
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

PASCAL DUPONT

Continuità e velocità in Galileo

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 39 (1965), n.5, p. 255–262.*
Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1965_8_39_5_255_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Storia della matematica. — *Continuità e velocità in Galileo.*
Nota di PASCAL DUPONT, presentata (*) dal Socio B. FINZI (**).

1. In una Nota recente ci è sembrato di poter affermare che ciò che Galileo chiamava velocità e che noi vogliamo chiamare « velocità galileiana », ed indicare con $v(t)$, è una funzione continua del tempo ⁽¹⁾. Tale concezione di continuità non è che un caso particolare che rientra in un *principio di continuità* riscontrabile più in generale, anche se non costantemente seguito. Questo principio è il sostegno implicito del ragionamento che Galileo effettua sulla caduta dei gravi su piani via via meno inclinati e che lo porta ad affermare che « sopra una superficie che non fosse né acclive né declive » « il moto ... sarebbe ... senza termine, cioè perpetuo » (VII, 173) e « si continuerà egli perpetuamente con velocità uniforme » (VII, 53) ⁽²⁾. Sui piani inclinati, « alla maggiore inclinazione segue maggior velocità » (VII, 173) ed è implicita in tutti i ragionamenti galileiani una variazione continua di tale « inclinazione », che associata alla considerazione che « sopra il piano acclive il medesimo mobile cacciato dalla medesima forza in maggior distanza si muove quanto l'elevazione è minore » (VII, 173), porta per continuità al al moto uniforme sopra una superficie che « non fusse né acclive né declive » [oppure, per essere più precisi, sulla superficie sferica avente come centro il centro della terra: « il moto per la linea orizzontale, che non è declive né elevata, è moto circolare intorno al centro » (VII, 53)].

Non riteniamo con ciò che il principio di continuità, particolarmente affermato per la velocità (ved. n. 2), sia una costante del pensiero galileiano, come d'altra parte non è una costante nello sviluppo della fisica (ved. n. 7).

Nella prima giornata dei « Discorsi intorno a due nuove Scienze », Galileo studia il « ben noto problema che dalla fine del quindicesimo secolo in poi si rinnovò sotto l'ambizioso nome « rota Aristotelis » (ruota di Aristotile) » ⁽³⁾, problema che in alcuni casi portò ad un rifiuto della tradizionale dottrina aristotelica della continuità. Anche Galileo postula l'esistenza di una retta con « infiniti punti parte pieni e parte vacui » (VIII, 71). D'altra parte

(*) Nella seduta del 13 novembre 1965.

(**) Lavoro eseguito nell'ambito del Gruppo n. 25 del Consiglio Nazionale delle Ricerche (Comitato per la Matematica).

(1) P. DUPONT, *Studio critico del concetto di velocità istantanea in Galileo*, « Acc. Naz. Lincei, Rend. Classe di Scienze fis., mat. e nat. », fasc. 6, ser. VIII, vol. XXXVII — dicembre 1964.

(2) E con ciò Galileo afferma il principio d'inerzia. Cfr. P. DUPONT, *Metodologia e Meccanica galileiana nel « Dialogo dei Massimi sistemi »*, in *Scritti e discorsi su Galileo Galilei nel IV centenario della nascita*, a cura dell'Università di Padova e dell'Accademia Patavina di Scienze Lettere ed Arti, Padova 1964.

(3) Citato da MAX JAMMER, *Storia del concetto di spazio*, Feltrinelli 1963, p. 67.

Max Jammer sostiene addirittura « che la sua (di Galileo) trattazione sull'infinito e l'indivisibile è memore degli antichi insegnamenti del Kalām » (4), cioè di quella filosofia mussulmana che sosteneva la teoria atomistica dello spazio e la discontinuità dello spazio e del tempo (5).

2. Malgrado le precedenti riserve su una accettazione generale del principio di continuità da parte di Galileo, ci sembra di poter riconfermare che la velocità galileiana $v(t)$ sia una funzione continua del tempo. Alle citazioni riportate nel lavoro di cui alla nota 1, vogliamo, a sostegno di questa affermazione, aggiungere qualche considerazione ed altre citazioni.

