

---

# *La Matematica nella Società e nella Cultura*

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

CESARE DAVINI

## Un ricordo di Piero Villaggio

*La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 7 (2014), n.2, p. 181–214.*

Unione Matematica Italiana

[http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI\\_2014\\_1\\_7\\_2\\_181\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2014_1_7_2_181_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2014.

## Un ricordo di Piero Villaggio

CESARE DAVINI

### INDICE

1. Un preambolo personale .....	181
2. Note biografiche .....	184
3. Formazione e interessi scientifici .....	185
4. I lavori di esordio .....	187
5. I primi anni a Pisa: 1966–1972 .....	191
6. Il periodo della maturità .....	194
7. Gli articoli divulgativi, le monografie, il saggio sull'opera di Johann I Bernoulli .....	201
8. Il messaggio .....	205
Pubblicazioni di Piero Villaggio .....	207
Riferimenti Bibliografici .....	213

### 1. – Un preambolo personale

Piero Villaggio è morto a Genova il 4 gennaio 2014. Se n'è andato con discrezione, per un rapido peggioramento delle sue condizioni dopo la frattura del femore occorsagli ai primi di dicembre. Il 2013 era stato per lui un anno difficile, perché stentava a riprendersi dopo un intervento subito l'anno prima, ma lo aveva affrontato con la grinta di sempre e senza rinunciare alle sue sedute giornaliere in palestra o al campo di atletica. L'avevo incontrato a settembre e mi era apparso informato, concentrato e motivato come sempre. Così, la sua morte mi ha colto di sorpresa. La stessa che deve aver provato la maggior parte di quelli che lo conoscevano, perché Piero, nonostante fosse cordiale e disponibile all'ascolto, era una persona riservatissima e custodiva gelosamente la sua sfera privata.



Fig. 1. – Piero Villaggio (con Adolfo Santini), Università Mediterranea di Reggio Calabria, aprile 2008. (cortesia di Omi Villaggio)

Non sono stato suo studente, perché avevo già seguito il corso e dato l'esame quando Villaggio è arrivato a Pisa come giovanissimo cattedratico di Scienza delle Costruzioni. L'ho incontrato dopo la laurea per un'iniziativa di Claudio Rea, che avevo conosciuto come assistente all'interno della Scuola Superiore A. Pacinotti<sup>(1)</sup>, ed è stato un incontro che ha segnato i miei orientamenti scientifici e la mia vicenda accademica.

Sono entrato nell'Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Pisa nel gennaio del 1969 con una borsa ministeriale. Del Piero, Podio Guidugli, Angotti erano già presenti, Virga sarebbe arrivato più tardi. Molti altri sarebbero poi passati per quell'Istituto dopo l'avvio dei dottorati, a cui Pisa aveva aderito dando vita a un dottorato consorziato in Ingegneria delle Strutture con sede amministrativa a Firenze.

<sup>(1)</sup> Successivamente diventata la Scuola Superiore S. Anna di Pisa.

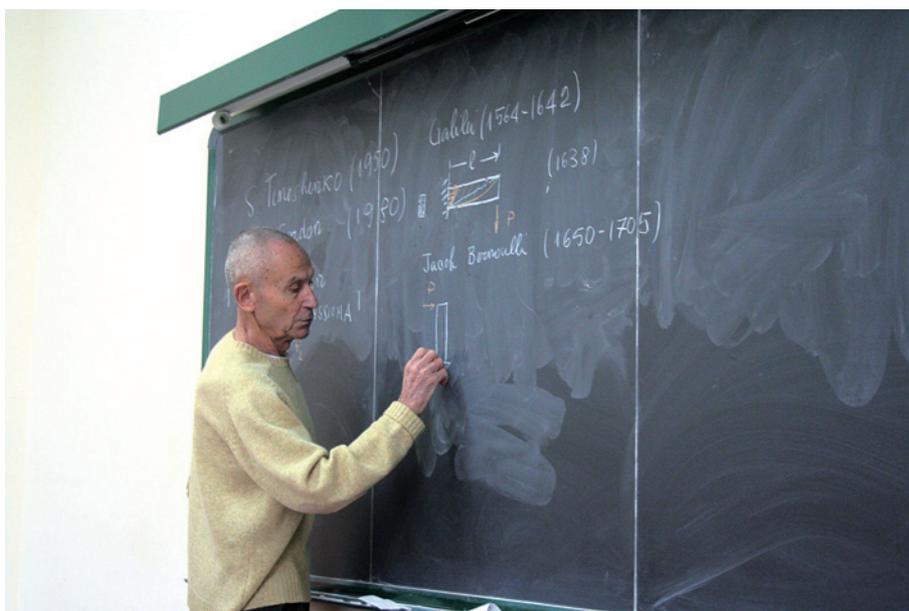


Fig. 2. – Piero Villaggio, Università Mediterranea di Reggio Calabria, aprile 2008. (cortesia di Omi Villaggio)

È stato un periodo prezioso, in cui ognuno ha potuto coltivare liberamente le curiosità del presente e gli interessi scientifici di prospettiva. Piero non parlava volentieri dei suoi lavori e non comunicava entusiasmi per le idee o i risultati ottenuti. Era piuttosto concentrato sui temi generali, vecchi e nuovi, che animavano la discussione nella comunità scientifica e soprattutto sugli sviluppi che un'interazione sempre più stretta tra la meccanica e la matematica stava producendo nel campo del calcolo delle variazioni e dell'analisi funzionale. Era uno studio che portava avanti in modo individuale e che avrebbe condiviso con gli altri nei trattati che ci ha lasciato e nelle conferenze e gli articoli divulgativi che hanno caratterizzato gli ultimi anni della sua attività. È difficile interpretare la riservatezza con cui trattava il suo lavoro di ricerca. Forse non intendeva influenzare gli orientamenti degli altri o assumere un ruolo di maestro, nella convinzione che la pratica del rigore e dello studio fosse sufficiente a costituire una scuola. Certamente, la sua è stata una scelta che ha lasciato agli allievi la fatica individuale di trovare la propria strada e, spesso, di costruirsi le competenze di base per percorrerla.

## 2. – Note biografiche

Piero Villaggio è stato una personalità di rilievo nel panorama nazionale ed internazionale.

Era professore emerito presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università di Pisa, dove era stato chiamato a coprire una cattedra di Scienza delle Costruzioni nel 1966. Per molti anni ha tenuto il corso di Idrodinamica classica e Meccanica dei continui presso la Scuola Normale Superiore di Pisa. Era socio ordinario dell'Accademia Nazionale dei Lincei. Ha ricoperto posizioni di professore visitatore presso la Johns Hopkins University di Baltimora, la Herriot-Watt University di Edinburgo e la University of Minnesota di Minneapolis. Ha servito come membro nell'editorial board del *Journal of Elasticity* per oltre trent'anni ed è stato associate editor per altre prestigiose riviste, tra cui *Meccanica*, *Non Linear Differential Equations and Applications* e il *Journal for the Mathematics and Mechanics of Solids*.

Piero rifuggiva dalle cariche ufficiali. Così, nel 1994 aveva declinato la proposta di nomina a presidente dell'Associazione Nazionale di Meccanica Teorica ed Applicata (AIMETA). Non aveva potuto evitare, comunque, di esserne il vicepresidente per otto anni e consigliere per sei.

Amava profondamente la montagna ed era un rocciatore esperto, membro del Club Alpino Accademico, Sezione di Nord Est. Intorno a questa passione ha coltivato amicizie profonde con persone spesso molto diverse per età, interessi culturali, storie personali e convinzioni politiche. Una sua bella intervista su quello che considerava il suo maestro, e sui valori che lo legavano a lui, compare in un libro dedicato a Oscar Soravito (1908-2002), di Gianpaolo Carbonetto e Luciano Santin: *Oscar Soravito, una vita in montagna*, ITC srl Editore, Udine 2001.

Era nato a Genova in una famiglia della buona borghesia il 31 dicembre 1932. Il padre, originario di Palermo, era un affermato ingegnere strutturista che aveva partecipato alla ricostruzione dopo la seconda guerra mondiale; la madre, originaria di Venezia, era insegnante di tedesco. A lei Piero doveva una buona conoscenza della lingua tedesca, che gli aveva permesso di leggere direttamente dalle fonti

l'importante letteratura tecnico-scientifica della prima metà del novecento. Il fratello gemello, Paolo, è stato ed è un versatile uomo di spettacolo.

Piero aveva seguito studi classici presso il liceo Doria. Classica era la sua cultura: amava la musica e la letteratura, in particolare la storia e la filosofia. Delle sue letture si trova traccia in molti passaggi delle conferenze e degli articoli che hanno caratterizzato l'ultima parte della sua attività. Dopo il liceo, si era iscritto alla facoltà di ingegneria dell'Università di Genova. Si era laureato in Ingegneria Civile nel 1957, con una tesi sulla meccanica dei fluidi.

Dopo la laurea Piero aveva trascorso un periodo a Roma come borsista dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica. Nel 1959 era diventato assistente alla cattedra di Scienza delle Costruzioni, tenuta da Riccardo Baldacci; nel 1966 aveva vinto il concorso a cattedra per la stessa disciplina.

### 3. – **Formazione e interessi scientifici**

L'incontro, a Genova, con Guido Stampacchia ebbe un ruolo speciale nella formazione di Piero Villaggio. A lui Piero si sentiva legato da un profondo senso di gratitudine e ammirazione, ed è probabilmente a lui che doveva la sua scelta di concorrere per una borsa dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica nell'anno accademico 1958-1959.

