Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Giovanni Godoli

La legge di Gleissberg e la teoria di Babcock-Kopecký

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **37** (1964), n.3-4, p. 155–159.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1964_8_37_3-4_155_0>

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Accademia Nazionale dei Lincei, 1964.

Astrofisica. — *La legge di Gleissberg e la teoria di Babcock–Kopecký*. Nota (*) di GIOVANNI GODOLI, presentata dal Socio G. RIGHINI.

1. È ben nota l'esistenza di una relazione fra la latitudine eliografica della zona di massima attività delle macchie solari in un emisfero e la fase del ciclo di attività solare. Questa relazione, generalmente conosciuta come legge di Spoerer, sebbene sia stata scoperta da Carrington nel 1858, è illustrata, nel modo migliore, dal grafico « a farfalla » di Maunder, recentemente aggiornato all'Osservatorio di Greenvich (H. Spencer Jones, 1955). Waldmeier ha dimostrato che le curve rappresentanti la legge di Spoerer per i diversi cicli di attività, sono fra loro parallele ma non coincidenti: i valori assoluti delle latitudini eliografiche delle zone di massima attività delle macchie solari sono infatti, per una determinata fase di attività, tanto maggiori quanto più attivo è il ciclo considerato (Waldmeier 1939). Se si ammette che la legge di Spoerer descriva una reale migrazione delle zone di massima attività delle macchie solari, allora le curve che la rappresentano dimostrano che la velocità di questa migrazione dipende dalla fase del ciclo di attività solare e quindi dalla latitudine eliografica ed è, in media, di qualche metro al secondo.

È d'altra parte ben nota l'esistenza di una relazione fra la velocità di rotazione solare e la latitudine eliografica. Probabilmente questa relazione dipende dallo strato solare considerato: per le macchie, numerose ricerche statistiche hanno dimostrato che essa è del tipo

$$\xi_\varphi = \xi_0 - b \operatorname{sen}^2 \varphi \tag{1}$$

essendo ξ_φ la velocità di rotazione siderale alla latitudine φ; ξ_0 la velocità di rotazione siderale all'equatore; b una costante e φ la latitudine eliografica. Esprimendo ξ_φ, ξ_0 e b in gradi/giorno si ha, secondo le ultime ricerche (Newton e Nunn, 1951),

$$\xi_0 = 14^\circ 38$$
$$b = 2^\circ 77.$$

Nel 1944 Gleissberg ha dimostrato che queste due relazioni non sono indipendenti, ma che la velocità della migrazione in latitudine delle zone di massima attività delle macchie solari è proporzionale alla variazione con la latitudine della velocità angolare.

Nella Tabella I sono riportati, per le varie latitudini:

a) i tempi Δt, espressi in rotazioni sinodiche, impiegati dalla zona di massima attività per migrare di un grado eliografico. I tempi Δt sono

(*) Pervenuta all'Accademia il 9 settembre 1964.

stati dedotti dalla curva rappresentante la legge di Spoerer per un ciclo di media attività; dato però il parallelismo delle curve rappresentanti la legge di Spoerer, si ottengono risultati analoghi anche per curve relative a cicli di minima o massima attività;

b) i valori della funzione sen 2 φ per le latitudini considerate. Questi valori sono, per la (1), proporzionali alla derivata della velocità angolare rispetto alla latitudine;

c) i prodotti

$$\Delta t \text{ sen } 2\varphi$$

la cui costanza esprime appunto la legge di Gleissberg (Gleisberg, 1944).

TABELLA I.

La legge di Gleissberg.

φt	Δt	sen 2 φ	Δt sen 2 φ
26	3,5	0,788	2,8
24	4,0	0,743	3,0
22	4,0	0,695	2,8
20	4,5	0,643	2,9
18	5,0	0,588	3,0
16	5,5	0,530	2,9
14	6,5	0,469	3,1
12	7,5	0,407	3,1
10	9,0	0,342	3,1

2. Sin dal 1953, Cowling aveva proposto un meccanismo atto a trasformare un campo magnetico poloidale in un campo magnetico toroidale (Cowling, 1953).

