Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Giuseppe Scorza Dragoni

A proposito degli autoomeomorfismi del cerchio dotati di un punto unito unico, interno al cerchio

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **33** (1962), n.5, p. 177–178.

Accademia Nazionale dei Lincei

¡http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1962_8_33_5_177_0¿

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Accademia Nazionale dei Lincei, 1962.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 17 novembre 1962

Presiede il Socio anziano MAURO PICONE

NOTE DI SOCI

Matematica. — *A proposito degli autoomeomorfismi del cerchio dotati di un punto unito unico, interno al cerchio.* Nota [*] del Corrisp.
GIUSEPPE SCORZA DRAGONI.

In questa Nota espongo rapidamente i risultati raggiunti in una Memoria ultimata pochi giorni fa e dedicata a quegli autoomeomorfismi del cerchio, che (applicano il cerchio su se stesso e che) ammettono un punto unito solo, il punto unito riuscendo per di più interno al cerchio [1].

A proposito di un tal autoomeomorfismo, sarebbe desiderabile dimostrare che esso ammette sempre, nel cerchio, almeno una curva semplice ed aperta, che unisca il punto unito al contorno del cerchio e che abbia in comune con la propria immagine soltanto il punto unito; oppure almeno una curva semplice e chiusa, che aggiri il punto unito e che sia libera nell'autoomeomorfismo (cioè priva di punti comuni con la propria immagine). Sarebbe desiderabile, ma potrebbe essere impossibile. Che anzi, se si rammentasse una presunzione avanzata da Brouwer [2], si sarebbe indotti a considerare, come caso limite della seconda eventualità, anche quella del presentarsi, nel cerchio, di una curva semplice e chiusa, che passi per il punto invariante, che abbia in comune con la sua immagine (e la sua controimmagine) soltanto il punto invariante, e che separi dall'infinito tutti i punti della sua immagine, diversi

(*) Presentate nella seduta del 17 novembre 1962.

(1) G. SCORZA DRAGONI, *A proposito degli autoomeomorfismi del cerchio dotati di un punto unito solo* (in corso di stampa nei « Rendiconti del Seminario matematico dell'Università di Padova », dove comparirà nel vol. XXXIII).

(2) Nel testo alludo al cosiddetto teorema generale di traslazione. Per notizie ed indicazioni bibliografiche relative a questo teorema, giammai dimostrato, si vegga la Nota che gli ho dedicato nei « Rendiconti del Seminario matematico dell'Università di Padova », vol. VIII, pp. 83-91 (1937).

da quello invariante, ovvero tutti quelli, diversi dall'invariante, della sua controimmagine. Comunque, nella Memoria annunciata dimostrerò che:

In ogni tal autoomeomorfismo del cerchio è sempre presente, nel cerchio, almeno una curva semplice ed aperta, che unisca il punto unito al contorno del cerchio e che abbia in comune con la propria immagine soltanto il punto unito; oppure almeno una curva semplice e chiusa che aggiri il punto unito e che si possa spezzare in due archi liberi nell'autoomeomorfismo, se non è addirittura libera essa stessa.

Nella seconda eventualità il risultato si può precisare notevolmente. Scelte le unità di misura per i segmenti e per gli angoli, e prefissato il numero reale positivo ε, a uno degli archi in cui la curva semplice e chiusa si spezza, si può imporre di avere un diametro minore di ε e di essere visto dal punto unito sotto un angolo minore di ε nella misura. E queste circostanze si possono esprimere dicendo che l'altro arco aggira il punto unito a meno di ε. Naturalmente la curva semplice e chiusa eventuale ed i due eventuali archi semplici ed aperti dipenderanno da ε. Ma si può sempre concludere che:

In ogni tal autoomeomorfismo del cerchio è sempre presente, nel cerchio, almeno una curva semplice ed aperta, che unisca il punto unito al contorno del cerchio e che abbia in comune con la propria immagine soltanto il punto unito; oppure almeno una curva semplice ed aperta, che sia priva di punti in comune con la propria immagine e che aggiri il punto unito a meno del numero reale e positivo ε, prefissato a piacere.

Quest'ultimo teorema è in armonia con un altro mio recente risultato, relativo a quegli autoomeomorfismi di una corona circolare, che non lasciano alcun punto invariato e che applicano le due circonferenze estreme della corona ciascuna su se stessa; in armonia cioè con la circostanza che ogni tal autoomeomorfismo della corona circolare ammette sempre, come libera, nella corona, almeno una curva semplice ed aperta, che congiunga le due circonferenze estreme della corona, oppure almeno una curva semplice ed aperta, che aggiri il centro della corona a meno di ε, il numero reale e positivo ε potendosi prefissare a piacere (di guisa che ogni tal autoomeomorfismo della corona circolare o ammette, nella corona, almeno una curva semplice ed aperta, che congiunga le circonferenze estreme della corona e che sia libera, oppure almeno una curva semplice e chiusa, che aggiri il centro della corona e che si spezzi in due archi liberi, se non è libera essa stessa) [3].

Le dimostrazioni sono troppo delicate per poter essere riassunte soddisfacentemente entro confini piuttosto ristretti.

(3) G. SCORZA DRAGONI, *Sugli autoomeomorfismi delle corone circolari privi di punti uniti* (in corso di stampa nei « Rendiconti del Seminario matematico dell'Università di Padova », dove occuperà le pp. 1–32 del vol. XXXIII). Veramente l'accezione data ivi alle parole « aggirare un punto a meno di ε » è diversa da quella attuale: fissata l'unità di misura per i segmenti, una curva semplice ed aperta del piano ordinario aggira un punto del piano a meno di ε, se si può completare, mediante l'aggiunta di un arco col diametro minore di ε, in una curva semplice e chiusa aggirante il punto, nel piano. Peraltro, a conti fatti, nel caso della corona circolare, il teorema, vero in una accezione, è vero anche nell'altra.