

---

ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

# RENDICONTI

---

GIOVANNI A. CAVAGNA

## Oscillazioni smorzate del corpo dovute all'elasticità ed alla viscosità muscolare

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,  
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 38 (1965), n.3, p. 422–427.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<[http://www.bdim.eu/item?id=RLINA\\_1965\\_8\\_38\\_3\\_422\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1965_8_38_3_422_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

**Fisiologia.** — *Oscillazioni smorzate del corpo dovute all'elasticità ed alla viscosità muscolare* (\*). Nota di GIOVANNI A. CAVAGNA, presentata (\*\*\*) dal Socio R. MARGARIA.

Recenti esperimenti [1, 2, 3, 4] hanno fatto supporre che l'elasticità del muscolo contratto e dei tessuti di connessione (tendini, propaggini tendinee nell'interno del muscolo) possa essere utilizzata in misura notevole durante l'esercizio muscolare.

Gli elevati valori di rendimento meccanico riscontrati nella corsa (0,4-0,5), rispetto ai valori massimi di rendimento riscontrati [5] in un tipo di esercizio che implica movimenti relativamente lenti e nei quali l'elasticità del muscolo non entra in gioco (0,25), sono stati spiegati con l'ipotesi che il lavoro meccanico della corsa sia stato sostenuto in buona parte dall'energia elastica accumulata alla fine di ogni passo, quando i muscoli della gamba che prende contatto col suolo si contraggono e vengono stirati per attutire l'urto del corpo contro il suolo [1].

Questa ipotesi ha trovato conferma in esperimenti di consumo energetico in un esercizio consistente nella flessione ritmica sulle ginocchia; quando l'estensione degli arti seguiva immediatamente la flessione, in modo da sfruttare il rimbalzo elastico, il rendimento era molto elevato, (0,35-0,40): se invece tra la flessione e l'estensione della gamba intercorreva un certo tempo ed i muscoli si rilasciavano, il rendimento diminuiva fino a 0,23-0,25 [2].

Il lavoro meccanico compiuto da un muscolo gastrocnemio di rana isolato, stimolato tetanicamente, durante l'accorciamento, è anche 2-3 volte più grande se il muscolo in attività è stato stirato immediatamente prima di accorciarsi da una forza esterna: durante lo stiramento del muscolo contratto energia elastica viene verosimilmente accumulata e quindi utilizzata nell'accorciamento [3]. Lo stesso fenomeno è stato messo in evidenza sui muscoli *in vivo* nell'uomo, in esperimenti dello stesso tipo di flessione dell'avambraccio sul braccio, eseguita con i muscoli in stato di massima contrazione volontaria.

Se i muscoli contratti della gamba si comportano effettivamente come corpi elastici, come si è supposto si verifichi nella corsa, la caduta sulla punta dei piedi dovrà provocare un rimbalzo, dalle caratteristiche e dalla entità del quale sarà possibile giungere a definire la proprietà elastiche dei muscoli che intervengono attivamente in questo esercizio.

In effetti quando si salti sulla punta dei piedi, essendo i muscoli estensori del piede contratti, si osservano delle oscillazioni smorzate: scopo del

(\*) Dall'Istituto di Fisiologia Umana dell'Università di Milano.

(\*\*) Nella seduta del 13 marzo 1965.

presente lavoro è stata l'analisi di queste oscillazioni in direzione verticale, riferite al centro di gravità.

Gli esperimenti sono stati compiuti su 2 soggetti maschi, di peso di 64 e 71 kg che eseguivano l'esercizio descritto su una piattaforma a strain-gages sensibile alle forze dirette verticalmente (peso + forze inerziali). La frequenza propria della piattaforma era di 65 cicli per secondo.

I grafici ottenuti sono riprodotti in fig. 1, ed appaiono essere caratteristici di un moto armonico smorzato.

