

---

ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI  
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

# RENDICONTI

---

ELIGIO PERUCCA, CLAUDIA GENTILE

**Espressione delle leggi dell'irraggiamento termico.**

**Nota I**

*Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 32 (1962), n.3, p. 275-280.*

Accademia Nazionale dei Lincei

[http://www.bdim.eu/item?id=RLINA\\_1962\\_8\\_32\\_3\\_275\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1962_8_32_3_275_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

## DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

---

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

---

*Seduta del 10 marzo 1962*

*Presiede il Presidente* GINO CASSINIS

---

### NOTE DI SOCI

---

**Fisica.** — *Espressione delle leggi dell'irraggiamento termico.* Nota I di ELIGIO PERUCCA e CLAUDIA GENTILE, presentata (\*) dal Socio E. PERUCCA.

Un'ampia discussione avuta recentemente con un gruppo di fisici stranieri ha condotto ad una constatazione che è almeno strana. Sono leggi universalmente famose nel campo della emissione puramente termica: la legge di Kirchhoff, la legge di Stefan-Boltzmann, la legge di Planck (1).

Ebbene si è dovuto constatare che queste leggi, pur fissati i nomi che per ciascuna di esse la fisica ha stabilito, hanno però contenuto diverso secondo i diversi Autori.

Ne consegue talvolta la sola confusione nei valori numerici delle costanti, talvolta una confusione più grave.

Il motivo può indicarsi nel fatto seguente: da un secolo, cioè da quando apparve la più antica delle leggi su indicate, la nomenclatura nel campo della emissione termica si è radicalmente trasformata e precisata; non tutti i trattati, non tutti gli Autori hanno seguito questo mutamento.

(\*) Nella seduta del 10 marzo 1962.

(1) Si possono considerare sullo stesso piano di importanza anche le due leggi di Wien. Ma esse sono in sostanza contenute nella legge di Planck.

Talune precisazioni si possono considerare acquisite soltanto oggi, perché soltanto in questi anni, dopo vari stadi susseguentisi in circa mezzo secolo, una determinazione internazionale della nomenclatura e dei simboli si considera ormai solidamente stabilita.

In seguito all'invito rivolto al prof. E. Perucca a mettere un po' d'ordine nell'argomento, sono risultate utili varie considerazioni sulle quali si riferisce in questa Nota.

Si tenga presente che lo scopo della chiarificazione che qui si espone è anzitutto di giovare in un campo pratico, quello della fotometria delle radiazioni elettromagnetiche.

Se non si avesse presente questo lato, la preferenza segnalata per certune forme delle leggi accennate, potrebbe perdere il valore che qui le è stato accordato.

#### I. - LEGGE DI KIRCHHOFF.

Questa legge deve essere enunciata per luce monocromatica. Ciò induce a ritenere preferibile che quest'ultima sia individuata dalla sua frequenza  $\nu$  che, per un dato fascio di energia elettromagnetica, è indipendente dal mezzo di propagazione. Malauguratamente ragioni pratiche inducono a preferire la lunghezza d'onda  $\lambda$ , che invece, per un dato fascio monocromatico, varia con l'indice di rifrazione del mezzo.

Coloro che sono venuti a contatto con problemi pratici dell'ottica sono già edotti di questa preferenza alla quale sembra che le validissime ragioni esposte dai fisici non rechino sensibile disturbo.

Perché sia giustificato il nome « di Kirchhoff », questa legge deve e può tenersi nei limiti che sono stabiliti dai lavori di questo fisico <sup>(2)</sup>.

Da lui la legge fu scritta:

$$(1) \quad \frac{E}{A} = \text{cost}$$

ed enunciata brevemente: « il rapporto tra potere emissivo e potere assorbente è costante per tutti i corpi ».

Nelle sue pagine si trova quanto occorre per completare questo enunciato, altrimenti indeterminato, e per tradurre in nomenclatura attuale quei termini di « potere emissivo » e di « potere assorbente » che, ancora vivi nei primi decenni del secolo, hanno ceduto il posto nella maggior parte degli Autori a termini ben più definiti.

