
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

GENNARO VOLPICELLI, GIULIO RASO

**Sulla disgregazione di strati raddensati di particelle,
liberi di espandersi, investiti da correnti gasose**

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche,
Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 38 (1965), n.1, p. 82–87.*

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1965_8_38_1_82_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Chimica (Principi di ingegneria chimica). — *Sulla disgregazione di strati raddensati di particelle, liberi di espandersi, investiti da correnti gaseose* (*). Nota di GENNARO VOLPICELLI e GIULIO RASO, presentata (**) dal Corrisp. G. MALQUORI.

L'afflusso di una corrente gaseosa ad elevata portata specifica alla base di un letto granulare superiormente non vincolato determina l'innalzamento di questo ad una velocità via via crescente. A regime, se i granuli fossero rigidamente collegati gli uni agli altri, la velocità raggiunta dal letto, in blocco, sarebbe quella corrispondente all'equilibrio globale tra il peso del solido, le resistenze di attrito alle pareti del recipiente e la spinta dinamica del gas. Quando invece il letto è costituito da materiale sciolto, la compattezza degli strati granulari in moto ascensionale è unicamente assicurata dall'equilibrio locale delle forze agenti su ciascuna particella, ponendosi quindi il problema della stabilità di tale equilibrio alla superficie di separazione tra il letto, considerato nel suo assieme di particelle e di fluido filtrante, e la corrente gaseosa a monte ed a valle. E infatti, considerando il fronte inferiore, quando a seguito di disuniformità nella distribuzione del fluido le forze di trascinamento diventano eccedenti in alcuni punti della sezione di flusso od insufficienti in altri, si determinano localmente accelerazioni e decelerazioni dei granuli che possono condurre alla disgregazione del letto se a questo manca la capacità di opporsi agli squilibri di flusso che si sono generati.

A tal proposito vanno distinte le perturbazioni della scala delle particelle e quelle della scala della sezione di flusso: le prime provocano l'ordinato distacco dei granuli, strato per strato, dalla base del letto, conservando tuttavia piana e netta le superficie di separazione fra le due frazioni del sistema (instabilità locale); le seconde determinano l'incuneamento della corrente sostenitrice negli strati raddensati, che sfocia successivamente nel completo scompaginamento del letto (instabilità di superficie) [1]. Ad instabilità dell'equilibrio di quest'ultimo tipo si farà riferimento nel prosieguo di questa Nota.

* * *

Trascurando le forze di attrito alle pareti del contenitore e supponendo costante la densità del gas negli interstizi tra i granuli, la velocità di innalzamento V_s di un letto di granuli di densità ρ_s , avente sezione S , altezza L e grado di vuoto ε è determinabile dal sistema di equazioni che esprimono l'equi-

(*) Lavoro eseguito negli Istituti di Chimica Industriale e di Impianti Industriali Chimici dell'Università di Napoli.

(**) Nella seduta del 12 dicembre 1964.

librio dinamico del solido:

$$(1) \quad (p - p_a) - gL(1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_g) - L\rho_s \frac{dV_s}{dt}(1 - \varepsilon) = 0$$

e di bilancio del gas:

$$(2) \quad (G_e - G_u) = \frac{v}{RT} \frac{dp}{dt} + \frac{p(1 - \varepsilon)}{RT} \frac{dv}{dt}$$

Nella equazione (1), il primo termine rappresenta la differenza di pressione tra la base e la sommità del letto, il secondo ed il terzo termine rispettivamente il peso, diminuito della spinta statica, e le forze di inerzia del solido per unità di sezione del contenitore; nella equazione (2), il primo membro rappresenta la differenza tra le portate molari di gas in entrata G_e ed in uscita G_u dal volume $v = v_0 + S \int_0^t V_s dt$, supposto alla temperatura T ed alla pressione uniforme p , essendo v_0 la capacità dei condotti a monte del distributore, ed il secondo membro la velocità molare di accumulo del gas in v .

Al tempo t , a partire dall'istante in cui è stato avviato il flusso del gas, l'altezza di cui si è innalzata la sommità del letto è $h = \int_0^t V_s dt$, sempre che a quell'istante la instabilità di superficie non ne abbia già causato la disgregazione.

