Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Antonino Girlanda, Biagio Federico

Sulla discontinuità 20°

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **40** (1966), n.1, p. 64–72.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1966_8_40_1_64_0>

Geofisica. — *Sulla discontinuità* 20°. Nota di ANTONINO GIRLANDA e BIAGIO FEDERICO, presentata (*) dal Socio P. CALOI.

RÉSUMÉ. — On expose les résultats d'une longue recherche sur la « 20° discontinuity ». On conclut sur l'existence d'une surface de discontinuité à la profondeur de 537 km, à travers laquelle la vitesse des ondes longitudinales passe de 8,96 km/sec à 9,58 km/sec.

PREMESSA.

In un recente studio [1] sul terremoto della Sicilia del 23 dicembre 1959 ($14^{\circ}39'21'',41 \pm 3'42'',11$ long. E; $37^{\circ}39'23'',43 \pm 5'11'',59$ lat. N geocentrica; $h = 77,13$ km $\pm 4,93$; $T_0 = 09^{h}29^{m}04^{s},0 \pm 0^{s},91$) sono stati accertati i seguenti fatti:

a) La curva dei tempi di tragitto dei primi impulsi, registrati fino a distanze di 30°, si spezza in due rami distinti le cui equazioni più probabili sono rispettivamente:

$$t = 5,855 + 13,982367\,\Delta - 0,02493099\,\Delta^2 - 0,0004978825\,\Delta^3 \tag{1}$$
$$(0^{\circ},8 \leq \Delta \leq 19^{\circ},9),$$

$$t = 31,650 + 16,420464\,\Delta - 0,30528644\,\Delta^2 + 0,004228345\,\Delta^3 \tag{2}$$
$$(21^{\circ} \leq \Delta \leq 30^{\circ}).$$

b) Presenza nei sismogrammi di Tamanrassett, Uppsala, Skalstugan di un secondo impulso seguente il primo di 9^s nella prima stazione, di 7^s nella seconda, di $14^s,8$ nella terza. Il tempo di tragitto relativo a questo secondo impulso per la prima stazione ($\Delta = 16^{\circ},9$) si accorda perfettamente col secondo ramo di dromocrona (equazione (2)) estrapolata fino a 16°, mentre i tempi di tragitto relativi al 2° impulso registrato nelle altre due ($\Delta = 22^{\circ},1$; $\Delta = 25^{\circ},8$) si accordano con il primo ramo di dromocrona (equazione (1)) estrapolata fino a 26°.

c) Il punto d'intersezione dei due rami si ha in corrispondenza alla distanza $\Delta_{1,2} = 20^{\circ},07$, che risulta sensibilmente superiore a quella prevista dalla dromocrona di Jeffreys e Bullen relativa alla medesima profondità.

d) Il primo ramo di dromocrona, nell'intervallo 0°–20°, non presenta alcun flesso, nonostante la sensibile profondità dell'ipocentro.

I fatti *a*) e *b*) si giustificano con l'esistenza della « discontinuità 20° », in quanto tale esistenza si tradurrebbe, in un certo intervallo di distanze, nella presenza nei sismogrammi di due impulsi associati all'onda P diretta (P_d) e all'onda P rifratta (P_r) in corrispondenza di una superficie attraverso la quale si verifica un brusco aumento di velocità.

(*) Nella seduta dell'8 gennaio 1966.

Il fatto *c*) mette in evidenza un sensibile disaccordo con le dromocrone di J — B che, pur tenendo conto della discontinuità 20°, non considerano gli effetti provocati dall'*astenosfera*. Infatti l'allontanamento del punto d'intersezione dei due rami verso distanze superiori a quella prevista dalle dromocrone di J — B può essere giustificato dalla presenza del *low-velocity layer*, in quanto tale presenza fa sí che il ripristino dell'andamento *normale* della velocità nella parte superiore del mantello, anziché verificarsi immediatamente al disotto della superficie di Mohorovičić, si inizi ad una profondità sensibilmente superiore.