A Roma ebbe come docenti Giulio Krall, Gaetano Fichera, Carlo Cattaneo e Beniamino Segre. Fu un periodo impegnativo, con frequenti colloqui da cui dipendeva la prosecuzione della borsa. Ricorda Mario Como, un caro amico di poco più giovane conosciuto in quel periodo:

Prima di incontrare gli esaminatori attraversavamo un lungo corridoio sulle cui pareti c'erano i ritratti di matematici come Peano, Tonelli, Dini ecc. che ci incutevano timore. Fichera era l'esaminatore più terribile ma Piero era sempre brillante nei colloqui.

All'INdAM Piero era affascinato dalle lezioni di Giulio Krall e di queste parlava con entusiasmo quando ci incontravamo. Ricordo in particolare la sua ammirazione proprio per le lezioni di Krall sul calcolo delle autofunzioni e degli autovalori nello studio delle oscillazioni dei sistemi elastici continui.

Comprendevo che molte cose che allora ci venivano insegnate erano già note a Piero. Lo interessava la Meccanica dei Continui e nelle conversazioni con lui costante era il suo riferimento a Signorini, che all'epoca, però, non era tra i nostri docenti. Piero mi parlava poi spesso di Guido Stampacchia per il quale aveva una profonda ammirazione: era stato Stampacchia ad indirizzarlo per primo, a Genova, allo studio delle disequazioni variazionali.

Il contatto con i docenti incontrati all'INDAM fu importante, ma Piero Villaggio seguiva anche un suo percorso personale in varie direzioni. Accanto allo studio dei classici della meccanica della prima metà del novecento, la sua attenzione era attratta dai problemi a cui alcuni autori avevano saputo dare soluzioni esplicite. Tra questi, i problemi di contatto della teoria di Hertz, la vasta classe dei problemi di elasticità piana risolti da Muskhelishvili con la tecnica della variabile complessa, e quelli bi e tridimensionali sulla concentrazione degli sforzi nell'intorno degli intagli, trattati estesamente da Neuber.

Della teoria della variabile complessa e di quella delle trasformate in problemi di elasticità Piero sarebbe diventato un utilizzatore esperto [4, 45, 115, 134, 138, 142], ponendosi un po' controcorrente in un'epoca in cui la matematica, da un lato, si sarebbe rivolta allo studio dei metodi qualitativi e delle proprietà generali dei problemi differenziali al contorno, e la tecnica, dall'altro, avrebbe tratto vantaggio dagli enormi progressi nel campo del calcolo e delle potenzialità computazionali.

Oltre ai problemi classici dell'elastostatica lineare, menzionati sopra, lo interessavano alcuni temi di fondo della Meccanica dei Continui, come le equazioni costitutive di tipo integrale per materiali con memoria, proposte da Volterra, e la formulazione dei problemi al contorno dell'elasticità non lineare, trattata da Signorini.

Un argomento, infine, che egli coltivò con passione è stato il Calcolo delle Variazioni. Non solo per l'importanza che aveva avuto nella storia della meccanica, ma anche come strumento operativo per dedurre equazioni e calcolare stime in problemi specifici. Applicazioni si trovano in alcuni dei suoi lavori giovanili [1, 8, 9, 14]. Il calcolo delle variazioni lo interessava anche nei suoi aspetti funzionali. L'incontro con Stampacchia lo aveva introdotto alla nascente teoria debole dei pro-

blemi al contorno di tipo ellittico, portandolo a conoscenza anche dei lavori di Magenes e Lions e di quelli eleganti e difficili di Campanato sul problema dell'elasticità. Con grande intuito Piero Villaggio colse la portata innovativa di quelle idee e seguì con attenzione gli sviluppi della ricerca matematica su questi temi. Credo che uno dei suoi meriti principali sia stato quello di segnalarne l'importanza ai meccanici degli anni '60 e '70, specialmente a quelli che provenivano dalle scuole di ingegneria.

#### 4. – I lavori di esordio

I primi anni dell'attività di Villaggio furono molto prolifici, con oltre venti memorie pubblicate tra il 1959 e il 1965, [1]-[23]. La gran parte di esse è rivolta al mondo dell'ingegneria e contiene anche nel titolo precisi riferimenti a specifici problemi dell'ingegneria civile, ma anche in questi casi gli articoli si distinguono per stile, rigore e ampiezza dei riferimenti culturali.

I primi due lavori sono esemplari. Nel primo, [1], si scrive l'energia elastica di un guscio di rivoluzione in termini delle componenti lungo i meridiani e la normale, e si ricavano le equazioni di equilibrio e le condizioni al contorno applicando il teorema dei lavori virtuali nella classe degli spostamenti assial-simmetrici; le equazioni sono scritte facendo comparire le misure di sforzo della teoria dei gusci. Nel secondo, [2], si ricavano le equazioni di equilibrio e di congruenza della teoria dei gusci sottili in grandi deformazioni. Il problema è trattato nella notazione tensoriale, seguendo sostanzialmente il libro di Green e Zerna [B7]. L'equilibrio è descritto in termini delle misure macroscopiche di sforzo introdotte nei lavori di Synge e Chien [B16] e Chien [B4]. In entrambi i casi si tratta di lavori di scuola, ma nitidi e ben scritti. In particolare, il secondo mostra una grande padronanza del calcolo tensoriale in coordinate generalizzate.

Altri lavori di questo periodo sono più significativi per illustrare la personalità scientifica di Piero Villaggio e spiegare le ragioni dell'attenzione di cui ha goduto fin dall'inizio della sua carriera accademica. Seguendo una scelta personale, si possono ricordare gli articoli

[3, 4, 6, 14], di carattere più generale, e quelli [8, 9, 16], dedicati ad alcuni problemi di stabilità delle strutture.

In [3] Piero considera la torsione di cilindri di materiale elastico isotropo per deformazioni finite. L'articolo si compone di tre parti. Brillante la deduzione del modello, con semplificazioni nette sia sul campo di spostamenti, che sull'importanza dei vari termini del funzionale energia. Si mostra così che si può scrivere un problema al contorno, in una funzione di ingobbamento opportunamente modificata, che conserva la forma e dunque le analogie di quello della teoria lineare. Nella seconda parte si affronta il problema dell'esistenza e della regolarità della soluzione. Si sente l'influenza di Stampacchia e delle letture sulla nascente teoria dei problemi differenziali al contorno di tipo ellittico. Nella terza parte, infine, si fa uno studio qualitativo della relazione tra momento torcente e angolo di torsione nel caso non lineare. È una parte che ancora una volta rivela la personalità di Villaggio: lo studio è fatto assumendo una rappresentazione della funzione di ingobbamento in serie di potenze arrestata al primo termine, e determinando il valore ottimale dell'unico coefficiente incognito attraverso la minimizzazione dell'energia. La discussione dei risultati è brillante.

In [4] si discutono i problemi di trasmissione in elasticità piana nella formulazione basata sulla teoria delle funzioni di variabile complessa. Si tratta di una teoria difficile, ma di grande eleganza, poco frequentata dai meccanici di oggi e poco nota anche a quelli dei primi anni '60. Il metodo aveva invece caratterizzato tutto il lavoro di Muskhelishvili ed era stato, insieme a quello delle trasformate descritto estesamente nei libri di Sneddon [B15] e di Green e Zerna [B7], tra i pochi strumenti a disposizione per costruire soluzioni a una classe di problemi speciali dell'elasticità. Limitatamente ai problemi di trasmissione, in questo lavoro Piero espone i procedimenti di Muskhelishvili in modo unitario, mettendo in luce una perfetta analogia con i metodi di calcolo delle travi iperstatiche, i cosiddetti metodi delle forze e degli spostamenti familiari nell'ingegneria civile. Questo spunto è originale e di grande eleganza. Il lavoro si chiude con l'applicazione della tecnica a due problemi di trasmissione tra semispazi elastici e al problema di Hertz con attrito.

Nei tre casi si ritrovano i risultati classici di Muskhelishvili e Milne-Thomson. Secondo l'autore, il metodo seguito è più generale di quello usato da Milne-Thomson per il problema di Hertz, perché meglio si presta ad affrontare anche i problemi di rotolamento con e senza attrito tra corpi cilindrici.

Nei lavori [6, 14] sono trattati temi variazionali o legati alla teoria debole dei problemi al contorno.

In [6] è affrontato il problema della stabilità di una struttura elastica, partendo dalla nozione di equilibrio indifferente introdotta da Trefftz. Data del problema una formulazione variazionale, Villaggio lo discute alla luce della teoria di Stampacchia e Magenes e riconduce la stabilità alla V-ellitticità della forma quadratica corrispondente. In particolare, riconosce che la condizione algebrica di forte ellitticità è sufficiente per la V-ellitticità. Il lavoro si conclude appunto con la deduzione di esplicite condizioni sufficienti per la forte ellitticità, espresse da diseuguaglianze che coinvolgono le componenti principali del tensore delle tensioni nella configurazione fondamentale.

In [14] sono applicate alcune formule di maggiorazione a priori delle soluzioni di problemi al contorno per operatori lineari ellittici e se ne deducono limitazioni di carattere globale e locale per l'energia di deformazione di un corpo elastico. In particolare, si adatta un argomento di Fichera per ottenere una localizzazione delle stime. Il lavoro usa risultati di Bramble e Payne [B2] e di Payne e Weinberger [B12, B13, B14] appena pubblicati. A parte ogni valutazione di merito, l'articolo certamente testimonia di un'attenzione tempestiva per un capitolo, quello delle stime a priori, nuovo e importante dell'analisi e della fisica matematica.