Nella terza giornata dei Discorsi, Galileo riafferma la continuità della velocità di un grave che viene abbandonato a se stesso, continuità già sostenuta nel Dialogo; a sostegno della sua tesi porta un dato sperimentale facendo semplici considerazioni sulla percossa effettuata da un grave cadente da altezze disparate, per poi dire: « Ma senza ridursi a tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima) mi par che non sia difficile co'l semplice discorso penetrare una tal verità. Noi abbiamo un sasso grave, sostenuto nell'aria in quiete; si libera dal sostegno e si pone in libertà, e, come più grave dell'aria, vien descendendo al basso, e non con moto equabile, ma lento nel principio, e continuamente dopo accelerato; ed essendo che la velocità è augmentabile e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderà che tal mobile, partendosi da una tardità infinita (chè tale è la quiete), entri immediatamente in dieci gradi di velocità più che in una di quattro, o in questa prima che in una di due, di uno, di un mezo, di un centesimo? ed in somma in tutte le minori in infinito? » (VIII, 200).

In definitiva, nei due lavori citati (ved. note 1 e 2), oltreché in un altro lavoro in corso di stampa (6), abbiamo ritenuto d'interpretare il pensiero galileiano come segue: la velocità galileiana $v(t)$ è un'idea primitiva che Galileo non definisce mai esplicitamente neppure nel caso del moto uniforme, per il quale però la sua velocità coincide con la nostra (salvo al più sotto l'aspetto dimensionale); tale funzione $v(t)$ è una funzione continua e soddisfa alla proprietà che se in un intervallo (t', t'') una funzione $v_1(t)$ è sempre minore di un'altra funzione $v_2(t)$, lo spazio Δs_1 percorso nel tempo $t'' - t'$ dal mobile di velocità $v_1(t)$ è minore dello spazio Δs_2 percorso nello stesso tempo da un mobile di velocità $v_2(t)$; con queste proprietà, assunte come ipotesi, abbiamo dimostrato che il « grado di velocità » galileiano $v(t_0)$ di un

(4) P. 67, loc. cit.

(5) Per informazioni, dal punto di vista che c'interessa, sul Kalām, « termine tecnico designante nella civiltà mussulmana la teologia speculativa (contrapposta alla teologia positiva), applicante cioè la speculazione filosofica ai dati della rivelazione » (citato dal *Dizionario Enciclopedico Italiano*, Istituto della Enciclopedia italiana, Roma 1957), si può vedere MAX JAMMER, loc. cit., pp. 64-67; vedasi inoltre *Enzyklopaedie des Islam*, da p. 717 a p. 723, vol. II.

(6) P. DUPONT, *Il concetto « velocità » in Galileo* (in corso di stampa nel Volume commemorativo del *Centenario Galileiano*, a cura del Consiglio Nazionale Ricerche).

moto retto dall'equazione $s = s(t)$ ($s(t)$ essendo derivabile rispetto al tempo) coincide con la nostra velocità istantanea $s'(t_0)$.

Nella dimostrazione data, abbiamo considerato un moto di punto P, la cui legge sia $s = s(t)$, ad $s(t)$ abbiamo associato la « nostra velocità $s'(t)$ » (esistente per ipotesi) e la velocità galileiana $v(t)$ (continua per ipotesi) e dimostrato quindi che $v(t) = s'(t)$. Ora siamo in grado di fare un passo avanti dimostrando, da una parte, come la continuità della $v(t)$ implichi l'esistenza stessa della derivata $s'(t)$ nonché l'uguaglianza $v(t) = s'(t)$, e d'altra parte come, abbandonando l'ipotesi della continuità della $v(t)$, per sostituirla con la monotonia, persino solo a tratti, si possa, ammessa la derivabilità della $s(t)$, nuovamente far vedere che le due funzioni $v(t)$ ed $s'(t)$ s'identificano (7).

La funzione $v(t)$, come vedremo, risulterà così definita implicitamente mediante un gruppo di assiomi.