Il fatto *d*) è nettamente giustificato dalla presenza dell'astenosfera [2], in quanto il particolare valore della profondità da noi calcolato pone l'ipocentro nelle immediate vicinanze della superficie mediana del canale astenosferico, dove sono verificate le condizioni più favorevoli per l'insorgenza del fenomeno di canalizzazione dell'energia sismica [3, 4].

L'insieme dei fatti osservati mette pertanto in evidenza la possibile coesistenza della *discontinuità* 20° e dell'*astenosfera*.

Nello studio citato, al fine di ottenere alcune valutazioni quantitative, utilizzando un semplice metodo che richiede la conoscenza della velocità in funzione della profondità nella parte superiore del mantello, si è calcolata la massima profondità attinta dal raggio sismico associato all'onda P_d emergente alla distanza di 26° che è la massima distanza alla quale si è potuta direttamente constatare la presenza del 2° impulso. Ritenendo valida nella parte superiore del mantello la legge di velocità

$$(3) \qquad V = V_* \left(\frac{r}{R_*}\right)^b \qquad (V_* = 7{,}75 \text{ km/sec} ; R_* = 6337 \text{ km} ; b = -9/4)$$

ed utilizzando l'equazione del primo ramo di dromocrona dedotta dalla (1) eliminando l'effetto della crosta, si è ottenuto per tale profondità il valore $h = 418{,}8$ km. Riferendosi, invece, ad una legge di velocità dedotta dai valori proposti da Gutenberg si è ottenuto il valore $h = 391{,}1$ km. Si è pertanto concluso che, non tenendo conto dell'esistenza dell'astenosfera, la profondità della superficie responsabile della discontinuità 20° non è inferiore a 419 km; tenendo conto della curva di velocità proposta da Gutenberg tale profondità è non inferiore a 391 km.

In questa Nota si è cercato di meglio delimitare la profondità della discontinuità senza fare ricorso a leggi di velocità precostituite ed utilizzando tutte le informazioni deducibili dalle dromocrone rappresentate dalla (1) e (2).

Nella prima parte ci siamo limitati a caratterizzare alcune possibili conseguenze quantitative derivanti dall'osservato disaccordo con le dromocrone di J — B che, fra l'altro, escludono l'esistenza dell'astenosfera.

Nella seconda parte viene dimostrato che le equazioni (1) e (2), tenendo conto dei valori numerici della velocità proposti da Gutenberg fra i 40 e gli 80 km di profondità, danno luogo ad una probabile legge di velocità che accusa una sensibile discontinuità in corrispondenza alla profondità di circa 536 km.

PARTE I.

L'equazione (1) del primo ramo di dromocrona è stata ridotta alla superficie superiore del mantello assumendo, per la crosta, uno spessore medio di 33 km e una velocità media delle onde P di 6,11 km/sec. Per effettuare tale riduzione sono state calcolate le correzioni $\delta\Delta_i$ e δt_i in corrispondenza ad ogni coppia di valori Δ_i e t_i soddisfacenti la (1), per valori di Δ intervallati di 1°, da 1° a 20°, utilizzando le relazioni:

$$(4) \qquad \delta\theta_i = \int_{R_*}^{R_0} \frac{p_i\, dr}{r\sqrt{\eta^2 - p_i^2}} \quad , \quad \delta t_i = \int_{R_*}^{R_0} \frac{\eta^2\, dr}{r\sqrt{\eta^2 - p_i^2}}$$

($\delta\theta_i$ è il valore di $\delta\Delta_i$ espresso in radianti), che in questo caso divengono

$$\delta\theta_i = \operatorname{sen}^{-1}\frac{p_i}{\eta_*} - \operatorname{sen}^{-1}\frac{p_i}{\eta_0}\,,$$

$$\delta t_i = \sqrt{\eta_0^2 - p_i^2} - \sqrt{\eta_*^2 - p_i^2}\,.$$

Utilizzando le venti coppie di valori corretti Δ_* e t_* e impiegando il metodo dei minimi quadrati, si è ottenuta la seguente equazione del primo ramo di dromocrona ridotta:

$$(5) \qquad t_* = 2{,}42098 + 13{,}964398\,\Delta_* - 0{,}0255313\,\Delta_*^2 - 0{,}00048604\,\Delta_*^3\,,$$

con una somma di quadrati dei residui $[\nu\nu] = 0{,}00021727$.