La determinazione del tempo t^* al quale le perturbazioni innescate alla superficie inferiore del letto si amplificano al punto da diventare dello stesso ordine di grandezza dell'intero sistema è effettuabile con i metodi già adottati per la ricerca delle condizioni di stabilità dell'equilibrio fluidodinamico all'interfaccia tra fluidi non miscibili variamente accelerati [2]. Tale analisi, dovuta a Taylor, è stata recentemente estesa da Rice e Wilhelm [3] e da Pigford [4] al caso in cui la fase più densa è costituita da sospensioni di particelle in fluidi, al fine di caratterizzare le condizioni di formazione di cavità in sistemi fluidizzati. Rice e Wilhelm hanno altresì esteso allo stesso problema l'analisi di Landau [5] sullo spostamento del fronte di fiamma.

Questi studi sono direttamente applicabili all'indagine sulla stabilità di letti granulari investiti da una corrente gasosa ascendente. Per un sistema bidimensionale, se u e v sono le componenti puntuali della velocità e p la pressione, ciascuna somma dei valori medi U, V e P e delle componenti transitorie u', v' e p' dovute ad un disturbo di forma sinusoidale, le equazioni linearizzate del moto e di continuità relative alle due fasi del sistema [$i = 1$ (fase pesante) e 2 (fase leggera)] sono:

$$(3) \quad \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p_i}{\partial x} = \frac{\mu_i}{\rho_i} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} \right)$$

$$(4) \quad \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p_i}{\partial y} + g = \frac{\mu_i}{\rho_i} \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \right)$$

$$(5) \quad \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} = 0$$

essendo rispettivamente μ la viscosità, ρ la densità e g l'accelerazione di gravità. Dalle (3-5), tenuto conto delle equazioni di equilibrio e di continuità relative ai valori medi costanti U, V e P , analoghe alle (3-5), si ha:

$$(6) \quad \frac{\partial u'_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial u'_i}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p'_i}{\partial y} + \frac{\mu_i}{\rho_i} \left(\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u'_i}{\partial y^2} \right)$$

$$(7) \quad \frac{\partial v'_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial v'_i}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p'_i}{\partial x} + \frac{\mu_i}{\rho_i} \left(\frac{\partial^2 v'_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'_i}{\partial y^2} \right)$$

$$(8) \quad \frac{\partial u'_i}{\partial x} + \frac{\partial v'_i}{\partial y} = 0.$$

Il sistema di equazioni (6-8) fornisce i valori u'_i, v'_i, p'_i , a meno di tre costanti di integrazione, determinabili dalle condizioni di congruenza, all'interfaccia, delle componenti della velocità, e degli sforzi in direzione verticale. Per la superficie di separazione tra i due mezzi, alla base di un letto granulare, tali condizioni sono:

$$(9) \quad u'_1 + V_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} = u'_2 + V_2 \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$(10) \quad v'_1 = v'_2$$

$$(11) \quad -gy(\rho_1 - \rho_2) + p'_1 - 2\mu_1 \frac{\partial v'_1}{\partial y} = p'_2 - 2\mu_2 \frac{\partial v'_2}{\partial y}$$

rappresentando la funzione $\eta(x, t)$ lo spostamento in direzione verticale dell'interfaccia, la cui derivata rispetto al tempo fornisce:

$$(12) \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = v'_2.$$

La legge di variazione della perturbazione col tempo che soddisfa alle (6-12) è del tipo:

$$(13) \quad \frac{\eta}{\eta_0} = e^{nt}$$

essendo η_0 l'ampiezza della perturbazione al tempo 0 ed n una costante legata alle proprietà fisiche ρ_i e μ_i delle due fasi, al grado di vuoto ε , alla velocità relativa solido-gas $V_1 = V_2/\varepsilon = RTG_u/pS\varepsilon$ ed alla lunghezza d'onda $\lambda = 2\pi/k$ della perturbazione, dalla relazione:

$$(14) \quad g(\rho_1 - \rho_2)k + \rho_1 k^2 V_1^2 (1 - \varepsilon) + \mu_1 k^2 V_1 (1 - \varepsilon)(m - k) + \\ + nk[-2\mu_2 k - V_1(\rho_2 \varepsilon + \rho_1) - 2\mu_1 m] - n^2(\rho_1 + \rho_2) = 0$$

con m definito da:

$$(15) \quad n = V_1 m + \frac{\mu_1}{\rho_1} (m^2 - k^2).$$

La (14) conduce alla determinazione di valori positivi di n , passanti per un massimo al crescere della lunghezza d'onda del disturbo, e cioè il sistema

amplifica la perturbazione iniziale η_0 , tanto più quanto più prossima è la lunghezza d'onda a quella che fornisce il massimo valore di n . La (14) indica pure che l'instabilità diminuisce al crescere della viscosità del letto μ_1 ed al ridursi della velocità relativa V_1 .

