
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

ANTONIO MARUSSI

Funzione di dissipazione delle auto-oscillazioni della terra eccitate dal terremoto del Cile e registrate a Trieste

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 38 (1965), n.3, p. 304–311.*
Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1965_8_38_3_304_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Geofisica. — *Funzione di dissipazione delle auto-oscillazioni della terra eccitate dal terremoto del Cile e registrate a Trieste.* Nota (*) del Corrisp. ANTONIO MARUSSI.

1. Come sarà illustrato altrove, furono dedotti per le registrazioni di Trieste delle oscillazioni libere della Terra eccitate dal terremoto del Cile del 23 maggio 1960, gli spettri dell'energia specifica per banda di frequenza per sezioni successive della durata di $T = 30$ ore ed intervallati di circa 13 ore e ciò con una risoluzione di $1,6 \times 10^{-3}$ cpm; l'esame di ogni singolo spettro permette di riconoscere i picchi in corrispondenza dei quali l'energia si concentra e che corrispondono come si sa, alle frequenze proprie di oscillazione del corpo della Terra; l'esame della loro successione permette poi di accertare la stabilità dei picchi stessi e di riconoscerne con ciò la realtà fisica, e di studiare la loro evoluzione nel tempo. Già una prima ispezione degli spettri successivi mostra poi come il decadimento dell'energia, sia più accentuato per certe bande di frequenza che per altre.

Oggetto di questa Nota è appunto lo studio delle modalità di questo decadimento.

2. Per descrivere il fenomeno nella maniera più espressiva si farà uso della *funzione di dissipazione specifica* definita da

$$(1) \quad 1/Q = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta E}{E}.$$

Qui E è l'energia di un sistema in oscillazione misurata all'inizio di un ciclo, ΔE l'energia dissipata per ciclo. È chiaro che sia la Q che la E sono in generale funzioni della frequenza f ; e che la formula conserva il suo significato anche se per E intendiamo sostituita l'energia specifica per banda di frequenza.

Se ΔE è ora l'energia dissipata per ciclo e per banda elementare di frequenza, l'energia dissipata nel tempuscolo dt sarà data da $dE = -f \Delta E dt$. Tenuto conto della (1) sarà dunque

$$(2) \quad -\frac{dE}{E} = \frac{2\pi f}{Q} dt.$$

Si ha perciò, integrando fra i tempi t_i e t_j

$$(2') \quad \lg \frac{E_i}{E_j} = 2\pi f \int_{t_i}^{t_j} \frac{dt}{Q} = \frac{2\pi f}{Q_{i,j}^*} (t_j - t_i)$$

(*) Presentata nella seduta del 13 marzo 1965.

ove con $1/Q_{i,j}^*$ si indica il valore medio della funzione di dissipazione specifica nell'intervallo di tempo fra t_i e t_j . E dunque

$$(3) \quad 1/Q_{i,j}^* = \frac{1}{2\pi f(t_j - t_i)} \lg \frac{E_i}{E_j}$$

formula questa che consente il calcolo approssimato di tale funzione tutte le volte che sia nota l'energia in gioco all'inizio ed alla fine di un intervallo di tempo. Invece della funzione $1/Q$ si sarebbe potuto usare il decremento logaritmico δ , legato alla precedente dalla semplice relazione $Q\delta = \pi$.

3. Poiché, come vedremo, l'esperienza mostra che la Q non è indipendente dal tempo, è chiaro che la valutazione della Q^* sarà a priori tanto più precisa, quanto più saranno scelti brevi gli intervalli di tempo T sui quali si stimano i valori delle energie specifiche E , e quelli $t_j - t_i$ sui quali si stimano i loro rapporti; ma è altresì evidente come la presenza di cause accidentali che influiscono sulle stime non consenta di ridurre tali intervalli di tempo oltre certi limiti, senza pregiudicare la significatività del risultato finale; onde si impone una soluzione di compromesso. Vi è tuttavia la maniera di accrescere la significatività dei valori che misurano l'energia specifica E , che intervengono nella (3), pur di allargare le bande di frequenza rispetto alle quali questa viene espressa: ciò che equivale ad immaginare questa energia distribuita con maggiore uniformità sullo spettro. Se in particolare le bande di frequenza si assumono abbastanza larghe da interessare più picchi di risonanza successivi, questi si confonderanno andando a contribuire alla densità media d'energia per quelle bande. Rimane in tal modo aperta la questione, da esaminare in un secondo tempo, se la funzione di dissipazione dell'energia concentrata nei picchi, differisca da quella media della banda di frequenze che li contiene.