La (5) è stata ulteriormente ridotta alla superficie sferica passante per l'ipocentro (di raggio $R_F = R_0 - 77{,}13$ km) impiegando le (4) che, assumendo limitatamente all'intervallo $R_* - R_F$ la legge di velocità espressa dalla (3), divengono:

$$(6) \qquad \begin{cases} \delta\theta_F = \dfrac{1}{1-b}\left\{ tg^{-1}\dfrac{\sqrt{\eta_*^2 - p_*^2}}{p_*} - tg^{-1}\dfrac{\sqrt{\eta_F^2 - p_*^2}}{p_*} \right\}, \\[2ex] \delta t_F = \dfrac{1}{1-b}\left\{ \sqrt{\eta_*^2 - p_*^2} - \sqrt{\eta_F^2 - p_*^2} \right\}. \end{cases}$$

Le coppie di valori corretti hanno dato luogo alla seguente equazione ridotta

$$(7) \qquad t_F = (13{,}8772 \pm 0{,}0256)\,\Delta_F - (0{,}001661119 \pm 0{,}00009288)\,\Delta_F^3\,,$$

che possiede i requisiti necessari per la validità della formula di Herglotz-Wiechert qui utilizzata sotto la forma

$$(8) \qquad \int_0^{\Delta_k} \cos h^{-1}\left(\frac{p}{\eta_k}\right) d\Delta = \pi \log\left(\frac{R_F}{r_k}\right),$$

essendo:

Δ_k un qualunque valore di Δ_F compreso nell'intervallo di validità della (7) (incluso il valore $\Delta_k = 0$);

r_k la distanza (espressa in km) dal centro della terra del vertice del raggio sismico emergente alla distanza Δ_k;

$p = \frac{180}{\pi} \frac{dt_F}{d\Delta_F}$ (deducibile dalla (7) in funzione di Δ_F nell'intervallo $0 - \Delta_k$),

$$\eta_k = r_k / V_k = p_k = \frac{180}{\pi} \left(\frac{dt_F}{d\Delta_F} \right)_{\Delta_F = \Delta_k} . \tag{9}$$

Il calcolo, mediante integrazione numerica, del 1° membro della (8) per un assegnato valore di Δ_k e quindi del rapporto $\eta_k = r_k/V_k$, consente la determinazione di r_k; dalla (9) si deduce il corrispondente valore di V_k. Sono state eseguite 13 determinazioni. Utilizzando le tredici coppie di valori r_k, V_k, così ottenute, sono stati calcolati i valori più probabili delle costanti V_F e b che intervengono nella relazione

$$V = V_F \left(\frac{r}{R_F} \right)^b \tag{10}$$

mediante il sistema di equazioni di condizione:

$$\log V_F - b\,(\log R_F - \log r_k) - \log V_k = \nu_k .$$

Si è ottenuto:

$$b = -2{,}1168315 \pm 0{,}0288632 ,$$
$$V_F = 7{,}914 \pm 0{,}009.$$

La legge di velocità (10), che scaturisce dall'equazione (7), consente di ridurre l'equazione (2) della dromocrona delle P_r ad una generica superficie sferica di raggio r_j tale che $R_* > r_j > r_x$, essendo r_x il raggio della superficie sferica sede della supposta discontinuità. A tale scopo la (2) è stata preventivamente ridotta alla superficie di Mohorovičić con lo stesso metodo impiegato per l'analoga riduzione della (1). Si è ottenuto:

$$t_* = 28{,}18863 + 16{,}3212104\,\Delta_* - 0{,}30343204\,\Delta_*^2 + 0{,}00423521 57\,\Delta_*^3 . \tag{11}$$

Le correzioni $\delta\Delta_j$ e δt_j relative ad ogni coppia di valori Δ_* e t_* soddisfacenti la (11) sono deducibili da relazioni analoghe alle (4), ognuna delle quali, in questo caso, si trasforma nella somma di due integrali i cui limiti di integrazione divengono rispettivamente r_j, R_* e r_j, R_F. La validità della (10) consente l'utilizzazione di relazioni formalmente analoghe alle (6).

