 (s_k^2 - \lambda^2 \beta^2) \bar{\theta}_{k\pm} = \pm i \lambda M^2 s_k \bar{j}_{k\pm}, \quad k = 1, 2$$

l'équation (13) étant identiquement vérifiée si l'on tient compte de (23) (24) et (19).

4. DÉTERMINATION DU CHAMP DES VITESSES. — Cette détermination s'effectue de (14) compte tenu de (20) et (21). La solution générale s'écrit:

$$(25) \quad u = u_{p\pm}(x, y) + \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = v_{p\pm}(x, y) + \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$(26) \quad \Delta \varphi = 0$$

$$(27) \quad u_{p\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{u}_{k\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x \pm s_k y} d\lambda,$$

$$v_{p\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{v}_{k\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x \pm s_k y} d\lambda.$$

où

$$(27') \quad \begin{cases} A^2 (s_k^2 - \lambda^2 \beta^2) \bar{u}_{k\pm} = \mp s_k \bar{j}_{k\pm}, & k = 1, 2, \\ A^2 (s_k^2 - \lambda^2 \beta^2) \bar{v}_{k\pm} = -i \lambda \beta^2 \bar{j}_{k\pm}, & k = 1, 2. \end{cases}$$

De façon analogue se détermine le champ magnétique en utilisant les équations (6) et (7). Nous avons:

$$(28) \quad b_x = b_{xp\pm}(x, y) + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad b_y = b_{yp\pm}(x, y) + \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$(29) \quad \Delta \psi = 0$$

$$(30) \quad b_{xp\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{b}_{xk\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x \pm s_k y} d\lambda,$$

$$b_{yp\pm}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1,2} \bar{b}_{yk\pm}(\lambda) e^{-i\lambda x \pm s_k y} d\lambda$$

avec les notations:

$$(30') \quad \begin{cases} (s_k^2 - \lambda^2) \bar{b}_{xk\pm} = \mp s_k \bar{j}_{k\pm} \\ (s_k^2 - \lambda^2) \bar{b}_{yk\pm} = -i \lambda \bar{j}_{k\pm}. \end{cases}$$

Compte-tenu des relations entre les racines et les coefficients de l'équation (19) il résulte:

$$(31) \quad \begin{cases} P_1 = (s_1^2 - \lambda^2) (s_2^2 - \lambda^2) = i \lambda^3 A^2 N M^2 \\ P_2 = (s_1^2 - \lambda^2 \beta^2) (s_2^2 - \lambda^2 \beta^2) = i \lambda^3 \beta^2 N M^2, \end{cases}$$

d'où nous déduisons que, si les écoulements soniques sont exclus, toutes les déterminations ci-dessus $(\bar{u}_{k\pm}, \bar{v}_{k\pm}, \bar{b}_{xk\pm}, \bar{b}_{yk\pm}, \bar{\theta}_{k\pm})$ sont possibles. On suppose également $M \neq 0$ ce qui montre que la solution que nous venons de présenter ne peut pas être adapté au fluide incompressible.

Vu qu'à l'infini la perturbation doit s'annuler, il résulte:

$$(32) \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} (u, v, b_x, b_y) = 0.$$

Compte tenu que u_p, v_p, b_{xp}, b_{yp} sont représentées à l'aide de certaines intégrales de type Fourier, en vertu du théorème de Lebesgue [2] il résulte:

$$(33) \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} (u_p, v_p, b_{xp}, b_{yp}) = 0$$

et, par conséquent, de (25) et (28):

$$(34) \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = 0.$$

5. DÉTERMINATION DES FONCTIONS φ ET ψ . — Nous imposons la condition que la solution générale (25) et (28) vérifie l'équation de l'induction magnétique (10). Compte tenu de (19) nous obtenons:

$$(35) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = 0$$

et de (34)

$$(35') \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

La loi d'Ohm nous fournit:

$$(7') \quad j = R_M (b_y - v)$$

et en utilisant aussi la représentation générale (25) et (28), ainsi que l'équation (19), il résulte:

$$(36) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$

Les relations (35') et (36) nous indiquent que les deux fonctions φ et ψ coïncident — abstraction faisant d'une constante sans importance.

En projetant l'équation de mouvement (5) sur les axes du système de référence, nous avons:

$$(5') \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{A^2} j.$$

De (4) et (5') nous obtenons:

$$(4') \quad \beta^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

de sorte que, en imposant la condition que la solution générale vérifie l'équation (4') aussi, nous déduisons:

$$(37) \quad \beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Vu cependant que la fonction φ est harmonique (26), il résulte:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$$

et en utilisant la condition d'amortissement (34)

$$(38) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0.$$

De (35') et (36) résulte que les dérivées de la fonction ψ s'annulent elles-aussi.