3. Indicheremo con $s_0 = s_0(t)$, $v_0 = v_0(t)$ particolari funzioni fra quelle indicate sinora con $s = s(t)$ e rispettivamente $v = v(t)$. Possiamo dimostrare il seguente teorema.

Sia $s_0(t)$ una funzione continua in un intervallo chiuso $[a, b]$, a cui sia associata una funzione $v_0(t)$ in una corrispondenza biunivoca fra insiemi S, V di funzioni, definite in $[a, b]$, $s(t)$ e $v(t)$ rispettivamente, tali che

$$s(t_0) = s_0(t_0) \quad \text{per ogni } s(t) \in S,$$

t_0 essendo un punto di $[a, b]$. Fra tutte le $v(t) \in V$, $s(t) \in S$ si suppongono valide le proprietà:

(U) *l'insieme V contiene tutte le $v(t)$ costanti, e a queste corrispondono tutte e sole le $s(t)$ lineari, con $v(t) = s'(t)$ (8);*

(G) *se in un intervallo Δt due funzioni $v_1(t)$, $v_2(t)$ soddisfano alla limitazione $v_1(t) < v_2(t)$, allora per i corrispondenti incrementi Δs_1 , Δs_2 delle s_1 , s_2 si ha $\Delta s_1 < \Delta s_2$.*

Ciò premesso, se $v_0(t)$ è continua in t_0 , allora $s_0(t)$ risulta necessariamente derivabile in t_0 e si ha $s'_0(t_0) = v_0(t_0)$.

Generalizzando il teorema, e cioè ampliando ovviamente le definizioni degli insiemi S, V, risulterà quindi $s'_0(t) = v_0(t)$ in tutti i punti di $[a, b]$.

Sia, in un primo tempo, t_0 un punto interno dell'intervallo $[a, b]$. Detto η un numero positivo arbitrario, posto $v_0(t_0) = v_{00}$, per la continuità di $v_0(t)$ esiste un intorno I(η) di t_0 tale che, per ogni t di tale intorno, risulta

(7) Naturalmente queste proprietà varranno sotto ulteriori particolari ipotesi che verranno precisate di volta in volta.

(8) Osserviamo che, nella dimostrazione che segue, utilizzeremo, al posto di questa proprietà (U), la proprietà meno restrittiva: se $v(t)$ è costante la corrispondente funzione $s(t)$ è lineare e risulta $v(t) = s'(t)$. Nel seguito però verrà proprio utilizzata la (U), alla quale soltanto corrisponde un'effettiva proprietà cinematica interessante.

$v_{00} - \eta < v_0(t) < v_{00} + \eta$; per la proprietà (G) si avrà perciò in $I(\eta)$

$$(v_{00} - \eta)(t - t_0) > s_0(t) - s_0(t_0) > (v_{00} + \eta)(t - t_0) \quad \text{per } t < t_0,$$

$$(v_{00} - \eta)(t - t_0) < s_0(t) - s_0(t_0) < (v_{00} + \eta)(t - t_0) \quad \text{per } t > t_0.$$

Dunque, per ogni $t \neq t_0$ ed in $I(\eta)$,

$$v_{00} - \eta < \frac{s_0(t) - s_0(t_0)}{t - t_0} < v_{00} + \eta$$

e quindi

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s_0(t) - s_0(t_0)}{t - t_0} = v_{00} = v_0(t_0).$$

Negli estremi a e b dell'intervallo in esame, le considerazioni precedenti valgono ovviamente soltanto per intorni $I(\eta)$, rispettivamente destro di a e sinistro di b , e si avrà:

$$\lim_{t \rightarrow a+} \frac{s_0(t) - s_0(a)}{t - a} = v_0(a), \quad \lim_{t \rightarrow b-} \frac{s_0(t) - s_0(b)}{t - b} = v_0(b).$$

Nell'enunciato dato, dunque, la continuità della $s(t)$ in a ed in b , dev'essere intesa, come d'altra parte si usa in questi casi, come continuità verso destra in a e verso sinistra in b ; analogamente s'intenderà $s_0(t)$ derivabile verso destra in a e verso sinistra in b ; continuità [di $v_0(t)$] e derivabilità [di $s_0(t)$] vanno intesi cioè unilateralmente.