Sono state eseguite tre riduzioni della (11) in corrispondenza a tre distinti valori di r_j e precisamente: $r_1 = 5801{,}4$ km ; $r_2 = 5790$ km ; $r_3 = 5780$ km. Si sono ottenute le seguenti tre equazioni ridotte:

$$\begin{aligned} t_1 = {} & (1{,}79887 \pm 0{,}341306) + (9{,}4564556 \pm 0{,}0521609)\,\Delta_1 - \\ & - (0{,}000525711 \pm 0{,}000131871)\,\Delta_1^3, \quad (r_1 = 5801{,}4\,\text{km}; h_1 = 568{,}6\,\text{km}) \end{aligned} \tag{12}$$

$$(13)\quad t_2 = (0{,}62368 \pm 0{,}31334) + (9{,}4568949 \pm 0{,}0498608)\,\Delta_2 - (0{,}000564700 \pm 0{,}000135741)\,\Delta_2^3, \quad (r_2 = 5790 \text{ km}\ ;\ h_2 = 580 \text{ km})$$

$$(14)\quad t_3 = -(0{,}37773 \pm 0{,}29165) + (9{,}4569221 \pm 0{,}0483593)\,\Delta_3 - (0{,}000604031 \pm 0{,}00014113)\,\Delta_3^3, \quad (r_3 = 5780 \text{ km}\ ;\ h_3 = 590 \text{ km}).$$

Per $r_j \to r_x$ l'equazione (11) deve ridursi all'equazione della dromocrona di un'onda a tragitto continuo nella parte sottostante al superficie sferica di raggio r_x ed avente origine in un punto della superficie stessa. Pertanto, dovendo verificarsi la condizione $t_x = 0$ per $\Delta_x = 0$, tale equazione ridotta dovrà mancare del termine indipendente da Δ_x. Si noti che nelle precedenti riduzioni, allorché si passa dal valore $r_j = 5790$ km ($h_j = 580$ km) al valore $r_j = 5780$ km ($h_j = 590$ km), il termine indipendente da Δ_x passa dal valore 0,62368 al valore $-0{,}37773$, per cui si può affermare che r_x è compreso fra 5790 e 5780 km. Per determinare r_x è sufficiente estrapolare linearmente servendosi dei due valori r_1 e r_2, in corrispondenza dei quali resta ancora valida la legge di velocità (10). Si ottiene agevolmente:

$$r_x = 5783{,}950 \pm 4{,}973 \text{ km} \qquad (h_x = 586{,}050 \pm 4{,}973 \text{ km}).$$

Mediante estrapolazione lineare operata sui coefficienti di Δ_j e di Δ_j^3 nelle prime due equazioni, si sono ottenuti, per $r_j = r_x$, rispettivamente i valori $9{,}457128 \pm 0{,}006591$ sec/1° e $-0{,}00058554247 \pm 0{,}0002199072$ sec/1°². Pertanto l'equazione del secondo ramo di dromocrona ridotta alla superficie di discontinuità è la seguente:

$$(15)\qquad t_x = (9{,}457128 \pm 0{,}006591)\,\Delta_x - (0{,}00058554247 \pm 0{,}0002199072)\,\Delta_x^3.$$

Tendendo ad r_x dalla parte sovrastante, la (10) fornisce per V il seguente valore

$$\mathrm{V}\,(r_x+) = 9{,}461 \pm 0{,}112 \text{ km/sec}\ ;$$

tendendo ad r_x dalla parte sottostante la (15) fornisce

$$\mathrm{V}\,(r_x-) = \frac{r_x}{\dfrac{180}{\pi}\left(\dfrac{dt_x}{d\Delta_x}\right)_{\Delta_x=0}} = 10{,}674 \pm 0{,}092 \text{ km/sec}.$$

Parte II.