De (5'), en vertu de la condition (9) il résulte:

$$(39) \quad u(x, y) = -p(x, y).$$

6. CONDITIONS AUX LIMITES. - Après les résultats que nous venons d'obtenir ci-dessus, il nous reste à déterminer encore, dans la solution générale du problème, quatre fonctions $j_{k\pm}(\lambda)$, ce que nous allons faire en utilisant les conditions aux limites. Nous avons:

$$(40) \quad v(x, \pm 0) = Y_{\pm}(x), \quad x \in [-1, +1]$$

ainsi que les conditions qui assurent la continuité du champ magnétique

$$(41) \quad b_x(x, +0) - b_x(x, -0) = \varepsilon(x) i(x), \quad \forall x$$

$$(42) \quad b_y(x, +0) - b_y(x, -0) = 0, \quad \forall x.$$

Nous avons noté par $i(x)$ la densité du courant de surface dans le profil, en variables sans dimensions, ayant la direction de l'axe Oz, et par $\varepsilon(x)$ la fonction

$$(43) \quad \varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-1, +1] \\ 0, & x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty). \end{cases}$$

De (40) nous avons également:

$$(40') \quad v(x, +0) - v(x, -0) = \varepsilon(x) [Y'(x)], \quad \forall x$$

avec

$$(40'') \quad [Y'(x)] = Y'_+(x) - Y'_-(x).$$

De (42) et (40') en utilisant la représentation générale de la solution, le fait que (42) est définie pour tout x , ainsi que le théorème relatif à l'inversion intégrales de Fourier, nous déduisons:

$$(44) \quad \frac{1}{s_1^2 - \lambda^2} (\bar{j}_{1+} - \bar{j}_{1-}) + \frac{1}{s_2^2 - \lambda^2} (\bar{j}_{2+} - \bar{j}_{2-}) = 0.$$

De façon analogue, de (40')

$$(45) \quad \frac{1}{s_1^2 - \lambda^2 \beta^2} (\bar{j}_{1+} - \bar{j}_{1-}) + \frac{1}{s_2^2 - \lambda^2 \beta^2} (\bar{j}_{2+} - \bar{j}_{2-}) = \\ = I(\lambda) = - \frac{1}{2\pi i \lambda \beta^2} \int_{-1}^{+1} [Y'(x)] e^{i\lambda x} dx.$$

De (44) et (45) nous obtenons:

$$(46) \quad \begin{cases} \bar{j}_{1+} - \bar{j}_{1-} = - \frac{I(\lambda)}{s_1^2 - \lambda^2} \cdot \frac{P_1 P_2}{\lambda^2 M^2 (s_2^2 - s_1^2)} \\ \bar{j}_{2+} - \bar{j}_{2-} = \frac{I(\lambda)}{s_1^2 - \lambda^2} \cdot \frac{P_1 P_2}{\lambda^2 M^2 (s_2^2 - s_1^2)} \end{cases}$$

P_1 et P_2 étant les produits (31).

En inversant aussi les intégrales de type Fourier apparaissant dans (41), nous avons:

$$(47) \quad \frac{s_1}{s_1^2 - \lambda^2} (\bar{j}_{1+} + \bar{j}_{1-}) + \frac{s_2}{s_2^2 - \lambda^2} (\bar{j}_{2+} + \bar{j}_{2-}) = - \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} i(x) e^{i\lambda x} dx.$$

Enfin, de (40) nous obtenons:

$$(48) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} i\lambda \left(\frac{\bar{j}_{1+}}{s_1^2 - \lambda^2 \beta^2} + \frac{\bar{j}_{2+}}{s_2^2 - \lambda^2 \beta^2} \right) e^{-i\lambda x} d\lambda = \frac{A^2}{\beta^2} Y'_+(x), \quad x \in [-1, +1]$$

ce qui constitue une équation intégrale pour le détermination des fonctions $\bar{j}_{1+}$ et $\bar{j}_{2+}$.

Nous supposons que la fonction $Y'_+(x)$ constitue la restriction sur l'intervalle $[-1, +1]$ d'une fonction analytique et absolument intégrable sur tout l'axe Ox . Il résulte alors que la fonction $Y'_+(x)$ se prolonge analytiquement sur tout l'axe Ox , de façon unique, et l'équation (48) nous fournit:

$$(49) \quad \frac{\bar{j}_{1+}}{s_1^2 - \lambda^2 \beta^2} + \frac{\bar{j}_{2+}}{s_2^2 - \lambda^2 \beta^2} = \frac{A^2}{2\pi i \lambda \beta^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{Y}'_+(x) e^{i\lambda x} dx$$

où $\bar{Y}'_+$ est la fonction analytique définie sur l'intervalle $(-\infty, +\infty)$, qui coïncide sur le segment $[-1, +1]$ avec Y'_+ .

Les quatre conditions (46), (47) et (49) définiront les quatre fonctions inconnues $\bar{j}_{k\pm}(\lambda)$.

En particulier, si $Y_+(x) = Y_-(x)$, les conditions (46) nous fournissent $\bar{j}_{k+} = \bar{j}_{k-}$ ce qui assure la symétrie du problème. Nous avons donc dans ce cas $j(x, y) = j(x, -y)$ et

$$(50) \quad \begin{cases} u(x, y) = -u(x, -y) & , \quad b_x(x, y) = -b_x(x, -y) \\ v(x, y) = v(x, -y) & , \quad b_y(x, y) = b_y(x, -y) \end{cases}$$

résultat obtenu dans [1].