4. Ammesse le condizioni (U) e (G), la continuità d'una qualunque $v(t)$ in un intervallo chiuso appare quindi come una condizione sufficiente per la derivabilità della corrispondente $s(t)$. Da un punto di vista cinematico dunque, la continuità, in un intervallo chiuso, della « velocità galileiana » è condizione sufficiente affinché esista la « nostra velocità », ed in tal caso le due velocità coincidono. Domandiamoci ora se la continuità della $v(t)$ non segua necessariamente dalla derivabilità della $s(t)$.

Limitiamoci, in un primo tempo, a considerare un moto $s_0(t)$ la cui velocità galileiana $v_0(t)$ corrispondente sia una funzione non crescente del tempo in un intervallo aperto (a, b) . Associate alla $s_0(t)$ la sua derivata $s'_0(t)$, esistente per ipotesi in (a, b) , e la $v_0(t)$, t_0 essendo un punto di (a, b) , ci proponiamo di dimostrare che la $v(t)$ è continua in t_0 ed uguale ad $s'_0(t_0)$, e quindi, generalizzando, che $v_0(t)$ è continua nell'intervallo aperto (a, b) ed uguale ad $s'_0(t)$.

Stabiliamo la corrispondenza biunivoca (ved. n. 3) fra l'insieme S delle funzioni $s(t)$ assumenti in t_0 il valore $s_{00} = s_0(t_0)$, ed un insieme V di funzioni $v(t)$ tali che valgano le proprietà (U) e (G) del n. 3. Alla funzione $v^*(t) = v_0(t_0) = v_{00}$ corrisponde, per la proprietà (U), la funzione $s^*(t) = s_0(t_0) + v_{00}(t - t_0)$; d'altra parte, per la proprietà (G), e per la derivabilità di $s_0(t)$ in t_0 , la retta rappresentativa di questa $s^*(t)$ è tangente al

grafico di $s_0(t)$ in t_0 e perciò sarà $s^*(t) = s_0(t_0) + s'_0(t_0)(t - t_0)$. Ne segue $v_{00} = s'_0(t_0)$, cioè $v_0(t_0) = s'_0(t_0)$.

Generalizzando potremo perciò affermare che la funzione $v_0(t)$, non crescente per ipotesi in (a, b) , coincide con $s'_0(t)$. Ma allora $s'_0(t)$ è una funzione non crescente in (a, b) , in ogni punto t_0 di (a, b) esiste, da ciascuna parte, il lim $s'_0(t)$ e perciò, per un teorema di analisi ⁽⁹⁾, $s'_0(t)$ è continua in t_0 . Anche la $v_0(t)$ dunque è continua nell'intervallo aperto (a, b) .

Analoga dimostrazione vale ovviamente nel caso della $v_0(t)$ non decrescente, per cui stabilita la corrispondenza $S \longleftrightarrow V$ (ved. n. 3), possiamo concludere: « se $s_0(t)$ è derivabile nell'intervallo aperto (a, b) e $v_0(t)$ è ivi monotona, risulta $v_0(t) = s'_0(t)$ e quindi $v_0(t)$ è continua in (a, b) ».

5. È interessante osservare che, nella dimostrazione del n. precedente, la monotonia della $v_0(t)$ giuoca, per così dire, « *in senso debole* », giuoca cioè in modo da potersi prescindere dai valori che la $v_0(t)$ assume in punti isolati di (a, b) . L'interesse di quest'osservazione risiede anzitutto nella possibilità di sostituire la considerazione dell'intervallo chiuso $[a, b]$ in luogo di quello aperto (a, b) , e cioè di dimostrare che: « se $s_0(t)$ è derivabile nell'intervallo chiuso $[a, b]$ e $v_0(t)$ è monotona *anche soltanto all'interno di esso*, la $v_0(t)$ è continua in $[a, b]$ ed ivi uguale ad $s'_0(t)$ ».