Supponendo costante la permeabilità magnetica μ, il comportamento del campo magnetico in presenza di un fluido conduttore in moto è descritto dalla relazione

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \wedge (v \wedge B) + \eta \nabla^2 B \tag{2}$$

in cui

$$\eta = \frac{c^2}{4 \pi \mu \sigma}$$

essendo σ la conduttività del fluido. Se la conduttività del fluido è così grande da poter trascurare il termine

$$\eta \nabla^2 B$$

rispetto al termine

$$\nabla \wedge (v \wedge \mathrm{B})$$

la (2) si scrive

$$\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial t} = \nabla \wedge (v \wedge \mathrm{B}).$$

Questa relazione, come è noto, esprime il fatto che il fluido trasporta con sé il campo magnetico il quale risulta quindi « congelato » con la materia; ricordiamo però che essa non esclude un eventuale moto del fluido lungo le linee di forza del campo magnetico.

In una stella dotata di un campo magnetico generale (poloidale) e di una rotazione differenziale, le linee di forza del campo magnetico, a causa dell'alta conduttività del materiale stellare, devono, per quanto si è detto, venir distorte. Questa distorsione dà origine ad una componente azimutale (toroidale) del campo la quale può divenire notevolmente più intensa del campo indisturbato. Consideriamo infatti due punti sulla superficie stellare che, nell'istante iniziale, si trovino sullo stesso meridiano ad una interdistanza l, sufficientemente piccola in modo da poter supporre costante nell'intervallo di latitudini compreso fra i due punti, la variazione della velocità angolare di rotazione con la latitudine. Dopo un tempo t, sia $\mathrm{L}(t)$ la proiezione sul parallelo dell'interdistanza dei due punti variata a causa della rotazione differenziale ed $\mathrm{H}_\tau(t)$ l'intensità del campo azimutale determinato dalla rotazione differenziale. Indicando con H_0 l'intensità del campo imperturbato, sarà

$$\mathrm{H}_\tau(t) = \mathrm{H}_0 \frac{\mathrm{L}(t)}{l}. \tag{3}$$

Nel 1961 H. W. Babcock ha ripreso l'idea di Cowling nel tentativo di inquadrare in un sistema organico vari fatti relativi all'attività solare, fra cui la legge di Spoerer (Babcock, 1961). Recentemente M. Kopecký ha perfezionato la teoria di Babcock riuscendo a prevedere teoricamente anche la migrazione verso i poli di alcuni fenomeni solari (Kopecký, 1963).

Secondo Babcock-Kopecký, alcuni anni prima dell'inizio di un nuovo ciclo di attività, esiste sul Sole un campo magnetico generale poloidale le cui linee di forza emergono da una calotta polare, intersecano il piano dell'equatore magnetico ad una distanza dalla superficie di diversi raggi solari, rientrano nella calotta opposta e si richiudono nell'interno del Sole mantenendosi però immediatamente al disotto della sua superficie. A causa della rotazione differenziale del Sole, queste linee di forza vengono successivamente distorte dando luogo ad una componente azimutale la cui intensità è data dalla relazione (3). Dopo un certo tempo, la componente azimutale sarà la predominante e si potrà porre

$$\mathrm{H} = \mathrm{H}_\tau = \mathrm{H}_0 \frac{\mathrm{L}(t)}{l}. \tag{4}$$

Supponendo che nella zona di formazione delle macchie lo spessore dello strato solare interessato dal campo magnetico sia costante, dovrà essere:

$$\mathrm{H}_0 = \mathrm{H}_e \sec \varphi; \tag{5}$$

posto

$$\Theta = \xi_0 - \xi(\varphi)$$

la (4) si può allora scrivere:

$$H = H_\tau = H_e \frac{d\Theta}{d\varphi} t. \tag{6}$$

Ricordiamo che t indica il tempo intercorso dall'istante in cui ha avuto inizio il processo di distorsione del campo magnetico poloidale.

3. Partendo dalla relazione (6), è possibile descrivere, come hanno dimostrato Babcock e Kopecký, il moto di migrazione in latitudine della zona di massima attività delle macchie solari (legge di Spoerer). Bisogna però, per questo, fare l'ipotesi che il valore critico del campo magnetico H_c, necessario per la formazione delle macchie, sia indipendente dalla latitudine nella zona delle macchie. È inoltre necessario fissare arbitrariamente l'istante dell'inizio del processo di distorsione ed il limite inferiore delle latitudini in cui il campo magnetico non produce macchie sebbene abbia raggiunto il valore critico H_c.