* * *

La utilità di queste equazioni nella determinazione del tempo di disgregazione di letti di particelle investiti da correnti gassose è in certo modo limitata, oltre che dalla schematizzazione del modello al quale esse si riferiscono, dalle indeterminazioni insite nella scelta dei parametri da introdurre nel calcolo.

La linearizzazione delle equazioni del moto restringe la validità dei risultati al caso di spostamenti elementari dalla posizione di equilibrio, ma è probabile che anche una trattazione rigorosa che considerasse le equazioni com-

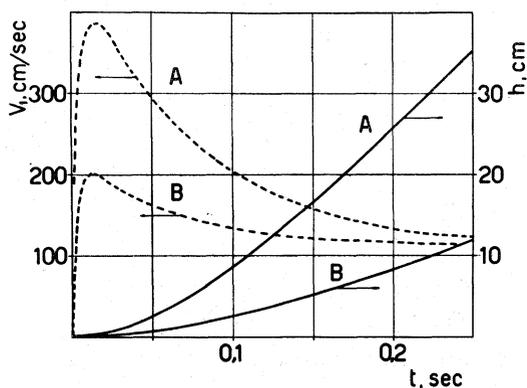


Fig. 1. — Velocità relativa solido-gas V_1 (curve a linea tratteggiata) e innalzamento h di un letto di granuli di vetro (curve a linea continua).

$D = 0,75$ mm; $S = 200 \times 15$ mm²; $L = 120$ mm; $v_0 = 300$ cm³.
 G_g : A = 0,2 gmoli/sec; B = 0,1 gmoli/sec.

plete, ove queste fossero integrabili, non modificherebbe l'ordine di grandezza del tempo di rottura. Anche di secondaria importanza è il fatto che la trattazione analizza perturbazioni di tipo sinusoidale; a perturbazioni di tal genere si può sempre ricondurre un disturbo comunque complesso, scomponendolo nelle armoniche costituenti, essendo d'altra parte valido, per equazioni del moto linearizzate, il principio di sovrapposizione degli effetti.

Di maggiore peso sono le limitazioni derivanti dal fatto che il modello trascura le forze di attrito che inevitabilmente si destano alle pareti del recipiente e si trasmettono alla massa granulare. Inoltre, nella formulazione delle (3-8) si è supposta costante ed uniforme la viscosità di ciascuna fase mentre invece, per quanto riguarda la sospensione dei granuli nella corrente gassosa, questo parametro è fortemente influenzato dalla concentrazione del solido,

la quale a sua volta può essere localmente modificata dalle forze di attrito e dalla compressione degli strati di particelle per il ritardo col quale vengono accelerati quelli posti più in alto. Va anche osservato che il modello fa riferimento a condizioni di moto stazionarie, mentre, per il giuoco delle forze di inerzia, la velocità relativa tra solido e gas che si determina in un letto di granuli raddensati di diametro D , improvvisamente investito da una corrente gasosa, di portata almeno sufficiente al sostentamento, cresce rapidamente passando per un massimo, e tende successivamente a livellarsi al valore di regime (fig. 1).

Per quanto riguarda i parametri da introdurre nel calcolo va considerato che gli ordini di grandezza di η_0 ed η^* , ampiezza della perturbazione all'istante in cui ha luogo lo scompaginamento del letto, sono forniti dal diametro delle

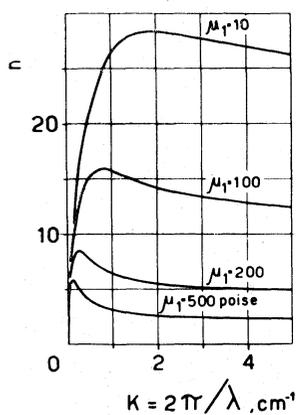


Fig. 2.

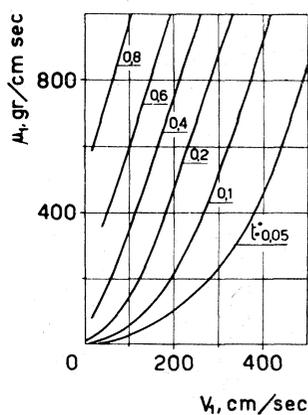


Fig. 3.