È poi anche opportuno, e per tutt'altre ragioni, limitare i due anzidetti intervalli di tempo.

È noto infatti che le forze di Coriolis che si generano in conseguenza del moto di rotazione della Terra, provocano una rotazione delle linee nodali proprie ad ogni singola componente armonica, con periodo $1/\beta F$, ove F è la frequenza propria alla rotazione della Terra, e β un coefficiente che nelle oscillazioni torsionali - alle quali siamo, in questo caso, maggiormente interessati - uguaglia il valore $1/n(n+1)$, ove n è l'ordine della funzione sferica corrispondente alla componente armonica considerata. Ne viene che, per le oscillazioni torsionali, il periodo di rotazione del reticolo delle linee nodali è di $n(n+1)$ giorni, e quello del passaggio di ogni singola linea, di $(n+1)$ giorni; ciò che provoca variazioni nell'ampiezza dei picchi spettrali che si sovrappongono a quelle dovute alla dissipazione dell'energia. Anche per questa ragione è perciò opportuno che $T + (t_j - t_i)$ sia ben inferiore a 3 giorni, al periodo cioè più breve che corrisponde ad $n = 2$. È questa una delle tre condizioni alternative proposte da Alsop et al.

4. Ciò premesso, le registrazioni delle auto-oscillazioni ottenute a Trieste sono state ulteriormente suddivise, e ciò per ambedue le componenti NS ed EW, in 7 sezioni della durata di 6 ore ciascuna, centrate nelle ore (contate dall'inizio della registrazione):

	1	2	3	4	5	6	7
EW	8 ^h 22 ^m	14 ^h 22 ^m	20 ^h 22 ^m	26 ^h 22 ^m	32 ^h 22 ^m	34 ^h 02 ^m	46 ^h 22 ^m
NS	6 ^h 08 ^m	12 ^h 08 ^m	18 ^h 08 ^m	24 ^h 08 ^m	30 ^h 08 ^m	31 ^h 48 ^m	43 ^h 48 ^m

Per ognuna di queste sezioni si è determinato lo spettro delle energie specifiche per le frequenze fra 0 e 0,5 cpm e per bande dell'ampiezza di $1,6 \times 10^{-2}$ cpm, dieci volte più grandi cioè di quelle adottate nell'analisi di cui si è fatta parola in principio, analizzando per ognuna 360 valori campionati minuto per minuto, mediante una funzione di autocorrelazione di soli 30 valori.