Un più diretto e naturale confronto della relazione (6) con le osservazioni, sembra invece ottenibile tramite la legge di Gleissberg. Indicando con t_c il tempo necessario affinché il campo magnetico H acquisti il valore critico H_c alla latitudine φ, la (6) diventa

$$H_c = H_e \frac{d\Theta}{d\varphi} t_c. \tag{6'}$$

Supponendo, come al solito, H_c indipendente dalla latitudine, si ha dalla (6')

$$\frac{dt_c}{d\varphi} = - \frac{H_c}{H_e} \frac{d^2\Theta}{d\varphi^2} \Big/ \left(\frac{d\Theta}{d\varphi}\right)^2. \tag{7}$$

Da questa relazione si vede che, secondo la teoria di Babcock–Kopecký, dovrebbe essere costante il prodotto

$$\frac{dt_c}{d\varphi} \left(\frac{d\Theta}{d\varphi}\right)^2 \Big/ \frac{d^2\Theta}{d\varphi^2};$$

invece, secondo la legge di Gleissberg, dedotta direttamente dalle osservazioni, deve essere costante il prodotto

$$\frac{dt_c}{d\varphi} \frac{d\Theta}{d\varphi}.$$

Per valutare l'entità della discrepanza fra teoria ed osservazione, sono stati riportati nella Tabella II:

a) i tempi Δt già riportati nella Tabella I;

b) i valori della funzione $(\text{sen } 2\varphi)^2$ per le latitudini considerate. Questi valori sono, per la (1), proporzionali al quadrato della derivata della velocità angolare rispetto alla latitudine;

c) i valori della funzione cos 2 φ per le latitudini considerate. Questi valori sono, per la (1), proporzionali alla derivata seconda della velocità angolare di rotazione rispetto alla latitudine;

d) i prodotti $\Delta t\,(\text{sen}\;2\,\varphi)^2/\cos\,2\,\varphi$ che esprimono, a meno di una costante, i prodotti

$$\frac{dt_c}{d\varphi}\left(\frac{d\Theta}{d\varphi}\right)^2 \Big/ \frac{d^2\,\Theta}{d\varphi^2}\;.$$

TABELLA II.

Le osservazioni e la teoria di Babcock–Kopecký.

φ	Δt	$\text{sen}^2\;2\,\varphi$	$\cos\;2\,\varphi$	$\Delta t\,\text{sen}^2\;2\,\varphi/\cos\;2\,\varphi$
26	3,5	0,621	0,616	3,5
24	4,0	0,552	0,669	3,3
22	4,0	0,483	0,719	2,7
20	4,5	0,413	0,766	2,4
18	5,0	0,346	0,809	2,1
16	5,5	0,281	0,848	1,8
14	6,5	0,220	0,883	1,6
12	7,5	0,166	0,914	1,4
10	9,0	0,117	0,940	1,1

Dall'ultima colonna della Tabella II si deduce che la discrepanza fra teoria ed osservazione è notevole. La teoria di Babcock–Kopecký prevede, infatti, per la velocità della migrazione in latitudine della zona di massima attività delle macchie solari, un valore circa doppio di quello osservato, agli inizi del ciclo (alle alte latitudini eliografiche) ed un valore circa metà di quello osservato, alla fine del ciclo (basse latitudini eliografiche).

BIBLIOGRAFIA.

H. W. BABCOCK, *The topology of the Sun's magnetic field and the 22-year cycle*, «Ap. J.», *133*, 572 (1961).

T. G. COWLING, *Solar electrodynamics*, The Sun, the University of Chicago Press (1953).

W. GLEISSBERG, *Note on the latitude variation of the sunspots belts*, «Ap. J.», *100*, 219 (1944).

M. KOPECKÝ, *On Babcock's derivation of Spoerer's law*, «BAC», *14*, 231 (1963).

H. W. NEWTON, *The Sun's rotation derived from sunspots 1934–1944 and additional results*, «MN», *111*, 413 (1951).

H. SPENCER JONES, *Sunspot and geomagnetic-storm data 1874–1954*, Royal Greenwich Obs. London (1955).

M. WALDMEIER, *Dic Zonenwanderung der Sonnenflecken*, «Astr. Mitt. Zürich», *14*, 470 (1939).