Ne risulta il seguente enunciato della *legge di Kirchhoff*: « nell'equilibrio termodinamico (a temperatura costante nel sistema), per un corpo a fattore di trasmissione nullo, per un elemento della sua superficie (supposta nel vuoto o praticamente nell'aria), in una data direzione, per la stessa lunghezza di

(2) G. KIRCHHOFF, *Gesammelte Werke*, Leipzig 1881; Nota del 1859, p. 556; Monografia del 1862, p. 671.

onda  $\lambda$  (nel vuoto o nell'aria) e per lo stesso stato di polarizzazione, il rapporto tra:  $\frac{\partial L_e(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}$ , densità spettrale della luminanza energetica (o densità spettrale della radianza <sup>(3)</sup>), e  $\alpha_K(\lambda, \Theta)$ , fattore di assorbimento di Kirchhoff, è una costante funzione solo di  $\lambda$  (e di  $\Theta$ , quando per lo stesso corpo e la stessa  $\lambda$  si considerasse un'altra  $\Theta$ ).

Dunque « potere emissivo » ha mutato profondamente il nome. E così il « potere assorbente » del 1860 ha mutato nome in « fattore di assorbimento ». Ma ecco accorgersi che ora di fattori di assorbimento ed affini la nomenclatura ne registra parecchi. Risulta quanto segue:

Di un flusso  $\Phi_o$  incidente sull'elemento  $dA$  di superficie del corpo, una parte  $\Phi_r$  è riflessa e  $\rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_o}$  è il fattore di riflessione, una parte  $\Phi_t$  è trasmessa dal corpo, cioè ne fuoriesce dopo averlo attraversato <sup>(4)</sup> e  $\tau = \frac{\Phi_t}{\Phi_o}$  è il fattore di trasmissione, una parte  $\Phi_a$  è assorbita dal corpo, cioè il flusso di energia relativo penetrato nel corpo vi si muta in calore, e  $\alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_o}$  è il fattore di assorbimento.

Si escludono altre suddivisioni del flusso incidente, sicché è:

$$\Phi_o = \Phi_r + \Phi_t + \Phi_a \quad ; \quad 1 = \rho + \tau + \alpha.$$

Perché valga la legge di Kirchhoff si deve supporre che il corpo sia così esteso ed in relazione così forte il suo coefficiente di assorbimento interno, che risulti  $\tau = 0$ ; il flusso inghiottito dalla superficie non esce più dal corpo. Allora è:

$$1 - \rho = \alpha_K.$$

Questo è il fattore di assorbimento che serve nella legge di Kirchhoff e che indicheremo perciò, per ben determinarlo, con  $\alpha_K$ ; lo si dirà fattore di assorbimento di Kirchhoff.

Poiché  $1 - \rho = \tau + \alpha$  si dice anche fattore d'ingresso nel corpo, per il caso a noi interessante è  $\tau = 0$  quindi è  $1 - \rho = \alpha_K$ , e cioè il fattore d'ingresso deve coincidere col fattore di assorbimento di Kirchhoff.

Va sottolineato quanto fosse drasticamente telegrafico l'enunciato originario.

Ma ora si procede speditamente.

(3) Si tratta del flusso energetico areico (cioè riferito all'elemento di superficie) riferito al campo spettrale  $d\lambda$ , e ad un angolo solido elementare  $d\Omega$  avente per asse la direzione considerata. Unità di misura è  $\frac{\text{watt}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}}$ .

Il termine « radianza » è preferito in lingua inglese; invece di densità della radianza è ben preferibile dire radianza « lambdica » cioè riferita all'intervallo  $d\lambda$ , analogamente a come ha preso piede all'estero e anche in Italia il termine « massa volumica »:  $dm/dv$  in luogo dell'antico termine « densità » frequentemente usato e con così diversi significati da potersi dire davvero « abusato ».