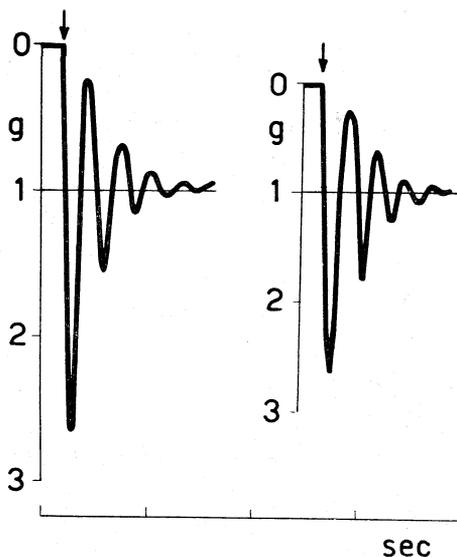


Fig. 1. — Oscillazioni rilevate per mezzo di una piattaforma sensibile alle forze dirette verticalmente, in seguito ad un salto sulla punta dei piedi eseguito con i muscoli estensori del piede in stato di contrazione.

Le frecce indicano il momento in cui i piedi toccano la piattaforma. Il grafico di destra si riferisce al soggetto G.C., quello di sinistra al soggetto F.S.

La caduta, o una qualsiasi altra sollecitazione imposta ad un corpo di massa  $M$  nelle condizioni rappresentate schematicamente nella fig. 2, determina delle oscillazioni di  $M$  dello stesso tipo di quelle illustrate in fig. 1. Si oppongono ad uno spostamento  $x$  la forza elastica  $F_{el} = kx$  della molla, e la forza di attrito  $F_{visc} = \mu \dot{x}$  dovuta al mezzo viscoso.

Le due costanti  $k = F_{el}/x$  e  $\mu = F_{visc}/\dot{x}$  saranno ovviamente tanto più grandi quanto più rigida è la molla e quanto più viscoso è il mezzo che tende a frenare il movimento.

La frequenza  $f$  di oscillazione del sistema illustrato in fig. 2 è definita da

$$(1) \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{\mu^2}{4M^2}} .$$

Il coefficiente di attrito  $\mu$  può essere calcolato dallo smorzamento delle oscillazioni quale risulta dalla

$$(2) \quad x_{mx} = \text{cost} \cdot e^{-\frac{\mu t}{2M}}$$

ove  $x_{mx}$  è l'ampiezza delle oscillazioni.

Se l'analogia fra il sistema illustrato in fig. 2 e le condizioni meccaniche del soggetto che compie l'esercizio descritto è valida, sarà possibile dai grafici della fig. 1 e dalle (1) e (2) calcolare la costante elastica  $k$  e il coefficiente di attrito  $\mu$  che esprimono la forza con cui i muscoli contratti resistono all'allungamento  $x$  ed alla velocità di allungamento  $\dot{x} = dx/dt$ .

In effetti i grafici della fig. 1 si riferiscono alla forza esercitata sulla piattaforma e non agli spostamenti del centro di gravità, o della massa  $M$ , ai quali si riferisce invece l'equazione (2). Tuttavia, derivando due volte rispetto al tempo la (2) si ottiene ancora

$$(3) \quad \ddot{x}_{mx} = \text{cost}' \cdot e^{-\frac{\mu t}{2M}}$$

da cui appare che lo smorzamento ha lo stesso andamento sia che si consideri l'accelerazione (o la forza) oppure gli spostamenti.

Rappresentando la (3) in forma logaritmica

$$(4) \quad \log \ddot{x}_{mx} = \log \text{cost}' - \frac{\mu \cdot \log e}{2M} t$$

si ottiene l'equazione di una retta dalla pendenza della quale, conoscendo  $M$ , è facile calcolare il coefficiente di attrito  $\mu$  (fig. 3): i valori ottenuti sono indicati in Tabella I.

Dalla frequenza delle oscillazioni e dal coefficiente di attrito,  $\mu$ , la costante elastica  $k$  è stata calcolata secondo la (1), ed il suo valore per due soggetti esaminati è indicato nella Tabella I.

Poiché

$$(5) \quad k = F_{el}/x$$

per un certo valore di forza (peso + forza inerziale) applicato ai muscoli contratti, l'allungamento sarà tanto maggiore quanto più piccolo è  $k$ ; d'altra parte con l'aumentare dell'allungamento aumenta proporzionalmente l'energia elastica accumulata.

Nella corsa l'accumulo di energia elastica ha luogo alla fine di ogni passo la forza essendo rappresentata dalla decelerazione che ha luogo quando il corpo prende contatto con il terreno: quanto maggiore sarà la decelerazione, e quanto più distensibili i muscoli contratti che assorbono l'urto, tanto maggiore sarà l'energia elastica accumulata.