Per la riduzione del primo ramo di dromocrona alla superficie di Mohorovičić sono state ancora utilizzate le (4) assumendo qui i seguenti dati:

$$\mathrm{R}_* = \mathrm{R}_0 - 40 \text{ km},$$

$\mathrm{V}_0 = 6{,}34$ km/sec (Velocità media delle onde P nella crosta).

L'equazione ridotta ottenuta è la seguente:

$$t = 1{,}1385 + 14{,}1012005\,\Delta_* - 0{,}034798012\,\Delta_*^2 - 0{,}0003190456\,\Delta_*^3 . \tag{16}$$

L'esistenza dell'astenosfera è basata sul fatto che, a partire dalla superficie di Mohorovičić, la velocità delle onde P ed S, fino alla profondità di 80 km, anziché crescere con la profondità, decresce. I valori determinati da Gutenberg sono i seguenti:

per $h = 40$ km	V = 8,08 km/sec,
60	7,87
80	7,80.

Per profondità superiori a 80 km la velocità delle P riprende a crescere.

Si è pensato, pertanto, di dedurre l'equazione della dromocrona delle onde P_d valevole per la terra privata di tutto lo strato al disopra degli 80 km, in modo da ridursi ad un modello nel quale, almeno per un conveniente spessore, la velocità cresca regolarmente con la profondità. Si può agevolmente verificare che i valori sopra riportati costituiscono soluzioni esatte della equazione

$$V = 8{,}92 - 0{,}028\,h + 0{,}000175\,h^2 , \tag{17}$$

e pertanto, per valori di r tali che $6330 \geq r \geq 6290$, la velocità delle onde P può essere espressa in funzione di r dalla relazione quadratica

$$V = 6931{,}5175 - 2{,}2015\,r + 0{,}000175\,r^2. \tag{18}$$

Tale legge non consente il calcolo diretto degli integrali che permettono di determinare le correzioni $\delta\Delta_*$ e δt_* da apportare ad ogni coppia di valori Δ_*, t_* soddisfacenti la (16) per ottenere i corrispondenti valori che devono soddisfare l'equazione della dromocrona ridotta alla superficie sferica di raggio $R_c = R_0 -$ $- 80$ km. Il calcolo di tali correzioni è stato eseguito per 16 coppie di valori Δ_k, t_k, mediante integrazione numerica, ricorrendo a note formule di quadratura, suddividendo l'intervallo d'integrazione in intervalli parziali di ampiezza $\delta r_i = 2$ km ed includendo come punto di suddivisione il punto $r = R_F$, corrispondente all'ipocentro, che dà luogo a due intervalli parziali di ampiezza 2,87 e 1,13 km rispettivamente. Le 16 coppie di valori corretti così ottenute si adattano alla equazione

$$t_c = (14{,}186344 \pm 0{,}002392)\,\Delta_c - (0{,}04823823 \pm 0{,}00012748)\,\Delta_c^2 \tag{19}$$

con una somma di quadrati dei residui $[vv] = 0{,}0166566$. La (19) consente l'utilizzazione della (8) per il calcolo della coppia di valori r_k e V_k corrispondenti al vertice del raggio emergente sulla superficie sferica di raggio R_c alla distanza Δ_k. Sono state eseguite 13 determinazioni. Riportando sull'asse delle ascisse i valori delle differenze $\log R_c - \log r_k$ e sulle ordinate i corrispondenti valori di V_k si è ottenuta una successione di punti sensibilmente appartenenti ad un ramo di parabola con l'asse parallelo all'asse delle ascisse; pertanto la sua equazione può essere messa sotto la forma:

$$V^2 - V_c^2 = A(\log R_c - \log r) + B(V - V_c)\,, \tag{20}$$

essendo $V_c = 7{,}8$ km/sec (velocità per $r = R_c$). La soluzione del sistema delle 13 equazioni di condizione ottenute in corrispondenza alle 13 determinazioni precedenti ha dato luogo ai seguenti risultati:

$$A = 61{,}365372 \pm 0{,}642226\,,$$

$$B = 15{,}022944 \pm 0{,}005763\,,$$

con una somma di quadrati dei residui $[vv] = 0{,}00005199$. Dalla (20) si trae:

$$V = \beta + \sqrt{\alpha - A \log r} \tag{21}$$

essendo:

$$\beta = B/2 = 7{,}511472 \pm 0{,}002877\,,$$

$$\alpha = 233{,}1888556 \pm 2{,}4403889\,.$$

Delle due radici positive si è scelta la (21) in quanto tutti i valori di V calcolati in precedenza sono maggiori di β.

Per la riduzione del 2° ramo (equaz. (2)) alla superficie di Mohorovičić e, successivamente alla superficie sferica di raggio $R_c = R_0 - 80$ km, sono stati adoperati gli stessi metodi utilizzati in questa seconda parte per la riduzione del 1° ramo. Si è ottenuto:

$$t_c = 27{,}198912 + 15{,}9479685\,\Delta_c + 0{,}292559156\,\Delta_c^2 + 0{,}004151295\,\Delta_c^3\,, \tag{22}$$

con una somma di quadrati dei residui $[vv] = 0{,}0003826 45$ su 15 equazioni di condizione. Disponendo della (21) e, quindi, della relazione che lega la variabile $\eta = r/V$ ad r, è possibile ridurre l'equazione (22) ad una superficie sferica di raggio r_j tale che $R_c > r_j > r_x$, avendo ancora indicato con r_x il raggio della superficie sferica oltre la quale non si può ritenere ancora valida la legge di velocità espressa dalla (21). Per le diverse riduzioni della (22) si deve ricorrere a formule del tipo (4). Delle funzioni integrande, espresse in termini della variabile r mediante la (21), non si conosce una primitiva e pertanto per ogni coppia Δ_c e t_c si è ricorso all'integrazione numerica. In corrispondenza ad ogni prescelto valore di r_j sono state calcolate 14 coppie di valori ridotti Δ_j, t_j che sono stati adattati ad equazioni del tipo

$$t_j = \alpha_{0,j} + \alpha_{1,j}\,\Delta_j + \alpha_{2,j}\,\Delta_j^2 + \alpha_{3,j}\,\Delta_j^3 \tag{23}$$

i cui coefficienti sono stati, di volta in volta, calcolati col metodo dei minimi quadrati. Sono state così determinate 12 equazioni ridotte in corrispondenza a valori di r_j compresi tra 6070 km e 5790 km. I valori dei coefficienti della (23) in corrispondenza ai diversi valori di r_j sono riportati nella tabella seguente

r_j	h_j	$\alpha_{0,j}$	$\alpha_{1,j}$	$\alpha_{2,j}\cdot 10^2$	$\alpha_{3,j}\cdot 10^4$
6070	300	15,94406	13,125873	— 20,69257	35,31652
6020	350	13,13719	12,529094	— 18,62401	33,60922
5970	400	10,06504	11,960608	— 16,49254	31,60972
5920	450	6,75559	11,431971	— 14,35797	29,41188
5870	500	2,94738	10,950955	— 12,25107	27,01376
5850	520	1,34308	10,778380	— 11,46490	26,10619
5840	530	0,53355	10,694327	— 11,08890	25,74024
5830	540	— 0,27869	10,605229	— 10,60929	24,94965
5820	550	— 1,17710	10,529413	— 10,27140	24,65762
5810	560	— 1,96898	10,446292	— 9,80712	23,85810
5800	570	— 2,80040	10,375322	— 9,48201	23,57171
5790	580	— 3,69413	10,290557	— 8,94711	22,48445