Gli ultimi tre lavori [8, 9, 16] usano la caratterizzazione variazionale degli autovalori per ottenere stime del carico critico in altrettanti problemi di stabilità.

In [8] si considera la stabilità di gusci elastici a doppia curvatura. Si fa vedere che, impostando il problema di equilibrio variato in forma variazionale, il carico critico risulta dato dal minimo di un opportuno quoziente di Rayleigh. Villaggio procede alla deduzione di una serie di minorazioni di tale quoziente, ottenendo una limitazione

dal basso del carico critico. Nel procedimento si usano disequazioni di tipo Poincaré, in cui, per varie condizioni al contorno, le costanti sono ricavate utilizzando stime di Payne, Weinberger e Weinstein. Una semplificazione importante si ottiene assumendo che nel quoziente di Rayleigh il contributo della quota flessionale degli sforzi della configurazione fondamentale sia trascurabile. Il lavoro si conclude con l'applicazione dei risultati al caso di un guscio cilindrico circolare caricato assialmente. In particolare si trova che per cilindri tozzi il carico critico non dipende dalla lunghezza del cilindro, come già osservato nella letteratura tecnica (si veda Timoshenko e Goodier [B17]).

In [9] si applicano le tecniche del lavoro precedente al caso di un guscio sottile di rivoluzione. Segue l'applicazione a un guscio troncoconico appoggiato lungo i bordi.

Il [16], infine, tratta il problema della stabilità di una lastra caricata nel suo piano e lambita da una corrente fluida di velocità supersonica. La modellazione del carico aerodinamico è quella classica [B1]. Poiché il problema non è autoaggiunto, l'applicazione del metodo di separazione delle variabili porta a discutere un problema di autovalori di tipo complesso. Villaggio fa vedere che si possono individuare regioni di stabilità, corrispondenti ad autovalori a parte reale negativa o nulla, usando stime classiche di Payne e Weinberger, rispettivamente, per le costanti di Poincaré e di coercività. Il lavoro termina con l'applicazione al caso di una lastra quadrata uniformemente caricata nel piano. Un pregio del lavoro è che esso mostra come, anche in problemi non autoaggiunti, si possono dedurre condizioni sufficienti di stabilità da stime classiche per problemi conservativi; un limite, è che non è fatta alcuna verifica della portata pratica del risultato, almeno nell'esempio studiato.

Da questa breve rassegna mi sembra emergano alcuni tratti caratteristici della personalità scientifica di Piero Villaggio. Innanzi tutto, la ricerca della semplificazione e la capacità di ottenerla con assunzioni anche drastiche, ma dichiarate apertamente. Inoltre, il gusto per l'applicazione dei risultati a casi specifici. C'è invece un certo disinteresse per la discussione delle conclusioni e, in generale, per un approfondimento dei dettagli tecnici.

Come detto, fin dai primi lavori Villaggio si impone all'attenzione del mondo accademico. Stringe in particolare solidi rapporti con il Politecnico di Milano; <sup>(2)</sup> Bruno Finzi sarà il presentatore delle sue memorie all'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.

## 5. – I primi anni a Pisa: 1966–1972

Piero Villaggio arrivò a Pisa nel 1966, chiamato a coprire una cattedra di Scienza delle Costruzioni. Sarebbe dovuto rimanere solo qualche anno, <sup>(3)</sup> invece non si sarebbe più mosso.

La matematica pisana viveva un momento di straordinaria vitalità, grazie all'azione di Alessandro Faedo che, da Rettore, era riuscito chiamare a Pisa alcuni dei più brillanti giovani matematici italiani. <sup>(4)</sup> Questo aveva fatto della sede un polo di attrazione per la matematica mondiale e rendeva possibile un accesso diretto alle idee e agli sviluppi più avanzati della ricerca nazionale e internazionale.

Villaggio colse il vantaggio di questo privilegio. Ricordo in particolare le lezioni di Campanato sul problema dell'elasticità e gli spazi  $\mathcal{L}^p$  in corsi monografici che Piero con alcuni di noi seguiva diligentemente nell'aula dell'Istituto Matematico di Via Derna. Lì imparammo l'importanza di certe finezze e dei "dettagli tecnici", che Campanato riportava scrupolosamente sulla lavagna, liquidandoli però con eleganza come "conti della serva". E noi ci si domandava dove pescasse le sue collaboratrici domestiche.

Più in generale, con molti dei matematici pisani egli stabilì relazioni personali. Nel 1982 gli fu assegnato l'incarico del corso di Idrodinamica classica e Meccanica dei continui alla Scuola Normale Superiore, corso che tenne regolarmente fino alla sua scomparsa.

<sup>(2)</sup> Per affinità culturali o umane, con alcuni colleghi nascono rapporti di amicizia più stretti. Devo a Giannantonio Sacchi Landriani le informazioni su quel periodo e varie conversazioni sul suo rapporto con Piero.

<sup>(3)</sup> Come mi è stato riferito dalla moglie Omi.

<sup>(4)</sup> Tra il 1956 e il 1964 erano arrivati a Pisa: Federico Cafiero, Aldo Andreotti, Jacopo Barsotti, Enrico Bombieri, Sergio Campanato, Gianfranco Capriz, Ennio De Giorgi, Giovanni Prodi, Guido Stampacchia e Edoardo Vesentini.

Per la fisica matematica Villaggio trovò a Pisa Renato Einaudi, Tristano Manacorda e Gianfranco Capriz. Con gli ultimi due nacque una naturale intesa. Entrambi erano passati per la scuola di Signorini, anche se in anni precedenti rispetto a Piero. Manacorda era stato chiamato presso l'Istituto Nazionale di Alta Matematica nel 1948, inquadrato nel ruolo di assistente di Meccanica Razionale alla Sapienza. Era un esperto, e tra i fondatori, della moderna meccanica delle grandi deformazioni nei corpi continui. Era arrivato a Pisa da Parma. Capriz era rientrato dall'Inghilterra, dove era andato a lavorare in un'industria aeronautica, dopo aver lasciato la vita accademica cinque anni prima. Il suo rientro era nato da un'iniziativa di Barsotti, che lo aveva conosciuto in Normale.

A partire dagli anni '50, la meccanica aveva assistito a una vera e propria rifondazione, che coinvolgeva il linguaggio, il riesame critico dei fondamenti e il quadro generale di riferimento. In particolare, tale rifondazione aveva riguardato la meccanica dei continui. Ispiratore di questa sorta di Rinascimento era stato Clifford Truesdell (1919–2000), che con la sua vastissima cultura storica e scientifica aveva incoraggiato a guardare alla meccanica, la matematica e la fisica come rami di uno stesso albero. Così, il nuovo corso aveva rafforzato i collegamenti con la matematica, in particolare, i capitoli dei problemi differenziali al contorno e del calcolo delle variazioni, con la termodinamica e con la fisica. Due lunghi articoli pubblicati sull'Enciclopedia della Fisica nel 1960 e 1965, [B19, B20], fissavano le linee fondanti di questo nuovo corso. Il secondo, non senza riserve, sarebbe diventato una sorta di "bibbia" per i cultori della meccanica dei continui.

Avevano seguito Truesdell una lunga teoria di meccanici, per lo più americani e in molti casi altrettanto importanti, che hanno segnato la storia della meccanica della seconda metà del Novecento. Aver stabilito un collegamento con loro è stato il merito maggiore del gruppo pisano.

Capriz ricorda così l'inizio dei contatti con la scuola americana di meccanica dei continui:

Il primo contatto è stato con Clifford Truesdell a Roma nel 1956. Clifford era venuto a Roma per incontrare Signorini di cui, tra i pochi fuori d'Italia, aveva studiato i lavori grazie alla sua conoscenza della lingua italiana. I lavori di Signorini lo avevano colpito e lo considerava uno dei fondatori della meccanica delle deformazioni finite.

Io ero tra i giovani ricercatori dell'*entourage* di Signorini e dopo quella visita egli mi chiese di studiare il lavoro di Truesdell sull'ipoelasticità per poi illustrarlo al gruppo in un seminario. Il lavoro era molto impegnativo per un giovane, come me, che non aveva una formazione sistematica sui fondamenti della meccanica dei continui, e per fortuna il seminario non si tenne mai. Però per me fu una lettura importante, perché Truesdell costruiva il modello partendo da osservazioni e istanze applicative ben specifiche, probabilmente influenzato dal fatto che al tempo lavorava presso il laboratorio della US Navy ad Ann Harbour. Il lavoro era ispirato dalla necessità di costruire un modello per il flusso a caldo dei materiali. [...]

Quando sono arrivato a Pisa, con Manacorda abbiamo deciso di invitare Coleman, nel 1963, come professore visitatore con il supporto del GNFM. Successivamente, sempre nell'ambito delle iniziative del gruppo pisano di meccanica dei continui, a cui dal 1966 si era unito anche Villaggio, abbiamo invitato Truesdell. È stato l'inizio di una costante interazione con gli esponenti più significativi della scuola americana di meccanica dei continui.

Oltre a Coleman e Truesdell, sono passati da Pisa i maggiori protagonisti di quella stagione. Tra questi, M.E. Gurtin, W. Noll, D.R. Owen, W.O. Williams, che hanno trascorso lunghi periodi a Pisa. Inoltre, J. Serrin (1926–2012), famoso per i suoi risultati in analisi almeno quanto per quelli in meccanica, e J.L. Ericksen, di tutti il meno ortodosso, ma che ha dato alla meccanica dei continui, tra l'altro, la teoria dei cristalli liquidi nel 1960 e, alla fine degli anni '70, ha indirizzato la ricerca verso le transizioni di fase nei cristalli e lo studio dei problemi variazionali con energie non convesse.