Fig. 2. - Andamento del fattore di amplificazione n al variare del numero d'onda k per diversi valori della viscosità della sospensione μ_1 . $V_1 = 100$ cm/sec; $\varepsilon = 0,4$ $\rho_s = 2,5$ gr/cm³; $\rho_1 \approx (1-\varepsilon)\rho_s \approx 1,5$ gr/cm³; $\rho_0 = 1,3 \cdot 10^{-8}$ gr/cm³.

Fig. 3. - Influenza della velocità relativa solido-gas V_1 e della viscosità della sospensione μ_1 sul tempo di rottura t^* , in secondi, di letti di granuli di vetro.

particelle e dall'altezza del letto granulare. D'altra parte eventuali errori nella valutazione di η_0 ed η^* si ripercuotono sul tempo di rottura smorzati dalla dipendenza logaritmica espressa dalla (13).

Più grossi errori derivano da imprecisioni nella determinazione del fattore di amplificazione n , e questi essenzialmente dipendono da approssimate valutazioni della viscosità del sistema solido-gas e della lunghezza d'onda più pericolosa per l'integrità del letto. Il significato stesso della viscosità per letti granulari non espansi, quali sono quelli che interessano il presente studio, è da porsi in discussione, così pure la possibilità di misurare questo parametro a mezzo delle tecniche abitualmente utilizzate per i mezzi continui. Comunque, i valori di μ_1 da introdurre nel calcolo debbono essere molto alti, quando si tiene conto che per letti di particelle del diametro dei decimi di millimetro, all'incipiente fluidizzazione già si raggiungono le centinaia di poise [6]. Inoltre,

la lunghezza d'onda alla quale corrisponde il valore massimo di n non sempre è congruente con le dimensioni del letto. Perturbazioni di lunghezza d'onda maggiore del doppio del diametro della colonna sono riflesse dalle pareti. Ed un'ulteriore limitazione all'intervallo dei possibili valori di λ è rappresentata dalle caratteristiche del distributore.

Nella figura 2 sono riportate le curve che forniscono il fattore di amplificazione n al variare di k , per letti granulari di sferette di vetro, assumendo valori della viscosità variabili da 10 a 500 poise ed una velocità relativa tra il solido ed il gas di 100 cm/sec. Diagrammi di tal genere sono stati ottenuti per diversi valori della velocità relativa, ed in figura 3 è indicata l'influenza di questo parametro e della viscosità sul tempo di rottura, calcolato come il tempo occorrente perché la ampiezza della perturbazione caratterizzata dal massimo valore di n si amplifichi nel rapporto da 1 a 100.

I tempi di rottura sperimentalmente determinati per un letto di sferette di vetro di diametro $D = 0,75$ mm, alto 120 mm, in una colonna a sezione rettangolare larga 180 mm, per il quale la velocità relativa V_1 tra il solido ed il gas sufficiente al sostentamento è di circa 115 cm/sec, sono di alcuni decimi di secondo. Tali tempi sono in buon accordo con quelli che si rilevano dalla figura 3 in corrispondenza della suddetta velocità per valori della viscosità μ_1 delle centinaia di poise. Peraltro, va precisato che nelle calcolazioni a mezzo delle (13-15) si suppone la fase leggera costituita da gas, laddove si sarebbe dovuto tener conto che, per effetto della instabilità locale, si forma, a tergo dello strato compatto, una sospensione con solido diluito che, avvicinandosi per caratteristiche fisiche al mezzo raddensato più della fase gassosa, riduce la instabilità di superficie. Inoltre è improbabile che nelle condizioni di esperienza le lunghezze d'onde più favorevoli alla rapida disgregazione del letto potessero generarsi, stante la limitata larghezza della colonna. Tuttavia, il livellamento dei valori di n , al di là del massimo, alle più basse lunghezze d'onda (fig. 2), non induce grosse variazioni nei tempi di rottura t^* calcolati.

BIBLIOGRAFIA.

- [1] L. MASSIMILLA, G. VOLPICELLI e G. RASO, «A. I. Ch. E. Meeting», Boston 1964.
- [2] G. I. TAYLOR, «Proc. Roy. Soc.» (London), *A201*, 192 (1950).
- [3] W. J. RICE e R. H. WILHELM, «A. I. Ch. E. Journal», *4*, 423 (1958).
- [4] R. L. PIGFORD, *Hydrodynamic Stability of a Fluidized Bed*, unpublished report, University of Delaware (1959).
- [5] L. LANDAU, «Acta Physicochim. U.R.S.S.», *19*, 77 (1944).
- [6] K. SCHÜGERL, M. MERZ e F. FETTING, «Chem. Eng. Sc.», *15*, 1 (1961).