Infatti sia, per fissare le idee, $v_0(t)$ non crescente in (a, b) . Se esiste un intorno destro $I_a^{(d)}$ di a in cui $v_0(t)$ è costante, diciamo $I_a^{(d)} \equiv (a < t < a + \varepsilon)$, osservato che, per quanto visto nel n. precedente, nell'intervallo aperto (a, b) , è $v_0(t) = s'_0(t)$, e che la $s_0(t)$ è continua, prolunghiamo questa funzione $s_0(t)$, lineare in $I_a^{(d)}$, a sinistra del punto a , considerando l'intervallo aperto $I_0 \equiv (a - \varepsilon < t < a + \varepsilon)$. In I_a diciamo $s^*(t)$ la funzione lineare, coincidente, in $I_a^{(d)}$, con $s_0(t)$. Alla $s^*(t)$ corrisponderà una $v^*(t)$ costante coincidente in $I_a^{(d)}$, con $v_0(t)$. Necessariamente perciò sarà $v_0(a) = v_0(t)$.

La $v_0(t)$ risulta, dunque, in questo caso, continua in a (verso destra) e $v_0(a)$ è uguale alla derivata (destra) di $s_0(t)$ in a .

Consideriamo ora il caso in cui $v_0(t)$ non sia costante in nessun intorno destro $I_a^{(d)} \equiv (a < t < a + \varepsilon)$ di a . Osservato che la $s_0(t)$ è continua, verso destra, in a , prolunghiamola nell'intervallo aperto I_a , del quale si è parlato più sopra, considerando la funzione $s^*(t)$ così definita:

$$s^*(t) = \begin{cases} s_0(a) + s'_0(a)(t - a) & \text{per } t \leq a \text{ in } I_a \\ s_0(t) & \text{per } t > a \text{ in } I_a, \end{cases}$$

dove con $s'_0(a)$ intendiamo la derivata destra di $s_0(t)$ in a .

A questa $s^*(t)$, derivabile in I_a , corrisponde una $v^*(t)$ che per $t \leq a$ è costante ed uguale ad $s'_0(a)$, mentre per $t > a$ è uguale a $v_0(t)$. Se ora fosse

(9) Cfr. E. PASCAL, *Lezioni di Calcolo infinitesimale*, Parte I, *Calcolo differenziale*, Quarta edizione, Hoepli 1918, p. 106: « la derivata ha la proprietà che, se dei suoi valori esiste il limite per $x = a$, in a essa è una funzione continua ».

$v_0(a) > \lim_{t \rightarrow a+} v_0(t)$, dovendo, a sinistra di a , essere necessariamente $v^*(t) = v_0(a)$, in I_a avremmo la $s^*(t)$ derivabile e la corrispondente $v^*(t)$ monotona, e quindi, per quanto visto al n. precedente, la $v^*(t)$ sarebbe continua in a ; l'ipotesi $v_0(a) > \lim_{t \rightarrow a+} v_0(t)$ è dunque assurda. Se invece fosse $v_0(a) < \lim_{t \rightarrow a+} v_0(t)$, consideriamo in I_a , quella funzione $s^{**}(t)$ lineare che coincide con $s^*(t)$ per $t \leq a$. A questa funzione corrisponde la $v^{**}(t)$ costante e coincidente con $v^*(t) = v_0(a)$ per $t \leq a$. Ma allora, poiché $v_0(t)$ non è costante in un intorno destro di a , e poiché $v_0(t) = s'_0(t)$ per ogni $t > a$ in (a, b) , per note proprietà riguardanti le concavità di una curva dotata in ogni punto di retta tangente, sarà, in (a, b) , $s^{**}(t) > s_0(t)$. Ma per essere $v^{**}(t) = v_0(a) < \lim_{t \rightarrow a+} v_0(t)$, ed essendo $v_0(t)$ continua in $I_a^{(d)}$, in un conveniente intorno destro di a , diciamo $a < t < a + \varepsilon$, sarà $v^{**}(t) < v_0(t) = v^*(t)$. Consideriamo per $a \leq t < a + \varepsilon$ la funzione

$$v_1(t) = \begin{cases} \lim_{t \rightarrow a+} v(t) & \text{per } t = a \\ v_0(t) & \text{per } t > a; \end{cases}$$

essendo $v^{**}(t) < v_1(t)$, per la proprietà (G) risulterà, per $a < t < a + \varepsilon$, $s^{**}(t) < s_0(t)$, il che è assurdo.