Negli anni uno dei principali referenti di questo collegamento diventò Piero Villaggio, ma ne nacquero interazioni personali, collaborazioni scientifiche e opportunità che hanno coinvolto gran parte dei componenti del gruppo pisano.

Nel 1972 Villaggio decise di trascorrere un anno sabbatico come visiting professor alla Johns Hopkins University di Baltimora, ospite di Truesdell. A Baltimora insegnava anche Ericksen e a Baltimora Villaggio incontrò Ingo Müller, con cui avrebbe collaborato più avanti. Come nella sua natura, di quell'esperienza non raccontò molto, ma gli venne probabilmente allora l'idea di scrivere il libro sui metodi qualitativi in elasticità [A1].

## 6. – Il periodo della maturità

Con l'arrivo a Pisa si allargò non tanto l'orizzonte culturale di Villaggio, che era sempre stato quello della grande tradizione meccanica dell'ottocento e del novecento, ma quello degli interlocutori a cui il suo lavoro era indirizzato. Questo avveniva in sintonia con un'importante iniziativa, fortemente voluta da Bruno Finzi, che riguardava tutta la meccanica italiana. Nel 1966 si costituì infatti l'Associazione Italiana di Meccanica Teorica ed Applicata, che si proponeva di riunire nelle rispettive specificità, ma riconoscendone la comune radice, le molte branche della meccanica teorica e applicata presenti nelle varie scuole di matematica e di ingegneria. Gli obiettivi sono ben descritti da Finzi nella presentazione del primo volume di *Meccanica*, la rivista ufficiale dell'associazione.

Per l'AIMETA e la sua rivista Villaggio ebbe un'attenzione particolare. Su *Meccanica* sono pubblicati i suoi primi lavori in lingua inglese [24, 25] e un'altra ventina di memorie su argomenti vari: stabilità di continui termo-elastici [34, 36] e miscele [38]; problemi di scollamento di membrane [59] e corpi [107]; distributori ottimali di sforzi [66]; usura dei materiali [101]. Si tratta in generale di articoli brevi, riguardanti problemi ben delimitati nell'ambito di tematiche più generali. Ci sono anche alcune note sul degrado del costume scientifico [124, 144] e sullo stile che dovrebbe essere seguito nella scrittura dei lavori scientifici [79]. C'è, infine, un'eccellente retrospettiva sugli sviluppi della meccanica dall'ultimo dopoguerra [137].

Per il numero dei lavori e l'estensione dei temi presentare l'opera di Villaggio è un'impresa impegnativa. Si può dire in generale che la sua scelta si indirizzò verso alcuni argomenti che riteneva di grande respiro. Innanzi tutto il calcolo delle variazioni e la nascente teoria delle disequaglianze variazionali, di cui Villaggio ha dato varie applicazioni alla meccanica. Oltre a quelle dei suoi primi lavori sull'analisi limite delle strutture [19, 20, 21], ha preso in considerazione la risposta di solidi mono-dimensionali con soluzioni vincolate [24]; la formulazione dei processi termodinamici nella forma di disequazioni variazionali [33, 35]; l'uso di stime a priori in elastodinamica [42]; l'estensione alle deformazioni finite delle stime classiche dell'ela-

stostatica lineare [32]; alcuni teoremi di massimo modulo per semispazi elastici [48]; le distribuzioni isoperimetriche di carichi in elastostatica [57].

Particolarmente significativi mi sembrano poi i due lavori [39, 43]. Il primo presenta un'estensione ai problemi con vincoli unilaterali del metodo della doppia limitazione in energia delle soluzioni, proprio dell'elastostatica classica. Il metodo, basato sull'interpretazione duale dei principi di minimo secondo un'originaria osservazione di Friedrichs [B6], era stato esteso ai problemi con disequazioni da Velte [B18]. Si tratta di un articolo lucido e sintetico su un capitolo del calcolo delle variazioni particolarmente elegante e di grande portata pratica. Il contributo originale di Villaggio si limita agli esempi finali, ma l'articolo è anche, e soprattutto, un richiamo a prestare attenzione al tema. Nel secondo lavoro si fa vedere che il problema del *buckling* per strutture soggette a vincoli unilaterali può essere formulato come un problema di minimo su un convesso. Per il caso della trave, Villaggio mostra che valgono le condizioni per l'esistenza del minimo ed estende i teoremi di monotonia e di confronto della teoria classica. La trattazione è chiara; brillante il teorema sull'effetto della perturbazione dei vincoli. Come sempre, il lavoro termina con l'illustrazione dei risultati in un caso semplice.

L'ottimizzazione costituisce un tema ricco di risvolti teorici e molto rilevante anche per le applicazioni. L'interesse per l'argomento ha preso origine da lavori di Prager e Taylor alla fine anni '60 e ha conosciuto un grande sviluppo nei trent'anni successivi. Un articolo di Olhoff e Taylor [B11] dà un quadro dello stato dell'arte all'inizio degli anni '80. All'ottimizzazione Villaggio ha dedicato vari lavori. Sono in generale contributi su problemi specifici, spesso affrontati adottando radicali semplificazioni. In particolare, in [68, 70] si studia la forma ottimale di un indentatore; in [67] la forma ottimale dell'interfaccia di incollaggio tra un semispazio elastico e uno rigido; in [82] il problema del *packaging* ottimale; in [96] un problema di ottimizzazione strutturale per una trave.

Alla fine degli anni '70 si era cominciato a prender coscienza degli aspetti più delicati dei problemi di ottimizzazione, riguardanti l'esistenza e la regolarità delle soluzioni. Villaggio ne dà conto tempe-

stivamente [49], e in un lavoro con Velte [54] ne illustra le patologie nel caso elementare di una barra sotto un carico assiale. In [81, 88], con Zolésio, studia poi il problema di una lastra, soggetta a forze assegnate su una parte (nota) della frontiera e libera sulla parte complementare (incognita), di cui si cerca la forma che minimizza l'energia elastica nella classe dei domini di misura assegnata. Si prova l'esistenza di almeno una soluzione e si dà una parziale caratterizzazione della forma ottimale. Si tratta di un problema difficile, che in parte rimane aperto, in cui intervengono sottigliezze di tipo sia topologico che funzionale. Il lavoro affronta questi "dettagli tecnici" con molto scrupolo e maestria.

Due altri argomenti, trattati in una lunga serie di lavori, sono il problema del contatto e quello del distacco (*detachment*) tra corpi. Al primo si riferiscono, in particolare, due articoli [60, 74] che trattano, rispettivamente, di un problema del tipo Signorini e della forma della superficie libera di un corpo elastico supportato in modo unilaterale. Al secondo, un articolo sull'instabilità al distacco di una membrana parzialmente incollata ad un semipiano rigido [59] e un altro sullo scollamento fragile di un irrigidimento saldato su un piatto elastico [108].

Sul problema del distacco vale la pena di menzionare due contributi che si segnalano per l'originalità dell'approccio. In [58] Villaggio affronta in modo elementare il problema del distacco tra un supporto rigido e un corpo elastico omogeneo isotropo sotto l'effetto di un'assegnato campo di velocità iniziale. Con una serie di semplificazioni ingegnose, egli riconduce il problema a quello di un punzone premuto contro un semispazio elastico, in modo da poter usare la soluzione classica di Boussinesq. Ciò fatto, determina in particolare una velocità iniziale media al di sotto della quale non si ha scollamento e, per velocità superiori a questa, il valore dello spostamento medio massimo. Come d'abitudine, non discute nessuna delle semplificazioni fatte e nemmeno la soluzione finale trovata. In [75] si considera un corpo elastico incollato a un semipiano rigido lungo una regione ellittica, e si discutono le condizioni di incipiente distacco per i casi di forza e spostamento imposti in direzione normale. Anche in questo caso con una serie di assunzioni è possibile ricondursi a un problema classico e applicare alcuni risultati della teoria di Hertz per descrivere la fase immediatamente precedente al distacco. Nell'ipotesi che l'evoluzione

della zona di adesione proceda secondo una famiglia di ellissi coassiali, si ottengono per questa via espressioni esplicite per la forza o lo spostamento critici. In particolare, si trova che la condizione di incipiente distacco è di equilibrio instabile.

Altri temi prediletti di Villaggio sono stati infine la frattura e l'impatto.

In [77] egli sviluppa con J. Dunwoody un modello di frattura fragile in compressione. Il modello è applicato al caso di prismi in calcestruzzo<sup>(5)</sup> e dà ragione della particolare forma a clessidra della superficie di rottura in compressione. In [117], con R. Ballarini, studia il problema della rottura con linee di frattura curve.

Dedicati all'impatto sono alcuni articoli con R. Knops [97, 110, 140]. Quella con Knops è stata una lunga collaborazione, instaurata sulla base di un'amicizia durata oltre quarant'anni. I lavori sull'impatto seguono dalle prime discussioni sul problema unilaterale della corda vibrante. In una comunicazione personale Knops ricorda così l'origine di quei lavori:

[...] As already mentioned, discussion of the unilateral problem of vibrating elastic strings were inconclusive. However, it was not long before Piero suggested several related problems dealing with the complicated dynamic behaviour of rods obliquely impacting against a rigid or deformable surface that may be either smooth or rough. Various simplified models were investigated, which, due to Piero's physical insight, retained essential features of the general problem.