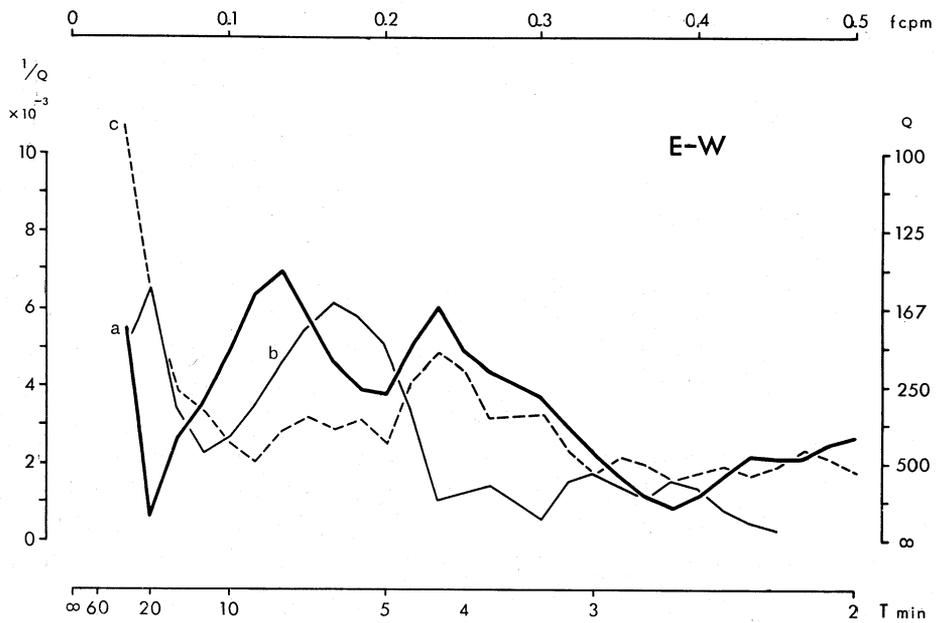


Fig. 1.

La (3) è stata poi applicata successivamente agli spettri così ottenuti, ottenendo per la funzione di dissipazione i valori che sono rappresentati nelle figure 1, 2, 3 e 4, ove le curve indicate con *a*, *b*, *c* hanno riguardo alla

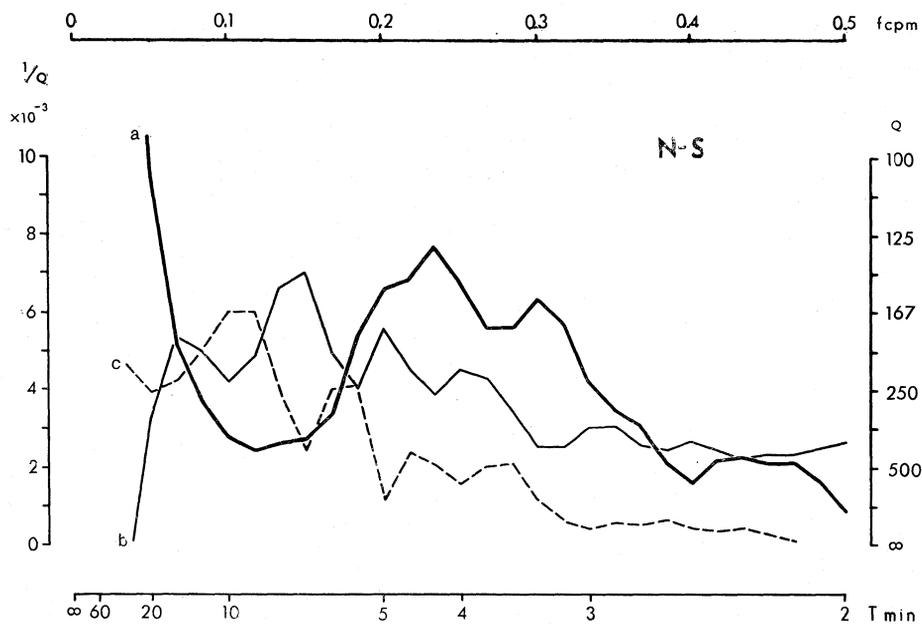


Fig. 2.