(4) E resta il dubbio se la parte che fuoriesce nella direzione della riflessione va aggiunta alla parte riflessa o no; ma questo per noi non ha importanza.

Poiché in ogni corpo nero, in ogni direzione, per qualunque stato di polarizzazione è  $a_K(\lambda, \Theta) = 1$ , la legge di Kirchhoff si scrive:

$$(2) \quad \frac{\frac{\partial L_e(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}}{a_K(\lambda, \Theta)} = \frac{\partial L_{e, \text{nero}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}$$

e poco interessa distinguere tra luce naturale e luce polarizzata.

Non appartiene più a Kirchhoff ed ha poca importanza per noi il domandarsi come si muti la (2) quando in una cavità in equilibrio termodinamico a pareti opache, capace quindi di agire come corpo nero, si preferisca considerare grandezze fisiche « di volume » per l'emissione e per l'assorbimento nella cavità. Agli scopi già prima accennati basta fermarsi alla (2) che costituisce la legge utile nel caso della fotometria pratica.

Orbene occorre segnalare che in alcuni trattati di alta autorità e del tutto recenti <sup>(5)</sup> si scivola più o meno apertamente nella sostituzione della emittenza energetica  $M_e$  alla luminanza energetica o radianza  $L_e$ .

Ora ciò è certamente inopportuno se non lo si vuol giudicare proprio un errore; e di ciò Kirchhoff è del tutto innocente.

Finché si tratta della legge di Planck, che vale solo per il corpo nero, il passaggio da  $L_e$  a  $M_e$  ha carattere del tutto formale, perché nel corpo nero è:

$$(3) \quad \pi L_{e, \text{nero}} = M_{e, \text{nero}}$$

con  $\pi = \pi \text{ sr} = 3,14 \dots \text{ sr}$ , e nel Sistema Internazionale di unità (S.I.) è:

$$[M_e] = \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}, \quad [L_e] = \frac{\text{watt}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr}}.$$

Ma la legge di Kirchhoff serve anche per i corpi non neri e nemmeno « lambertiani ». Allora  $a_K(\lambda, \Theta)$  e con esso anche il fattore di riflessione  $\rho = \rho(\lambda, \Theta)$ , cambiano in generale con l'angolo di incidenza sulla superficie del corpo; ciò avviene anche per  $L_e$ , e la sostituzione di  $L_e$  con  $M_e$  è legittima solo se si introduce, in luogo di  $a_K$ , funzione della direzione, una specie di valor medio  $a_{K,m}$  per il semispazio di emissione, tale che sia <sup>(6)</sup>:

$$a_{K,m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_K \cos \vartheta \, d\Omega,$$

(5) Citeremo ad esempio solo: F. KOHLRAUSCH, *Praktische Physik*, Teubner, Stuttgart, 20<sup>a</sup> ediz. 1956; M. BORN, E. WOLF, *Principles of Optics*, Pergamon Press, London 1959.

(6)  $\cos \vartheta$  e  $d\Omega$  hanno il consueto significato. A questa espressione di  $a_{K,m}$  si giunge esprimendo l'emittenza energetica lambdica in funzione della luminanza energetica lambdica e ricordando che in ogni direzione vale la (2):

$$\frac{\partial M_e}{\partial \lambda} = \int_0^{2\pi} \frac{\partial L_e}{\partial \lambda} \cos \vartheta \, d\Omega = \frac{\partial L_{e, \text{nero}}}{\partial \lambda} \int_0^{2\pi} a_K \cos \vartheta \, d\Omega = \frac{\partial M_{e, \text{nero}}}{\partial \lambda} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} a_K \cos \vartheta \, d\Omega.$$

sicch  si possa scrivere:

$$\frac{\frac{\partial M_e(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}}{\alpha_{K,m}(\lambda, \Theta)} = \frac{\partial M_{e,nero}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}.$$

Ci  svisterebbe tuttavia, a nostro avviso, il contenuto della legge di Kirchhoff.