In [97] si studia il problema dell'impatto di una massa attaccata all'estremità di una barra elastica priva di peso e si calcola la velocità di rimbalzo; in [110] quello di una barra elastoplastica pesante che impatta normalmente contro una parete rigida liscia e si calcolano la velocità di rimbalzo e l'estensione della zona plasticizzata per varie velocità di impatto. In [140], infine, si studia il comportamento di una barra rigida durante l'impatto obliquo contro un terreno modellato

<sup>(5)</sup> Si tratta dei provini previsti dalle norme per le prove ufficiali sulla resistenza dei materiali da costruzione. Qui Villaggio onora il suo inquadramento come professore di Scienza delle costruzioni!

come un letto di molle alla Winkler, stimando in particolare il tempo e la profondità di penetrazione.

L'impatto è anche l'argomento di due note colte e brillanti di carattere storico, [109, 139], tratte da conferenze tenute a Genova nel 2003 in un convegno dedicato alla memoria di Edoardo Benvenuto e Clifford Truesdell, e a Erice nel 2010 in occasione del 75mo compleanno di Franco Giannessi.

Come si vede dall'elenco delle pubblicazioni, a Villaggio piaceva lavorare in coppia con altri autori. Come per le arrampicate in montagna, i compagni erano scelti con cura e le affinità culturali e umane erano importanti. Con alcuni il rapporto si era consolidato dando luogo a collaborazioni pluriennali. Oltre a Robin Knops, Marshall Leitman è stato "un compagno di arrampicate" per molti anni, e la morte di Piero li ha sorpresi in parete, interrompendo il loro ultimo lavoro. Con Marshall avevano affrontato problemi vari: sulla meccanica degli archi [132, 135, 145]; sulla plasticizzazione nell'intorno di fori [130]; sull'isolamento dagli urti [118]; sulla dinamica di un blocco rigido incollato su un semipiano elastico [107]. Soprattutto si erano dedicati ad alcune questioni di fondamento nell'uso della teoria della variabile complessa in elasticità piana [115, 142], ritornando, ma questa volta come esperti del dettaglio tecnico, a una delle passioni di Piero. In [142] essi rilevano che l'applicazione del metodo della variabile complessa ai problemi di elasticità piana secondo la classica tecnica della continuazione analitica può presentare ambiguità. Ciò deriva da una lettura superficiale della formula che fornisce il secondo dei potenziali di sforzo della teoria, lettura che purtroppo si ritrova in vari libri e che ha dato luogo a soluzioni errate in alcuni casi specifici.<sup>(6)</sup> Leitman e Villaggio illustrano la natura dell'errore e indicano come può essere evitato. Come applicazione, ricavano la soluzione per un disco sotto varie condizioni di carico lungo il perimetro esterno.

Alla tecnica della variabile complessa fa riferimento anche un lavoro con Knops [138], in cui si correggono errori nelle soluzioni date da Neuber ad alcuni problemi di elasticità piana.

<sup>(6)</sup> La formula è riportata correttamente nella trattazione di Milne-Thompson [B9], ad esempio, ma certi aspetti delicati della sua applicazione non sono evidenziati a sufficienza.

Tra i lavori con Knops, meritano un'attenzione particolare quelli connessi con il principio di De Saint-Venant [91, 93, 98, 127, 136, 140]. Entrambi gli autori erano familiari con gli articoli di Toupin e Knowles sul decadimento in direzione dell'asse dell'energia elastica di volume nei cilindri. Essi decidono, invece, di studiare il comportamento del flusso radiale di energia attraverso superfici interne di cilindri con sezione finita e, in [91], introducono una disequaglianza differenziale da cui risulta che il decadimento radiale è al più di tipo algebrico. Mentre tutta la letteratura sul principio di De Saint-Venant fa riferimento a corpi comprimibili, Villaggio e Knops prendono in considerazione il contesto dell'elasticità incomprimibile e in [93, 98] ottengono stime per il decadimento e la crescita dell'energia in questo caso. Nel discutere i caratteri nuovi del problema legati al vincolo di incomprimibilità, l'analisi è guidata da analogie con corrispondenti problemi della meccanica dei fluidi.

I restanti lavori sul principio di De Saint-Venant prendono spunto da una rivista degli approcci al problema proposti negli anni '30 e, in particolare, dei lavori di Zanaboni, che è generalmente riguardato come un'autorevole voce della Scienza delle Costruzioni italiana sull'argomento. L'idea guida di quei lavori appare chiara, ma la sua elaborazione è lacunosa. La rivisitazione di Knops e Villaggio richiede tempo, ma alla fine essi arrivano a una prova rigorosa del risultato che, nella loro interpretazione, Zanaboni si proponeva di stabilire e ne ottengono una versione alternativa che ha il vantaggio di essere generalizzabile ad altri contesti. Il risultato è presentato in [141] per l'elasticità lineare anisotropa: in [127] se ne discutono le modifiche richieste per l'applicazione al caso della elastoplasticità, in [136] sono discussi esempi e controesempi.

Per completezza mi sembra infine opportuno citare un gruppo di lavori che non si inquadrano nell'organizzazione tematica vista sopra. Come detto, Villaggio aveva un forte interesse per questioni di fondamento della meccanica. In questi lavori egli si impegna a costruire modelli elementari in grado di spiegare fenomeni complessi.

In [45] tenta di dare una teoria elastica dell'attrito coulombiano, immaginando che la resistenza all'avanzamento sia la conseguenza

dell'ingranamento tra superfici ondulate, in condizioni di contatto liscio. Con una serie di semplificazioni il problema è ricondotto a un problema di contatto di tipo hertziano, e si arriva a descriverlo in termini di un'opportuna equazione integrale che è poi risolta, in modo elegante, con la tecnica delle espansioni in serie. Il risultato finale è un modello in cui il coefficiente di attrito è proporzionale a una certa potenza della forza normale. In [65] si tenta di dare una spiegazione dell'attrito interno nei solidi; in [84] si determina la massa virtuale di un solido che vibra in un fluido; in [104] si studia il problema aerodinamico di Newton in presenza di attrito.

Il più importante di questo gruppo di lavori è quello con Ingo Müller [40] sul comportamento elastoplastico dei materiali. Gli autori propongono un interessante modello micromeccanico formato da un pacchetto di elementi elastici del tipo "arco a tre cerniere ribassato" – per un certo valore critico del carico tali elementi subiscono, in successione, un processo di *snap-through* che è in grado di riprodurre il tratto piatto della curva di snervamento e, per carichi alternati, i caratteristici cicli di isteresi. Una piccola differenza nei valori critici del carico in trazione e compressione per i singoli archi produce un andamento crescente della curva di snervamento. Dà cioè ragione dell'incrudimento. Il modello riconduce il fenomeno della plasticizzazione a un problema di instabilità microscopica. Un anno prima Ericksen aveva pubblicato il suo lavoro sull'equilibrio della barra con energia alla van der Waals, dando l'avvio allo studio dei problemi variazionali con energie non convesse. Nei venti anni successivi la meccanica e la matematica avrebbero studiato estesamente l'elasticità dei cristalli, le conseguenze di considerare funzionali di energia con molti minimi locali, le microstrutture geminate, i materiali con memoria di forma, le convergenze deboli ecc..<sup>(7)</sup> Villaggio però non ritornò più sul tema.

(7) In particolare da tutto questo emergeva l'urgenza di adottare una descrizione multiscala dei fenomeni più complessi, come la plasticità, mettendo drammaticamente in crisi il quadro di riferimento della meccanica dei continui tradizionale.

## 7. – Gli articoli divulgativi, le monografie, il saggio sull'opera di Johann I Bernoulli

Le vaste letture di Villaggio arricchivano i suoi articoli divulgativi e quelli tratti dalle sue conferenze di riferimenti colti ma puntuali, dando loro un respiro ampio. Sono riferimenti fatti con sobrietà, che si accompagnano con altrettanta naturalezza a illustrazioni dal tratto elementare e interpretazioni talvolta strumentali e sottilmente provocatorie di fatti naturali e comportamenti umani, come in [111] e [128], dove si riconducono a strategie di ottimizzazione certi comportamenti o certe forme assunte dagli organismi viventi, o nei due begli articoli sull'impatto [110, 139]. Sono articoli preparati con cura, che sono soprattutto di piacevole lettura.