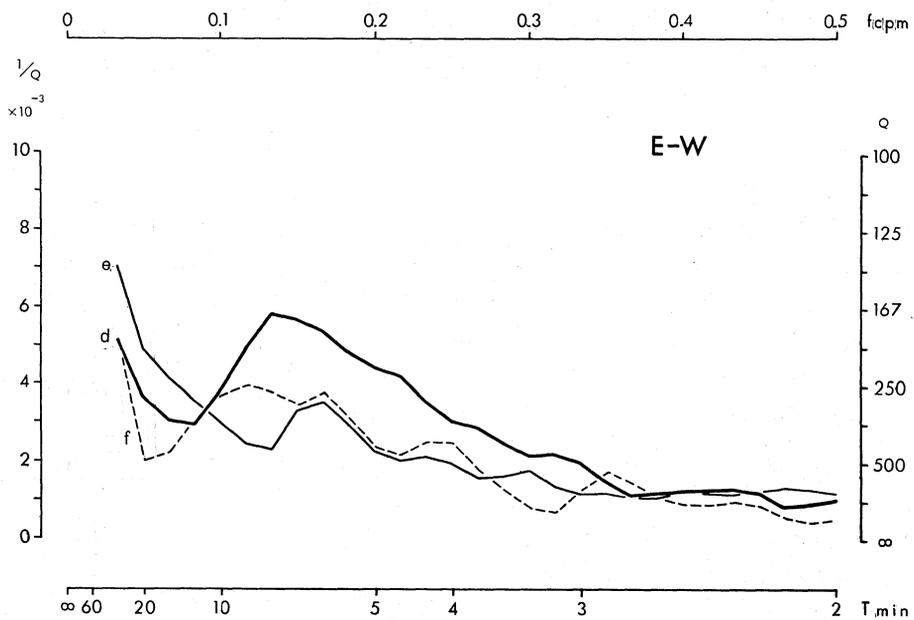


Fig. 3.

dissipazione intervenuta su intervalli di 6 ore, e precisamente fra gli spettri delle sezioni 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4; quelle indicate con d, e, f su intervalli di 12 ore, fra gli spettri delle sezioni 1 e 3, 3 e 5, e di 6 ore, fra le sezioni 6 e 7, rispettivamente.

5. L'esame di questi grafici mostra la marcata dipendenza di I/Q dalla frequenza - come appare dall'esame di ogni curva isolatamente - e dal tempo, per l'intermediario dell'ampiezza delle oscillazioni, come appare dall'esame della successione dei grafici; appare poi che i massimi relativi della funzione

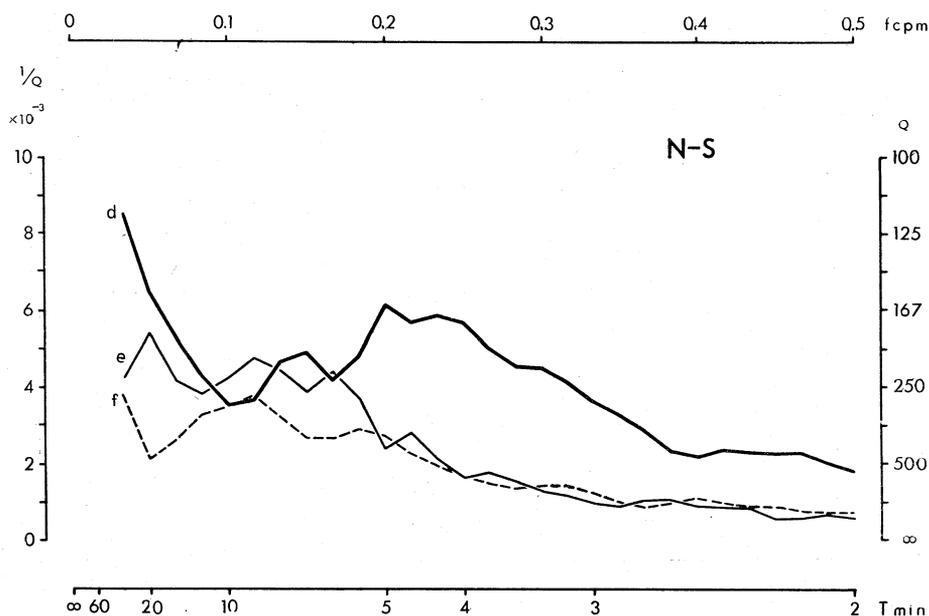


Fig. 4.

non corrispondono a quelli delle energie specifiche, essendo anzi spostati rispetto a questi verso le alte frequenze.

È ora da notare che, per il modo nel quale è stata dedotta, la funzione I/Q descrive non soltanto il decadimento irreversibile dell'energia, ma altresì ed additivamente le perdite dovute all'effetto di *scattering* provocato dalle inomogeneità nelle parti superiori del mantello; sarà perciò più opportuno chiamarla funzione di dissipazione apparente, riservando la denominazione primitiva a quella sua parte che corrisponde ad un decadimento effettivo ed irreversibile dell'energia; e noteremo come i valori della dissipazione apparente siano particolarmente grandi nelle prime 30 ore di registrazione, e per i periodi di oscillazione che vanno da 3 ai 10 minuti; gli ordini delle corrispondenti armoniche vanno da 10 a 40 all'incirca, con lunghezze d'onda equivalenti da 4.000 a 1.000 km rispettivamente.