Dunque dev'essere $v_0(a) = \lim_{t \rightarrow a+} v_0(t)$ cioè $v_0(t)$ è continua anche in a (verso destra) e risulta ivi inoltre uguale alla derivata (destra) di $s_0(t)$, in a .

Analoga dimostrazione vale ovviamente nel caso della $v_0(t)$, non decrescente in (a, b) ed in entrambi i casi inoltre si potrà dimostrare che $v_0(t)$ è continua in b (verso sinistra), e risulta ivi uguale alla derivata (sinistra) di $s_0(t)$.

Generalizzando ancora, si può dedurre che: « se $s_0(t)$ è derivabile in $[a, b]$ e $v_0(t)$ è ivi monotona a prescindere non solo dai valori assunti dalla $v_0(t)$ in a , od in b , ma anche eventualmente in un numero finito di punti interni ad $[a, b]$ ⁽¹⁰⁾, la $v_0(t)$ è continua in $[a, b]$ ed ivi uguale ad $s'_0(t)$ ».

6. Consideriamo ora un moto di legge $s_0 = s_0(t)$ la cui velocità galileiana $v_0(t)$ sia una funzione non crescente per $a < t < t_0$ e non decrescente per $t_0 < t < b$ e del quale esista la nostra velocità $s'_0(t)$ in $[a, b]$.

Già sappiamo che, in $[a, t_0]$, $v_0(t)$ è continua ed uguale ad $s'_0(t)$ ed analogamente in $[t_0, b]$. Ma in t_0 la $s_0(t)$ è derivabile e quindi $v_0(t_0) = s'_0(t_0)$, cioè $v_0(t)$ è continua anche in t_0 .

Possiamo dunque, generalizzando, affermare che « se $s_0(t)$ è derivabile nell'intervallo chiuso $[a, b]$, e se $v_0(t)$ è in (a, b) monotona a tratti ⁽¹¹⁾, allora $v_0(t)$ risulta continua e coincidente con $s'_0(t)$ ».

(10) Ovviamente nel senso che nessuna ipotesi venga, a priori, ammessa circa questi valori.

(11) Cioè: se (a, b) è decomponibile in un numero finito d'intervalli, nell'interno dei quali la $v_0(t)$ è monotona.

Riassumendo e completando, possiamo perciò affermare che « quei moti $s(t)$ ai quali si può associare una velocità galileiana continua, hanno velocità $s'(t) = v(t)$, e viceversa, per i moti dotati di velocità $s'(t)$ e di velocità galileiana $v(t)$ monotona a tratti, si può affermare che detta velocità è continua e coincide con $s'(t)$ ».

La continuità della $v(t)$ che ci sembra di poter assumere come ipotesi, risulta comunque come necessaria conseguenza almeno per tutti i moti non ... troppo patologici; certamente per tutti quelli concepiti da Galileo.

Essa emerge pertanto come proprietà strettamente caratterizzante il concetto di velocità galileiana, per cui non ci sembra azzardata l'interpretazione della velocità galileiana come « concetto primitivo » definito implicitamente da un gruppo di assiomi.

Precisamente, posto

(C) la $v(t)$ è continua;

gli assiomi (U) (G) (C) definiscono implicitamente una funzione $v(t)$ che risulta uguale ad $s'(t)$.

Possiamo infine ancora osservare come, prescindendo da ogni e qualsiasi considerazione cinematica, e considerando essenzialmente il legame analitico fra le due funzioni $v_0(t)$ ed $s_0(t)$, gli assiomi (U) (G) (C) definiscono implicitamente una funzione derivata.

7. La continuità della $v(t)$ è dunque attribuibile a Galileo per molteplici motivi. D'altra parte, in generale, il concetto di continuità è una nota dominante di tutta la fisica.