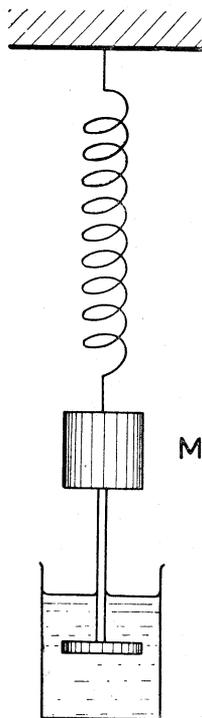


Fig. 2. - Schema di un sistema oscillante smorzato.

Il corpo di massa  $M$  è sospeso ad un corpo elastico, ed il suo movimento è frenato dal disco immerso nel liquido viscoso.

In fig. 4 è rappresentata la retta definita dalla (5) quando si assegni a  $k$  il valore riscontrato sul soggetto G.C. Dato che il massimo valore di forza rilevato nell'esperimento sopra descritto ammonta in media a 105 kg, l'allungamento corrispondente delle strutture elastiche (muscoli contratti ecc.) risulta

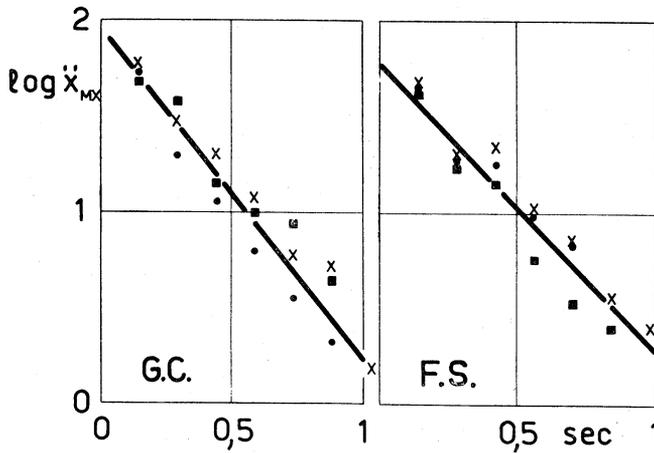


Fig. 3. - Logaritmo dei massimi valori dell'accelerazione  $\ddot{x}_{mx}$ , rilevati per mezzo della piattaforma, in funzione del tempo, nei due soggetti G.C. e F.S.

I diversi simboli si riferiscono a differenti esperimenti.

essere di 32 mm e l'accumulo di energia elastica (rappresentata dall'area del triangolo OAB) di  $0,032 \times 105/2 = 1,68$  kgm. Se la stessa forza, applicata ai muscoli di un solo arto provoca, come è presumibile, un allungamento doppio, il valore di  $k$  si riduce alla metà, e la relazione fra  $F_{el}$  e  $x$  sarà quella rappresentata in fig. 4 dalla retta tratteggiata.

Nella corsa, la decelerazione verso il basso e l'avanti del corpo ad ogni passo viene appunto sostenuta dai muscoli di un solo arto: ma in questo caso l'attività muscolare non è limitata ai muscoli estensori del piede (gastrocnemio ecc.), come nell'esercizio precedentemente descritto, ma si estende ai muscoli estensori della gamba (quadricipite ecc.) e della coscia (glutei ecc.).

TABELLA I.

Soggetto	M (kg)	$f$ cicli/sec	$\mu$ (kg/mm/sec)	$k$ (kg/mm)
G.C. . . . . .	7,24	3,36	0,057	3,26
F.S. . . . . .	6,53	3,58	0,045	3,62

Questi tre gruppi muscolari sono posti in serie, e verosimilmente l'allungamento totale, anche se rilevante, causato dall'applicazione della forza, non comporta una distensione degli elementi elastici dei singoli gruppi muscolari oltre le condizioni di validità della (5).

In base a queste considerazioni, è lecito supporre che la costante di elasticità  $k$ , comprensiva di tutti i muscoli contratti dell'arto che sostiene l'urto