Per ottenere il valore h_j in corrispondenza del quale si ha $\alpha_{0,j} = 0$, si è espresso α_0 in funzione di h servendosi dei valori h_j che hanno dato luogo a valori $\alpha_{0,j}$ positivi e per i quali la legge di velocità (21) si può ritenere valida. Ritenendo sufficiente l'approssimazione mediante la relazione quadratica

$$\alpha_0 = \mathrm{A}_0 + \mathrm{B}_0 h + \mathrm{C}_0 h^2 ,$$

risolvendo il sistema delle 7 equazioni di condizione

$$\mathrm{A}_0 + \mathrm{B}_0 h_j + \mathrm{C}_0 h_j^2 - \alpha_{0,j} = \nu_j ,$$

si è ottenuto:

$$\alpha_0 = (25{,}86205 \pm 0{,}23473) - (1{,}396856 \pm 0{,}1151927)\cdot 10^{-2} h - \\ - (0{,}63782892 \pm 0{,}01367096)\cdot 10^{-4} h^2 . \tag{25}$$

La radice positiva h_x dell'equazione, ottenuta eguagliando a zero il 2° membro della (25), è pertanto

$$h_x = 536{,}611 \pm 10{,}648 .$$

Lo stesso procedimento seguito per dedurre la (25) è stato impiegato per determinare le analoghe relazioni per i coefficienti α_1, α_2, α_3. Si è ottenuto:

$$\alpha_1 = (17{,}66550 \pm 0{,}07541) - (1{,}767166 \pm 0{,}037010)\cdot 10^{-2} h + \\ + (0{,}08509267 \pm 0{,}00439228)\cdot 10^{-4} h^2 , \tag{26}$$

$$\alpha_2 = -(0{,}337691 \pm 0{,}004918) + (0{,}044357 \pm 0{,}002414) \cdot 10^{-2} h - \\ -(0{,}000281722 \pm 0{,}000286464) \cdot 10^{-4} h^2 , \tag{27}$$

$$\alpha_3 = (42{,}55068 \pm 1{,}06716) \cdot 10^{-4} - (1{,}363966 \pm 0{,}523714) \cdot 10^{-4} h - \\ -(0{,}3447378 \pm 0{,}0621541) \cdot 10^{-4} h^2 , \tag{28}$$

dalle quali sono stati ricavati i valori dei coefficienti $\alpha_{1,x}$, $\alpha_{2,x}$, $\alpha_{3,x}$ per $h = h_x$. Si è così ottenuta la seguente equazione del 2° ramo di dromocrona ridotta alla superficie sferica di raggio $r_x = R_0 - 536{,}611$ km $= 5833{,}389$ km:

$$t_x = (10{,}632942 \pm 0{,}263422) \Delta_x - (0{,}10771817 \pm 0{,}01671447) \Delta_x^2 + \\ + (0{,}0025304714 \pm 0{,}0003539852) \Delta_x^3 . \tag{29}$$

La (21), valida nella zona sovrastante, per $r \rightarrow r_x$, fornisce il valore

$$V(r_{x+}) = 8{,}958 \pm 0{,}093 \text{ km/sec} .$$

Dalla (29), che è relativa all'onda P che si propaga esclusivamente nella zona sottostante, si deduce:

$$V(r_{x-}) = \frac{r_x}{\frac{180}{\pi}\left(\frac{dt_x}{d\Delta_x}\right)_{\Delta_x=0}} = 9{,}575 \pm 0{,}223 .$$

BIBLIOGRAFIA.

[1] FEDERICO B. e GIRLANDA A., *Il terremoto della Sicilia del 23 Dicembre 1959 e la « discontinuità 20° »*, « Annali di Geofisica », XVIII, 2 (1965).

[2] CALOI P., *Onde longitudinali e trasversali guidate dall'astenosfera*, « Rend. Accademia Naz. dei Lincei », ser. VIII, vol. XV, fasc. 6 (1953).

[3] CALOI P., *L'astenosfera come canale guida dell'energia sismica*, « Annali di geofisica », 8 (1955).

[4] GUTENBERG B., *The asthenosphere low-velocity layer*, « Annali di Geofisica », XII, 4 (1959).