Si noti che, dei molti trattati consultati prima di stendere queste righe, solo in un modesto, ma accurato volume di H. Schenck Jr. (*Heat Transfer Engineering*, Prentice Hall, USA 1959), l'autore, scritta la legge di Kirchhoff con le emettanze energetiche  $M_e$ , invece che con le luminanze energetiche  $L_e$ , avverte che essa vale se il corpo in istudio   grigio, cio  lambertiano. E dovrebbe essere grigio per tutto l'intervallo delle radiazioni emesse, non solo per quelle visibili.

Stabilito, dunque, che la legge di Kirchhoff debba esprimere una relazione tra luminanze energetiche (radianze) lambdiche, e non tra emettanze energetiche lambdiche, cade anche l'interesse a scriverla, come si vede in alcuni testi, sotto la forma

$$\varepsilon(\lambda, \Theta) = \alpha_K(\lambda, \Theta)$$

perch  il simbolo  $\varepsilon(\lambda, \Theta)$ , detto fattore di emettanza (energetica) del corpo in istudio,   per definizione il rapporto:

$$\frac{\frac{\partial M_e(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}}{\frac{\partial M_{e,nero}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}} \text{ e non } \frac{\frac{\partial L_e(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}}{\frac{\partial L_{e,nero}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda}}$$

come invece deve essere secondo la (2).

## 2. - LEGGE DI STEFAN-BOLTZMANN.

Si riferisce alla sola emissione termica del corpo nero, quindi le cose sono pi  semplici. Inoltre si considera in modo tacito e praticamente esclusivo l'emissione naturale, non polarizzata.

La grande maggioranza degli Autori scrive questa legge sotto la forma

$$(4) \quad M_{e,nero} = \sigma \Theta^4.$$

Chi volesse ancora far uso delle luminanze energetiche (radianze)  $L_{e,nero}$ , invece che delle emettanze energetiche  $M_{e,nero}$ , basta che ricordi la relazione (3).

Si scriver  allora la legge di Stefan-Boltzmann sotto la forma:

$$L_{e,nero} = \frac{\sigma}{\pi} \Theta^4$$

o, con un simbolo spesso usato:

$$(5) \quad L_{e,nero} = a \Theta^4.$$

Il valore sperimentale della costante  $\sigma$  (Cohen *et al.*, 1955) è:

$$(6) \quad \sigma = (5,668\ 7 \pm 0,001\ 0) \cdot 10^{-8} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

quindi:

$$(7) \quad a = (1,804\ 4 \pm 0,000\ 3) \cdot 10^{-8} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4 \cdot \text{sr}}.$$

Se non si confonde emittenza  $M_e$  con radianza  $L_e$ , nè  $\sigma$  con  $a$ , la divergenza formale tra la (4) e la (5) non darà inconvenienti.

Il guaio è che malgrado gli sforzi della Commission Internationale de l'Eclairage (C.I.E.), che è particolarmente conscia della necessità di queste chiarificazioni, l'unificazione dei nomi e dei simboli non è seguita quanto occorre da tutti gli Autori affinché ogni ambiguità sia esclusa.

Si noti che non si intende con ciò esortare alla valorizzazione delle formule contenenti l'emittenza energetica (costante  $\sigma$  data dalla (6)) piuttosto che quelle contenenti la radianza (luminanza energetica) (costante  $a$  data dalla (7)).

Nel fatto vi sono circostanze sperimentali in cui appare più direttamente ed è preferibile  $L_e$ , e circostanze in cui risulta preferibile  $M_e$ .

Anche questa volta, analogamente a quanto si è detto a proposito della legge di Kirchhoff, la legge di Stefan-Boltzmann può venire enunciata introducendo il concetto di energia volumica (densità di energia) nell'interno della cavità agente da corpo nero, ma, per le stesse ragioni là indicate, noi non insisteremo su queste altre forme della legge in questione, espresse in funzione di una grandezza di volume che non è di largo impiego nella fotometria.

Analoga necessità di unificazione nei simboli e nei termini si ha per la legge di Planck, e di questa si parlerà in una prossima Nota.