L'esame dei grafici mostra come la funzione di dissipazione decresca verso le più alte frequenze, nel mentre vi è un accenno al suo crescere col tendere a zero di queste. È da tenere tuttavia presente che non è possibile ottenere alcun valore sperimentale molto attendibile alle frequenze molto basse, essendo queste continuamente alimentate da sollecitazioni esterne dovute a disturbi meteorologici ed ai movimenti del bacino d'acqua del vicino adriatico.

6. Il fatto che la funzione di dissipazione diminuisce col crescere della frequenza, esclude che la degradazione dell'energia possa essere spiegata attraverso il meccanismo elastico-viscoso di Kelvin-Voigt, per il quale la funzione sarebbe invece proporzionale alla frequenza. Quando invece si ammetta che

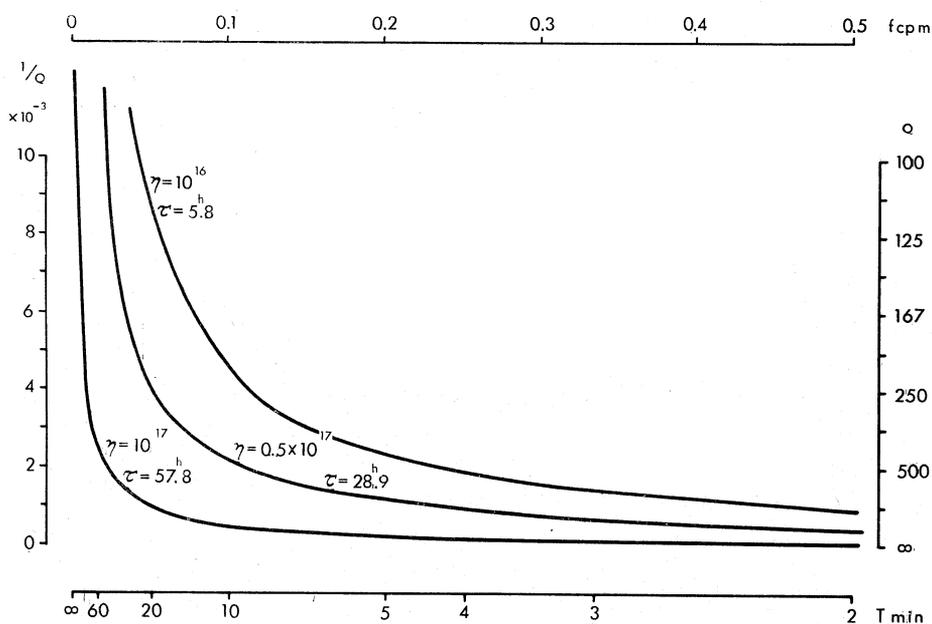


Fig. 5.

la parte dissipativa irreversibile possa essere spiegata da un comportamento maxwelliano, regolato da un'equazione del tipo

$$(5) \quad \dot{\varepsilon} = \frac{1}{\mu} \dot{\sigma} + \frac{1}{\eta} \sigma$$

dove con ε si rappresenti la deformazione somma di una componente permanente e di una elastica, con σ lo sforzo, con η un parametro avente le dimensioni di una viscosità, la funzione di dissipazione specifica sarebbe data da $1/Q = \frac{\mu}{2\pi f \eta}$ e risulterebbe rappresentata nel grafico da un'iperbole. In tale ipotesi il rapporto η/μ fornisce il tempo di rilassamento maxwelliano, durante

il quale nel corpo subitamente deformato lo sforzo si riduce ad $1/e$ di quello richiesto per la deformazione.

Nella figura 5 sono riportate alcune di queste iperboli tracciate prendendo per μ il valore $4,8 \times 10^{11}$ dyn. cm⁻² proprio del modulo di rigidità degli strati più superficiali della crosta terrestre, che sono interessati dagli effetti di carico delle maree marine, quale risulta da precedenti ricerche condotte sulle osservazioni fatte alla stazione di Trieste. Appare da queste che il tempo di rilassamento maxwelliano dovrebbe essere dell'ordine delle 30 ore o maggiore, e la viscosità dell'ordine di $0,5 \times 10^{17}$ Poise, se si vuole che la funzione di dissipazione maxwelliana rimanga sempre al disotto di quella apparente, quale essa risulta dalle osservazioni.