APPENDICE

Nous avons:

$$(1) \quad \sqrt{b^2 - 4c} = \sqrt{a_1 + ia_2} = A_1 + iA_2$$

avec les notations

$$(1') \quad a_1 = \lambda^4 M^4 - \lambda^2 N^2 (A^2 - \beta^2)^2, \quad a_2 = -2\lambda^3 NM^2 (A^2 + \beta^2)$$

d'où l'on déduit que a_1 et a_2 ne peuvent pas être nulles en même temps pour tout λ , ce qui démontre que les racines de l'équation (19) sont distinctes.

Nous avons également:

$$(2) \quad \gamma = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \lambda^2 \{ [M^4 \lambda^2 + N^2 (A^2 - \beta^2)^2]^2 + 16 \lambda^2 \beta^2 A^2 N^2 M^4 \}^{1/2}$$

et

$$(3) \quad A_1^{I,II} = \mp \sqrt{\frac{1}{2} (\gamma + a_1)}, \quad A_2 = \text{sign } \lambda \sqrt{\frac{1}{2} (\gamma - a_1)}.$$

Pour déterminer A_1 on prend le signe « — » lorsque A et M se trouvent dans la région I et « + » lorsqu'ils se trouvent dans la région II (fig. 1).

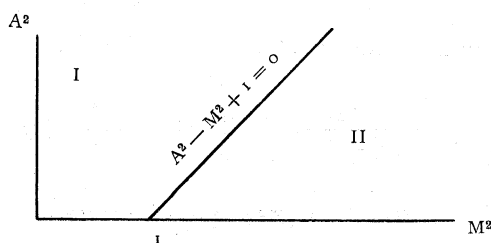


Fig. 1.

Nous avons utilisé partout la déterminations arithmétique des radicaux.

De façon analogue:

$$(4) \quad \sqrt{\frac{b \pm (A_1 + iA_2)}{2}} = \sqrt{B_{1\pm}^{I,II} + iB_{2\pm}^{I,II}} = \mathfrak{B}_{1\pm}^{I,II} + i\mathfrak{B}_{2\pm}^{I,II}$$

où

$$(4') \quad 2 B_{1\pm}^{I,II} = b_1 \pm A_1^{I,II}, \quad 2 B_{2\pm}^{I,II} = -b_2 \pm A_2$$

et

$$(5) \quad \mathfrak{B}_{1\pm}^{I,II} = \sqrt{\frac{1}{2} (\delta_{\pm}^{I,II} + B_{1\pm}^{I,II})}, \quad \mathfrak{B}_{2\pm}^{I,II} = (\pm) \sqrt{\frac{1}{2} (\delta_{\pm}^{I,II} - B_{1\pm}^{I,II})}$$

avec

$$(5') \quad \delta_{\pm}^{I,II} = \{ (B_{1\pm}^{I,II})^2 + (B_{2\pm}^{I,II})^2 \}^{1/2}$$

Les déterminations de (5) étant données par

$$(6) \quad \text{sign } \mathfrak{B}_{2\pm} = \text{sign } B_{2\pm} = \text{sign } \lambda \cdot \text{sign} \left\{ -N(A^2 - \beta^2) \pm \sqrt{\frac{1}{2\lambda^2} (\gamma - a_1)} \right\}.$$

Vu que

$$M^2 < 1 \quad , \quad N |A^2 - \beta^2| < \sqrt{\frac{1}{2\lambda^2} (\gamma - a_1)}$$

$$M^2 > 1 \quad , \quad N |A^2 - \beta^2| > \sqrt{\frac{1}{2\lambda^2} (\gamma - a_1)}$$

$$M = 0 \quad , \quad N |A^2 - \beta^2| = \sqrt{\frac{1}{2\lambda^2} (\gamma - a_1)}$$

il résulte: $\text{sign } \mathfrak{B}_{2+} = \text{sign } \lambda$, et $\text{sign } \mathfrak{B}_{2-} = -\text{sign } \lambda$, lorsque $M^2 < 1$; $\text{sign } \mathfrak{B}_{2\pm} = -\text{sign } \lambda$, lorsque $M^2 > 1$.

C'est à remarquer enfin que $\mathfrak{B}_{1\pm}^{I,II}$ est une fonction seulement de λ^2 ce qui fera possible d'imposer la condition d'amortissement à l'infini.

Deux des racines de l'équation (19) seront

$$(7) \quad s_1 = -(\mathfrak{B}_{1+}^{I,II} + i \mathfrak{B}_{2+}^{I,II}) \quad , \quad s_2 = -(\mathfrak{B}_{1-}^{I,II} + i \mathfrak{B}_{2-}^{I,II})$$

et les autres deux $-s_1$ et $-s_2$.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] L. DRAGOS *Théorie des profils minces en magnétoaérodynamique*, « J. Mécanique », 2 223-243 (1963).
- [2] L. SCHWARTZ, *Meth. Math. Sci. Phys.*, pp. 200-202, Hermann, Paris 1962.