Pascual Jordan sostiene che la « assoluta causalità macrofisica non sarebbe possibile senza il principio di *continuità* ... » ⁽¹²⁾. Ed ancora: « La profonda differenza che esiste tra macrofisica e microfisica risiede nel fatto che quest'ultima contraddice al principio fondamentale del sopramondo: *Natura non facit saltus*. È caratteristico della macrofisica che essa, per esprimerci in termini matematici, misuri sempre ed esclusivamente delle trasformazioni *continue* mediante grandezze *continue*. La posizione e la velocità di un punto, o l'energia, possono variare solo in maniera continua; le masse, le quantità di una sostanza, le cariche elettriche, le intensità di due poli magnetici presentano una variazione continua e possono essere suddivise a piacere » (p. 77, loc. cit.). « Nella *derivata* temporale $\ddot{r}$ (che s'incontra nella legge di Newton $m\ddot{r} = F$) compare, come un presupposto tacito ed evidente, il concetto della continuità di tutti i fenomeni macrofisici ... » (p. 86, loc. cit.).

Nella microfisica dunque, secondo il Jordan, la continuità vien meno, come d'altronde nella fisica biologica (« la trasformazione fondamentale di un gene si presenta sempre in maniera improvvisa, *discontinua* » p. 91, loc. cit.).

Erwin Schrödinger sostiene che « Dalle esperienze su grande scala, dalla nostra nozione di geometria e meccanica, particolarmente dalla meccanica dei corpi celesti, i fisici hanno estratto una legge formulata in modo preciso

(12) P. JORDAN, *L'immagine della fisica moderna*, Feltrinelli 1964, p. 35.

che deve essere soddisfatta da ogni descrizione veramente chiara e completa di ciascun evento fisico: essa deve informarci con esattezza di che cosa accade in ogni punto dello spazio ed in ogni istante, naturalmente entro il dominio spaziale e il periodo di tempo occupati dall'evento fisico che desideriamo descrivere. Possiamo chiamare questa legge il *postulato di continuità della descrizione* » ⁽¹³⁾ e che, al contrario, nella fisica dei quanti, l'opinione corrente tra i fisici (che però Egli critica) è che « l'impossibilità di una descrizione continua, priva di lacune, ininterrotta nello spazio e nel tempo sia fondata realmente su fatti incontrovertibili » (p. 59, loc. cit.). Perciò « non si può negare che il nuovo aspetto fisico della natura . . . è assai più complicato del vecchio aspetto . . . (cioè) dell'ideale classico di descrizione continua, ininterrotta » (p. 57, loc. cit.).

Il principio di continuità, al pari di quello di causalità, domina tutta la macrofisica. Nella microfisica esso verrebbe meno. Heinseberg tentò di abbandonare il principio di continuità della geometria riemanniana o euclidea ⁽¹⁴⁾. Ma anche in questa fisica non mancano i sostenitori di una completa validità del principio di continuità. Il Landé sostiene che da esso (the basic tenet of the philosophy of Leibniz) ⁽¹⁵⁾ si trae la probabilità quantistica che non è quindi un alibi per una temporanea impotenza nella previsione di eventi microfisici ma « positiva conclusion ». Jammer sostiene che « di fronte alle grandi difficoltà matematiche implicate dalla costruzione di una geometria dello spazio discontinuo la fisica è di nuovo ricorsa alla geometria tradizionale dello spazio continuo mediante un trattamento statistico del concetto di lunghezza. Così lo spazio continuo riprende il suo servizio, anche per la fisica nucleare, ma come una finzione utile ai fini della matematizzazione statistica della realtà fisica » (p. 177, loc. cit.).

(13) E. SCHRÖDINGER, *Scienza e umanesimo, La Fisica del nostro tempo*, Sansoni Firenze, 1953, p. 34.

(14) Cfr. JAMMER, p. 175, loc. cit.

(15) A. LANDÉ, *Continuity, a key to quantum mechanics*, « Philosophy of Science », vol. 20, n. 2, avril 1953.