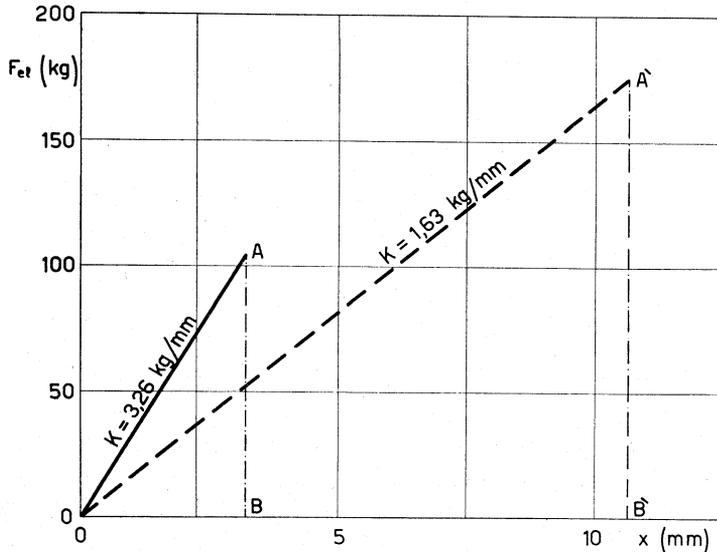


Fig. 4. - Relazione fra forza di richiamo elastica dei muscoli contratti  $F_{el}$  ed allungamento  $x$  dei muscoli stessi, per un valore di  $k = F_{el}/x = 3,26$  kg/mm, (linea continua) e  $1,63$  kg/mm (linea tratteggiata).

Per la spiegazione vedasi il testo.

del corpo contro il suolo, sia non superiore al valore di  $1,63$  kg/mm, indicato precedentemente.

Per tale valore di  $k$  e tenendo presente che il massimo valore di forza che si osserva nella corsa ad ogni passo durante la decelerazione del corpo verso il basso e l'avanti è di circa  $175$  kg, l'energia elastica accumulata sarà rappresentata dall'area  $OA'B'$  della fig. 4, che risulta corrispondere a  $9,3$  kgm.

Tale valore di energia elastica rappresenta una frazione rilevante (circa il 70%) del lavoro esterno positivo compiuto ad ogni passo nella corsa, e rende ragione degli elevati valori di rendimento meccanico (40-50%) riscontrati in questo esercizio.

La frequenza di oscillazione rilevata in questi esperimenti ammonta, come si è detto, a circa  $3,4$  cicli/sec. Nella corsa, per la quale si è ritenuto valido un valore di  $k$  uguale a  $1,63$  anziché  $3,26$ , la frequenza di oscillazione corrispondente, quale può essere calcolata dalla (1) risulterebbe essere di circa  $2,4$  cicli per sec. Questo valore è dello stesso ordine di grandezza della frequenza

dei passi nella corsa e medi valori di velocità, e ciò depone a favore di una effettiva utilizzazione dell'energia elastica del muscolo contratto in questo tipo di esercizio, come era stato prospettato precedentemente.

## BIBLIOGRAFIA.

- [1] G. A. CAVAGNA, F. P. SAIBENE and R. MARGARIA, « J. Appl. Physiol. », 19, 249 (1964).
- [2] R. MARGARIA, G. A. CAVAGNA e F. P. SAIBENE, « Boll. Soc. It. Biol. Sper. », 34, 1815 (1963).
- [3] G. A. CAVAGNA, F. P. SAIBENE and R. MARGARIA « J. Appl. Physiol. », 20, 157 (1965).
- [4] G. A. CAVAGNA and R. MARGARIA, « Boll. Soc. It. Biol. Sper. », in corso di stampa.
- [5] R. MARGARIA, « Arbeitsphysiol. », 10, 515 (1939).

ABSTRACT. — Jumping on the balls of the feet, the contracted calf muscles (gastrocnemius, etc.) sustain the deceleration of the falling body; if the exercise is performed on a platform sensitive to the forces directed vertically, a damped oscillatory motion is observed which is due to muscle elasticity and viscosity.

From the damping and from the frequency of the oscillations, the body mass being known, the constant of force  $k = F_{el}/x$ , and the friction coefficient  $\mu = F_{el}/\dot{x}$ , have been calculated,  $F_{el}$  being the force exerted by the contracted muscles stretched by an amount  $x$ , and  $\dot{x} = dx/dt$ . For a subject of 70 kg body weight it has been found  $k = 3,26$  kg/mm,  $\mu = 0,057$  kg/mm/sec.

In running the force exerted by the foot on the ground amounts to a maximum of 175 kg, which is sustained by the contracted muscles of the limb: the elastic energy stored at the end of the step can be calculated as 9,36 kgm. This energy is a very consistent fraction of the external positive work performed in a step cycle, and this gives reason of the high mechanical efficiency found in running.