Naturalmente, le monografie sono opere di maggior impegno. La prima, [A1], è dedicata ai metodi qualitativi nella teoria dell'elasticità lineare. Il proposito dichiarato è quello di evitare al lettore con inclinazione matematica di guardare alla teoria dell'elasticità come mero luogo in cui applicare dei metodi di risoluzione classici, e al lettore con interesse per le applicazioni la delusione di scoprire che le soluzioni disponibili sono comunque troppo limitate per appagare le aspettative. Per questo, il libro tratta della teoria debole dei problemi al contorno e

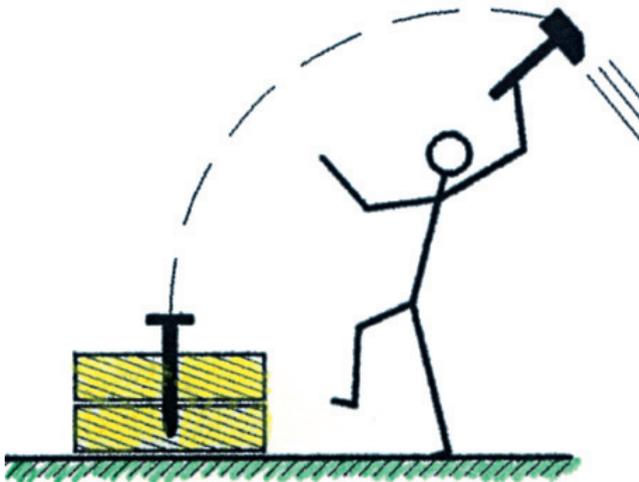


Fig. 3. – Il carpentiere, da [121].

dello studio delle proprietà generali delle soluzioni, piuttosto che della ricerca di soluzioni formali dei problemi. Assumono un ruolo centrale le stime a priori che, oltre a rappresentare strumenti cruciali nella teoria dell'esistenza, dagli anni '60 hanno cominciato ad essere usate per discutere il problema delle approssimazioni e come fonte di informazioni semiquantitative in problemi complessi. Per tali motivi il libro viene

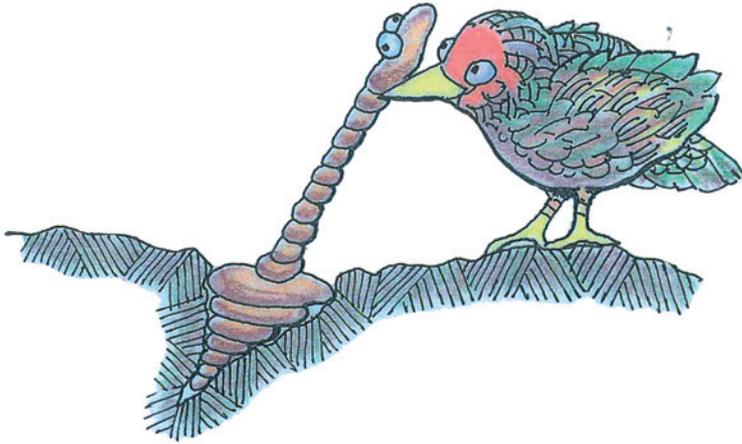


Fig. 4. – Il lombrico, da [111].

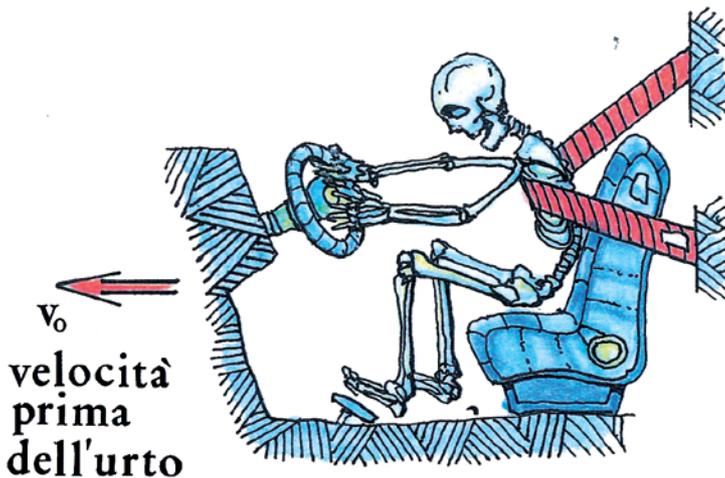


Fig. 5. – L'urto, da [111].

incontro agli interessi dell'ingegnere, anche se di un tipo di ingegnere nuovo, che si è andato lentamente diffondendo negli ultimi quarant'anni anche grazie alla militanza di persone come Villaggio in un'area di confine tra la matematica e la meccanica.

La seconda monografia, [A2], riguarda i modelli classici della meccanica strutturale. Il libro è una selezione ragionata delle teorie più significative elaborate per descrivere il comportamento di corpi snelli e/o sottili, e di alcuni dei problemi connessi, inclusi i relativi sviluppi matematici più moderni.

Sarebbe tuttavia fuorviante leggere il libro solo per la successione degli argomenti trattati. Mi sembra che esso sia piuttosto un manifesto sulla filosofia della scienza, come discusso nella parte introduttiva. Villaggio si interroga sul *modello*: la sua unicità, le regole generali per costruirlo, le qualità che deve avere. Chiosando i sei requisiti proposti da Hammersley [B8] per la costruzione di un buon modello, egli osserva che quello di avere il minor numero possibile di variabili è indubbiamente il più importante:

The essential elements needed to describe a physical phenomenon should initially be isolated. The description is not improved by adding new terms to them. All the theories that have contributed decisively to the progress of physics are remarkable for their simplicity. If we look at the history of mechanics we see that the most important advances conform to the Baconian criterion of *dissecare naturam*, that is to strive to retain only those ingredients in a model that give the answer we require from a specific physical event.

Circa le qualità che deve avere un modello, oltre a quelle di dare una rappresentazione realistica del fenomeno e di essere coerente e semplice, Villaggio ne elenca altre due. In primo luogo, esso deve essere "apollonian", come scrive mutuando un termine coniato da Nietzsche, ovvero, deve essere un modello nuovo che ispira una matematica nuova, o un modello che descrive un problema fisicamente interessante anche se fa uso di una matematica primitiva, o, infine, di essere un modello primitivo, ma che ispira una matematica brillante. In secondo luogo, deve essere "reproductive", cioè, costituire un esempio metodologico. Come appunto la teoria dell'elasticità.

Inoltre, il modello deve fornire descrizioni ragionevoli del fenomeno. Villaggio osserva che questo si può ottenere adottando delle semplificazioni *ab initio* o, quando per un modello più generale non si riesca a costruire delle soluzioni esplicite, introducendo opportune approssimazioni. Come esempi di autori fedeli a questo modo di operare, egli cita Kelvin e Hertz:

[...] Workers such as Kelvin (1848), Hertz (1881) and others, have passed into history for their contributions to the general principles of mechanics, but are not always appreciated for their formidable capacity in making compromises. [...]

Nelle pagine introduttive di [A2] Villaggio discute anche della logica nella ricerca meccanica, del ruolo dell'errore, dei contributi più significativi. Dichiarò infine i criteri che lo hanno guidato nella selezione degli argomenti, avvertendo che "the selection of the most significant contributions is naturally conditioned by the taste and prejudices of the author". Sintetizzando le sue parole, sono stati esclusi i casi in cui si introducono piccole variazioni di modelli vecchi. Sono stati inclusi, invece, lavori che usano modelli vecchi ma per interpretare problemi nuovi, ovvero modelli vecchi ma trattati con matematica nuova.

Il terzo libro di Villaggio è un saggio di carattere storico, [A3], su quella parte dell'opera di Johann I Bernoulli (1667–1748) e di suo figlio Nicolaus II (1695–1726) che riguarda la meccanica dei solidi. Si tratta del sesto volume dell'*Opera omnia* dei Bernoulli, pubblicata da Birkhäuser.<sup>(8)</sup> Il libro prende in considerazione una selezione dei lavori di Johann I, in tutto diciannove articoli e otto manoscritti inediti, e di Nicola, un articolo. L'importanza dei lavori è duplice. Da un lato, sono i primi esempi di una trattazione matematica dei sistemi meccanici; dall'altro, molti dei temi affrontati appartengono a un filone speculativo che attraversa tutto il periodo di formazione dei principi fondamentali della meccanica. Nel libro Villaggio dà una

<sup>(8)</sup> Villaggio aveva ricevuto l'incarico dal responsabile della collana, David Speiser, che aveva conosciuto in occasione di un ciclo di seminari sulla storia della Fisica da quest'ultimo tenuti presso la Scuola Normale Superiore.

presentazione critica degli articoli inclusi nel volume da lui curato, traducendoli in un linguaggio accessibile al lettore moderno e tentando di cogliere la personalità e il modo di ragionare dell'autore. La valutazione è lasciata agli storici della scienza, ma il libro è certamente un lavoro monumentale a cui Villaggio si è dedicato con grande passione.

## 8. – Il messaggio

Delle convinzioni filosofiche di Villaggio sulla scienza è dato conto nelle pagine precedenti. La sua fiducia che di tutto si possa dare una spiegazione e un modello è ben descritta nell'Introduzione di un importante libro del biologo D'Arcy Thompson (1860–1948), [B5], citato nell'articolo sul calcolo delle variazioni [111]:

[...] How far even then mathematics will suffice to describe, and physics to explain, the fabric of the body, no man can foresee. It may be that all the laws of energy, and all the properties of matter, and all the chemistry of all the colloids are as powerless to explain the body as they are impotent to comprehend the soul. For my part, I think it is not so. [...]

Questa fiducia ha caratterizzato la figura di Villaggio ed è stata, credo, una delle ragioni della sua influenza sulle persone che lo hanno incrociato, al di là dell'insegnamento diretto. Ciò è vero soprattutto per i giovani provenienti dalle scuole di ingegneria.

Nell'articolo sulla meccanica dei solidi nei sessant'anni precedenti [137] Villaggio osserva che la fine della seconda guerra mondiale ha segnato un punto di svolta, come conseguenza di due fatti: l'apertura delle frontiere e un'onda di entusiasmo per i successi delle scienze applicate.

[...] In the period 1946-1950, the works of some outstanding scientists, prestigious in their own countries but ignored outside, were rapidly diffused. [...]

Divennero così patrimonio comune i lavori di Griffith, Taylor, Neuber, Volterra, Signorini, Muskhelishvili, Vlasov.

The ambience was fertile, and a plenty of so many multifarious achievements determined a rapid flowering of the discipline. The country where this intellectual seed found the best soil was the US, where some outstanding scientists, refugees before the war, like Timoshenko, Courant, and Sadowsky, had the offer of directing centers of research in Stanford, New York, Rensselaer, with large autonomy of choice, both in the suggestion of themes and in the hiring of collaborators, from several countries of the world.

