
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

GUSTAVO COLONNETTI

Singolari proprietà degli stati di coazione

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 32 (1962), n.4, p. 429–431.

Accademia Nazionale dei Lincei

http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1962_8_32_4_429_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 14 aprile 1962

Presiede il Presidente GINO CASSINIS

NOTE DI SOCI

Meccanica. — *Singolari proprietà degli stati di coazione.* Nota (*)
del Socio GUSTAVO COLONNETTI.

Consideriamo un corpo in uno stato di coazione — cioè in uno stato di equilibrio per forze esterne tutte nulle — determinato dall'intervento di un sistema di deformazioni impresse

$$\bar{\epsilon}_x, \bar{\epsilon}_y, \bar{\epsilon}_z, \bar{\gamma}_{yz}, \bar{\gamma}_{zx}, \bar{\gamma}_{xy}$$

arbitrariamente imposte ai singoli elementi materiali che lo compongono, o sopravvenute in essi a causa della plasticità del materiale.

Sia V lo spazio occupato dal corpo ed S la superficie che lo limita.

Immaginiamo tracciata nello spazio V una superficie Σ la quale divida il corpo in due parti indipendenti. Ciascuna di queste parti, supposta separata dall'altra mediante un taglio, potrà continuare a mantenersi in equilibrio se si immagina applicato ad essa un sistema di forze equipollenti alle tensioni interne che, prima del taglio, l'altra parte del corpo esercitava su di essa attraverso la superficie Σ .

Ferma l'ipotesi che il tutto sia libero da ogni qualsiasi azione esterna (cioè da forze applicate come da vincoli) se ne deduce che:

l'insieme delle tensioni interne relative ad una superficie Σ , arbitrariamente tracciata nello spazio V , la quale divida il corpo in due parti indipendenti, deve necessariamente costituire un sistema di forze in equilibrio.

(*) Presentata nella seduta del 14 aprile 1962.

Questa proprietà, per la sua grande generalità, potrebbe prestarsi a molte considerazioni. Può in particolare suggerire la domanda se possa esistere qualche speciale superficie Σ sulla quale le tensioni interne siano tutte nulle; se cioè sia possibile che lo stato di coazione - se determinato da deformazioni impresse ad una ben circoscritta regione del corpo - resti alla sua volta circoscritto ad un intorno più o meno esteso ma comunque limitato della detta regione, senza estendersi a tutto lo spazio V .

A questa domanda sembra che si debba, generalmente, rispondere in senso negativo, in quanto le deformazioni che caratterizzano lo stato di coazione si estendono di regola fino a raggiungere la superficie S indipendentemente dal fatto che questa sia più o meno lontana dalla regione in cui il fenomeno ha avuto origine.

Qualche interessante elemento di giudizio in merito si può comunque acquisire applicando allo studio dello stato di coazione considerato il *secondo principio di reciprocità* ⁽¹⁾ quando si assuma come sistema ausiliario quello definito da una pressione idrostatica (epperò uniformemente distribuita) su tutta la superficie S del corpo.

Detto p il valore della pressione unitaria (cioè riferita all'unità di superficie) le componenti secondo gli assi coordinati della forza operante sull'elemento generico dS di normale n saranno

$$p \cos (nx) dS \quad , \quad p \cos (ny) dS \quad , \quad p \cos (nz) dS$$

ed il lavoro che questa forza farebbe se il suo punto di applicazione subisse lo spostamento di componenti u, v, w che caratterizza lo stato di coazione proposto, si potrà sempre scrivere sotto la forma

$$pu \cos (nx) dS + pv \cos (ny) dS + pw \cos (nz) dS.$$

Estendendo il calcolo all'intera superficie del corpo, si avrà

$$L = p \int_S [u \cos (nx) + v \cos (ny) + w \cos (nz)] dS.$$

Ma l'espressione entro parentesi quadra altro non è che la componente normale dello spostamento u, v, w .

L'integrale misura perciò la variazione di volume subita dal corpo nel suo passaggio dallo stato naturale non deformato allo stato di coazione considerato.

Ora, in omaggio al secondo principio di reciprocità, il lavoro testè calcolato deve risultare eguale al lavoro che le tensioni interne determinate dalla

(1) « *La somma dei prodotti delle componenti di una deformazione non elastica (arbitrariamente imposta al corpo o sopravvenuta per effetto della sua plasticità) per le componenti corrispondenti delle tensioni interne dovute ad un sistema qualunque di forze esterne, è eguale al lavoro che queste forze esterne compirebbero nel cambiamento di configurazione determinato dalla deformazione non elastica.* »

Questo teorema venne da me enunciato per la prima volta nel 1912 (cfr. « Rendiconti R. Accademia dei Lincei », ser. 5^a, 21 e ser. 5^a, 24).

pressione idrostatica

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{xy} = 0$$

farebbero all'atto della introduzione delle deformazioni impresse. Si deve cioè avere

$$L = \int_V (\sigma_x \bar{\epsilon}_x + \sigma_y \bar{\epsilon}_y + \sigma_z \bar{\epsilon}_z) dV = p \int_V (\bar{\epsilon}_x + \bar{\epsilon}_y + \bar{\epsilon}_z) dV.$$

Ma la somma $\bar{\epsilon}_x + \bar{\epsilon}_y + \bar{\epsilon}_z$ misura notoriamente la variazione impressa al volume dell'elemento generico.

Donde la conclusione:

« La variazione di volume subita dal corpo nel suo passaggio dallo stato naturale non deformato ad uno stato di coazione qualsiasi è eguale alla somma delle variazioni di volume che, per determinare un tale stato di coazione, sono state impresse ai singoli elementi che compongono il corpo ».

BIBLIOGRAFIA.

- G. COLONNETTI, *Scienza delle Costruzioni*, I, Torino (ed. Einaudi) 1953, p. 385.
 G. COLONNETTI, *L'équilibre des corps déformables*, Paris (ed. Dunod) 1955, p. 20.
 G. COLONNETTI, *Elastoplasticità*, « Pontificiae Academiae Scientiarum Scripta varia ». Vaticano 1960, p. 83.