7. Già si è notato che la forte dissipazione che si nota, specie nella fase iniziale della registrazione, alle frequenze fra 0,1 e 0,33 cpm, si possa attribuire ad un effetto di scattering (od effetto geometrico) che si manifesterebbe nella parte più superficiale del mantello superiore e nella crosta stessa; le lunghezze d'onda equivalenti sono infatti dell'ordine dai 4.000 ai 1.000 km rispettivamente, e le profondità alle quali le oscillazioni a queste associate si riducono alla metà, dell'ordine dai 700 ai 300 km circa. Sono queste profondità alle quali si ripercuotono ancora le irregolarità della crosta.

Per quanto riguarda la dipendenza della dissipazione irreversibile dalla frequenza, son ben note le difficoltà che si presentano nella sua interpretazione, alla luce delle prove di laboratorio eseguite sui materiali più vari, dove tale dipendenza non si manifesta; rimane perciò aperta la questione se la Terra si comporti in grande come un solido maxwelliano, o se invece la dipendenza del parametro Q dalla frequenza sia un effetto indiretto da ricondurre alla legge di distribuzione in profondità di questo, ed al fatto che le componenti armoniche corrispondenti alle diverse frequenze, interessano profondità diverse.

BIBLIOGRAFIA.

- ALSOP L. E., SUTTON G. H., EWING M., *Measurement of Q for very long period free oscillations*, « Journal of Geophysical Research », 66, No. 9, 2911-2915 (1961).
- BOLT B. A., MARUSSI A., *Eigenvibrations of the Earth observed at Trieste*, « Geoph. Journ. Roy. Astron. Soc. », 6, No. 3, 299-311 (1962).
- BOLT B. A., *Recent information on the Earth's interior from studies of mantle waves and eigenvibrations*, Physics and Chemistry of the Earth, Pergamon Press (1963).
- BUCHHEIM W., SMITH S. W., *The Earth's free oscillations observed on Earth Tide instruments at Tiefenort, East Germany*, « Journ. Geoph. Res. », 66, No. 10, 3608-3610 (1961).
- GILBERT F., MACDONALD G. J. F., *Free oscillations of the Earth, Toroidal oscillations*, « Journ. Geoph. Res. », 65, No. 2, 675-693 (1960).
- JEFFREYS H., *How soft is the Earth?*, « Quart. Journ. Roy. Astron. Soc. », 5, No. 1, 10-22 (1964).
- KNOPOFF L., MACDONALD G. J. F., *Attenuation of small amplitude stress waves in solids*, « Reviews of Modern Physics », 30, No. 4, 1178-1192 (1958).

- KNOPOFF L., « Q. Reviews of Geophysics », 2, No. 4, 625-660 (1964).
- MACDONALD G. J. F., *Tidal friction*, « Rev. Geophysics », 2, 467-541 (1964).
- MARUSSI A., *I primi risultati ottenuti nella stazione per lo studio delle maree della verticale della Grotta Gigante*, « Boll. di Geodesia e Sc. Affini », anno XIX, n° 4 (1960).
- NESS N. F., HARRISON J. C., SLICHTER L. B., *Observation of the free oscillations of the Earth*, « Journ. Geoph. Res. », 66, No. 2, 621-629 (1961).
- TAKEUCHI H., *Torsional oscillations of the Earth and some related problems*, « Geoph. Journ Roy. Astron. Soc. », 2, No. 2, 89-100 (1959).
- ZADRO M., *On the frequency dependance of the loading effects due to ocean tides and seiches*, in *V^{ème} Symposium International sur les marées terrestres*, Bruxelles (1964).
- ZHARKOV V. N., *Viscosity of the interior of the Earth; diffusion processes and diffusion viscosity of the Earth's mantle*, in *Proc. Geoph. Inst. im O. Yu. Schmidt*, No. 11, 178 - trad. ingl. Israel Program Sc. Transl., Jerusalem (1963).