The cultural situation was similar to that of Florence at the end of 15th century: intellectual vitality and financial support.

Nello scrivere queste parole Villaggio doveva avere in mente, per contrasto, la condizione accademica italiana, in cui l'insipiente proliferazione delle sedi e le insidiose autonomie degli ultimi venticinque anni hanno prodotto un degrado probabilmente definitivo. A questo declino Villaggio non si è opposto, e allo stesso tempo non ha taciuto [B21].<sup>(9)</sup> Semplicemente, ha offerto la sua personale testimonianza di vita e di impegno.

Ho iniziato questo articolo su Piero Villaggio con un "preambolo personale". Nel concluderlo, voglio anche riferire di una riflessione personale.

Quando ho appreso della sua morte, mi sono tornati alla mente molti ricordi che mi legavano a lui e anche le molte cose che non mi aveva insegnato, ma che probabilmente non avrei imparato se non lo avessi incontrato. E, subito dopo, ho pensato alle lettere che di tanto in tanto mi scriveva. Erano lettere di poche righe, scritte su fogli di carta intestata di piccolo formato. Erano scritte con una calligrafia minuta, solo apparentemente irregolare, in un bell'italiano quasi senza aggettivi, perché gli aggettivi non servono se scegli i termini con appropriatezza e costruisci bene la frase. Allora ho pensato che quelle lettere erano un richiamo all'essenzialità, e che quel richiamo era stato il suo insegnamento.

<sup>(9)</sup> Ricordo anche una lettera ai colleghi di Scienza delle Costruzioni, che purtroppo non ho ritrovato tra le mie carte e di cui non ricordo la motivazione specifica. Cominciava così: "Cari colleghi (ma alcuni di voi non mi sono cari affatto), ..." e denunciava i rischi della proliferazione delle sedi e del venir meno del meccanismo della mobilità dei docenti tra le sedi, che riteneva l'essenza stessa dell'istituzione universitaria. A questo proposito, citava l'esempio di Lagrange.

Ho trovato una straordinaria sintonia tra questa riflessione e le parole con cui Villaggio chiude il lavoro sulla meccanica dei solidi negli ultimi sessant'anni. Nel paragrafo finale Piero fa un esame dello stato della meccanica:

The celebrated philosopher of science Thomas Kuhn held that, during the periods of normal science, scientists tend to work within a paradigm. [...] In, say, 1980 solid mechanics was a typical scientific paradigm. If one wanted to evaluate stresses and strains in bodies of non-atomic dimensions, the theory worked perfectly.

There are, however, two novelties that, in the last two decades, have shaken this optimistic view. The first is the excessive specialization [...] The second, catastrophic, change is due to the excessive proliferation of scientific journals under the push of an increasing number of contributors. The sad result is that, still in the ambit of the paradigm, the fashion of the invented problems is spreading, namely that of treating unrealistic problems [...] or of complicating the equations by superimposing effects that almost never occur simultaneously.

E così conclude:

The eminent intellectual Umberto Eco claims that the vigour of a culture does not rely on the patrimony of accumulated knowledge, but in its ability to eliminate the superfluous. Thus the question we ask is this "what will be the residuum of the filtration in the future?".

## Publicazioni di Piero Villaggio

### ARTICOLI

- [1] *Sul problema variazionale della lastra curva a simmetria assiale*. Atti Acc. Lig. Sc. Lett. XVI, 1-11 (1959).
- [2] *Sulla teoria non lineare delle lastre sottili elastiche a doppia curvatura*. Rend. Ist. Lomb. - Acc. Sc. Lett. 94, 151-165 (1960).
- [3] *Su un problema non lineare relativo alla torsione di solidi prismatici*. Atti Acc. Lig. Sc. Lett. XVIII, 1-29 (1961).
- [4] *Problemi di trasmissione dell'elasticità piana*. Rend. Ist. Lomb. - Acc. Sc. Lett. 95, 493-524 (1961).
- [5] *Su un problema elastico piano della teoria dell'attrito volvente*. Rend. Ist. Lomb. - Acc. Sc. Lett. 95, 919-940 (1961).
- [6] *Sui problemi al contorno per sistemi di equazioni differenziali lineari del tipo di stabilità dell'equilibrio elastico*. Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa, III, vol. XV, I-II, 25-40 (1961).

- [7] *Su un problema misto relativo ad un semipiano elastico collegato ad una nervatura.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 84, 1-16 (1961).
- [8] *Limiti inferiori del carico critico di lastre elastiche a doppia curvatura.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 86, 1-20 (1961).
- [9] *Limiti inferiori del primo moltiplicatore critico di lastre sottili elastiche di rivoluzione.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 89, 1-19 (1961).
- [10] *Sull'esistenza e l'unicità di soluzioni dei problemi al contorno in elastoplasticità.* Rend. Ist. Lomb. - Acc. Sc. Lett., 96, 112-127 (1962).
- [11] *Su un problema misto relativo alla statica delle dighe cilindriche spesse.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 93, 1-18 (1962).
- [12] *Tensioni deformazioni in flange sottili circolari elastiche.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 95, 1-34 (1962).
- [13] *Limiti superiori del fattore di concentrazione della tensione intorno a fori ipotroccoidali.* L'Aerotecnica, vol. VI (3), 119-128 (1962).
- [14] *Su alcune formule di maggiorazione per l'energia di deformazione di un corpo elastico.* Le Matematiche, XVII, 2, 21-135 (1962).
- [15] *Su un criterio di stabilità cinetica di sistemi meccanici soggetti ad azioni impulsive.* Rend. Ist. Lomb. - Acc. Sc. Lett. 97, 96-100 (1963).
- [16] *Condizioni di sicurezza all'instabilità aerodinamica di lastre sottili in regime supersonico.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 96, 1-11 (1963).
- [17] *Sullo scorrimento viscoso del conglomerato in flessione pura.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 100, 1-14 (1963).
- [18] *Studio di un sistema servomotore per prove di rilassamento.* Atti Ist. Sc. Costr. Pisa, 101, 1-8 (1963).
- [19] *Limiti di collasso plastico-rigido di unioni chiodate.* Costr. Met., vol. 1, 3-11 (1964).
- [20] *Limiti di resistenza di pali in terreno plastico-rigido.* Il Cemento, vol.10, 25-30 (1964).
- [21] *Analisi limite di piastre sottili appoggiate plastico-rigide.* Giorn. Genio Civ., vol. 3, 133-141 (1964).
- [22] *La nozione di efficienza teorica nei bulloni pretesi.* Costr. Met., vol. 4, 284-288 (1965).
- [23] *Alterazione perturbativa dei carichi critici di lastre piane sottili.* Giorn. Genio Civ., vol. 12, 601-616 (1965).
- [24] *Monodimensional solids with constrained solutions.* Meccanica, vol. II, 1, 65-68 (1967).
- [25] *Stability conditions for Elastic-Plastic Prandtl-Reuss solids.* Meccanica, vol. III, 1, 46-47 (1968).
- [26] *Stabilità rispetto al convesso dei domini plastici delle travature.* Giorn. Genio Civ., vol. 2-3, 101-109 (1968).
- [27] *Proprietà di stabilità e di monotonia nel metodo degli elementi finiti.* L'Aerotecnica, 3-6, 1-9 (1969).
- [28] *Strong Ellipticity conditions for the differential operator of the finite isotropic elasticity.* Meccanica, vol. V, 191-196 (1970).
- [29] *Theorems of convergence for minimal sequences in limit analysis.* Int. J. Solids Struct. 5, 833-841 (1969).
- [30] *A criterion of stability for non-linear continua.* IUTAM Symp. Herrenalb, 19-24 (1969).
- [31] *A criterion of classification for non-linear hypoelastic materials in simple shear.* Meccanica, vol. VI, 6, 25-29 (1971).
- [32] *Energetic bounds in Finite Elasticity.* Arch. Rat. Mech. AnaL vol. 45, 4, 282-293 (1972).
- [33] *Formulation of some homogeneous thermodynamic processes as Variational Inequalities.* In Int. Symposium on foundations of Plasticity. Warsaw, August 30 - Sept. 2, 1972.
- [34] *Condition of Stability for thermoelastic continua.* Meccanica, vol. VII, 1, 19-22 (1972).

- [35] *Formulation of some homogeneous thermodynamic processes as variational inequality.* Archiwum Mech. Stosow., vol. 25 (2),293-298 (1973).
- [36] *The Stability of Continuous Systems.* Meccanica.vol. X, 4, 313-314 (1975).
- [37] *On Stability in the Classical Linear Theory of Fluid Mixtures.* Ann. Mat. Pura e Appl. (IV), vol. CXI, 51-67 (1976) (with M. Gurtin).
- [38] *Condition of Stability and Wave Speeds for Fluid Mixtures.* Meccanica., vol. XI (4), 191-195 (1976). (with I. Müller).
- [39] *Two-Sided Estimates in Unilateral Elasticity.* Int. J. Solids Struct., vol. 13, 279-292 (1977).
- [40] *A model for an Elastic Plastic Body.* Arch. Rational Mech. Anal., vol. 65 (1), 25-46 (1977) (with I. Müller).
- [41] *Hadamard's theorem applied to thin plates.* Journal of Elasticity, vol. 7 (4), 425-436 (1977).
- [42] *Concavity techniques with application to shock problems.* Journal of Elasticity, vol. 9 (1), 1-13 (1979).
- [43] *Buckling under unilateral constraints.* Int. J. Solids Struct., vol. 15 (3), 193-201 (1979).
- [44] *Comparison Properties for Solutions of Unilateral Problems.* Meccanica. vol. XIII (1), 41-47 (1978).
- [45] *An Elastic Theory of Coulomb Friction.* Arch. Rat. Mech. Anal. vol. 70 (2), 135-144 (1979).
- [46] *The thermodynamics of fatigue-sensitive materials.* Meccanica, vol. XIV (1), 48-54 (1979).
- [47] *A unilateral contact problem in linear elasticity.* Journal of Elasticity. vol. 10, N. 2, 113-119 (1980).
- [48] *Maximum Modulus Theorems for the Elastic Half-Space.* Riv. Mat. Univ. Parma, 5 (4), 663-672(1979).
- [49] *Inverse Boundary Value Problems in Structural Optimization.* In Free Boundary Problems, (Proc. Sem. Pavia 1979), Ist. Naz. Alta Matem. vol. II, 587-599.
- [50] *The Exact Deflection of an Elastic Beam over a Soft Obstacle.* Meccanica, XIV (4), 219-223 (1979).
- [51] *Stress Diffusion in Non-Linear Interpenetrating Bars.* Int. J. Solids Struct., vol. 17, 411-420 (1981).
- [52] *The Ritz method in solving unilateral problems in elasticity.* Meccanica, vol. XVI (3),123-127 (1981).
- [53] *Stress Diffusion in Masonry Walls.* J. Struct. Mech., 9 (4), 439-450 (1981).
- [54] *Are the Optimum Problems in Structural Design Well Posed?* Arch. Rational Mech. Anal. vol. 78 (3),199-211 (1982). (with W. Velte).
- [55] *Kelvin's Solution and Nuclei of Strain in a Solid Mixture.* Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa, S. IV. X, 1, 109-124 (1983).
- [56] *A Free Boundary Value Problem in Plate Theory.* Journ. Appl. Mech., vol. 50, 297-302 (1983).
- [57] *Isoperimetric Distributions of Loads in Elastostatics.* Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, vol. 68, 261-268 (1982).
- [58] *The Motion of a Detaching Elastic Body.* Arch. Rational Mech. Anal. vol. 85 (2),161-110 (1984).
- [59] *Detachment Instabilities in Membranes.* Meccanica, vol. 19, 201-205 (1984).
- [60] *A Signorini Problem in Elasticity with Prescribed Contact Set.* Appl. Math. Optim., vol. 13, 163-774 (1985).
- [61] *A Correction to the Föppl-v. Karman Equations.* Bollettino U.M.I. (6) 4-B, 761-711 (1985).

- [62] *The Main Elastic Capacities of a Spheroid*. Arch. Rational Mech. Anal, Vol. 92 (4), 331-353 (1986).
- [63] *Influence of the Bending Stiffness on the Shape of a Belt in Steady Motion*. J. Appl. Mech., vol. 53 (2), 266-270 (1986). (with R. Fosdick).
- [64] *Self Straining at the Interface of two bonded Hyperelastic Half-Spaces Uniformly Pre-Stressed*. Quart. J. Mech. Appl. Math., vol. 41 (3), 347-361 (1988) (with J. Dunwoody).
- [65] *The Virtual Friction of a Sphere Vibrating in an Elastic Medium*. Arch. Rat. Mech. Anal., vol. 102 (3), 193-203 (1988).
- [66] *Optimal Distributors of Loads in Plane Elastostatics*. Meccanica, vol. XXIII, 203-208 (1988).
- [67] *How to Model a Bonded Joint*. J. Appl. Mech., vol. 56 (3), 590-594 (1989).
- [68] *The Penetration of an Elastic Wedge*. Quad. Sc. Norm. Sup. Pisa, 791-797 (1989).
- [69] *A Note on the Motion of a String on a Unilaterally Reacting Foundation*. SIAM J. Appl. Math. 49 (4), 1223-1230 (1989). (with R.E.L. Turner).
- [70] *A Mathematical Theory of a Guillotine*. Arch. Rat. Mech. Anal., vol. 110 (2), 93-101 (1990).
- [71] *The Minimal Thickness of a Semicircular Arch with a Tension-Free Crown*. Mech. Struct. and Mach., vol. 18 (4), 515-527 (1990).
- [72] *The equilibrium shapes of earth masses*. Stab. Appl. Anal. Cont. Mech., vol. 1, 2, 149-164 (1991).
- [73] *The Rigid Inclusion with Highest Penetration*. Meccanica, vol. XXVI, 149-153 (1991).
- [74] *The Shape of a Free Surface of a Unilaterally Supported Elastic Body*. Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa. S.N. V. XVIII, 525-539 (1991).
- [75] *On the Detachment of an Elastic Body Bonded to a Rigid Support*. Journal of Elasticity, vol. 27, 133-142 (1992). (with W. Velte).
- [76] *The Best Position of a Reinforcement in an Elastic Sheet*. Bollettino U.M.I (7) 6-A, 103-112 (1992).
- [77] *A Theory for Brittle Fracture in Compression*. Cont. Mech. Therm., vol. 5, 243-254 (1993). (with J. Dunwoody).
- [78] *Elastic Waves Against a Corrugated Boundary*. Meccanica, vol. XXVIII, 153-157 (1993).
- [79] *How to Write a Paper on a Subject in Mechanics*. Meccanica, vol. XXVIII, 163-167 (1993).
- [80] *The Flattening of Mountain Chains*. In Boundary value problems for partial differential equations and applications. C. Baiocchi and J.L. Lions eds., Masson (Paris), 449-454 (1993).
- [81] *New Results in Shape Optimization*. In Boundary Control and Boundary Variation (J.P. Zolésio, Ed.) Lecture Notes in Control and Inform. Sci. vol. 178, 356-361, Berlin Heidelberg New York: Springer (1992) (with J.P. Zolésio).
- [82] *The Problem of Packaging*. In Partial Differential Equations and Applications. (Marcellini, Talenti, and Vesentini, Eds.). Lecture Notes in Pure and Appl. Math. Series. No 177, 319-321 (1996).
- [83] *The Pillar of Best Efficiency*. Journal of Elasticity. vol. 42, 79-89 (1996).
- [84] *The Added Mass of a Deformable Cylinder Moving in a Liquid*. Cont. Mech. Therm., vol. 8, 115-120 (1996).
- [85] *The Rebound of an Elastic Sphere Against a Rigid Wall*. J. Appl. Mech., vol. 63 (2), 259-263 (1996).
- [86] *The Thickness of Roman Arches*. In Contemporary Research in the Mechanics and Mathematics of Materials. R.C. Batra and M.F. Beatty (Eds.) CIMNE, Barcellona, 412-479 (1996).
- [87] *A Semi-Inverse Shape Optimization Problem in Linear Anti-Plane Shear*. Journal of Elasticity, vol. 45, 53-60 (1996) (with C.O. Horgan).

- [88] *Suboptimal Shape of a Plate Stretched by Planar Forces*. In Partial Differential Equations Methods in Control and Shape Analysis ( G. Da Prato and J. P. Zolésio, Eds.). Lecture Notes in Pure Appl. Math. vol. 188, 321-331. New York: Marcel Dekker (1997) (with J.P. Zolésio).
- [89] *Some Extensions of Carother's Paradox in Plane Elasticity*. Math. Mech. Solids, vol. 3, 17-28 (1998).
- [90] *The Roots of Trees*. Cont. Mech. Therm., vol. 10, 233-240 (1998).
- [91] *Transverse Decay of Solutions in an Elastic Cylinder*. Meccanica, vol. XXXIII, 577-585 (1998) (with R. J. Knops).
- [92] *Recovery of Stresses in a Beam from those in a Cone*. Journal of Elasticity, vol. 53, 65-75 (1999) (with R. J. KnoPs).
- [93] *Spatial Behaviour in Plane Incompressible Elasticity on a Half-Strip*. Quart. Appl. Math., vol. LVIII, N. 2, 355-367 (2000) (with R. J. Knops).
- [94] *The problem of the Stiffener and Advice for the Worm*. Math. Comp. Modeling, vol. 34, 1423-1429 (2001).
- [95] *The Shape of Roofs*. Meccanica, vol. XXXV, 3, 215-221 (2000).
- [96] *The High Cantelivered Beam of Minimal Compliance*. Q. J. Mec. Appl. Math., vol. 54 (2), 329-339 (2001) (with R.J. Knops).
- [97] *An elementary theory of the oblique impact of rods*. Rend. Mat. Acc. Lincei, Serie 9, vol. 12, 49-56 (2001) (with R. J. Knops).
- [98] *Spatial behaviour in the incompressible linear elastic free cylinder*. Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 457, 2113-2135 (2001) (with R. J. Knops).
- [99] *How to design a foundation*. Int. J. Solids Struct., vol. 38 (48-49), 8899-8906 (2001).
- [100] *How to design a shock absorber*. Struct. Multidisc. Optim., vol. 23, 88-93 (2001).
- [101] *Wear of an Elastic Block*. Meccanica, vol. XXXVI, 243-249, (2007).
- [102] *The apparent propagation velocity of a wave*. Rend. Mat. Acc. Lincei, Serie. 9, vol. 12, 191-197 (2001).
- [103] *Distortions in the History of Mechanics*. Meccanica, vol. XXXVI, 589-592 (2001 )
- [104] *Newton's aerodynamic problem in the presence of friction*. Nonlinear Differ. Equ. Appl., vol. 9, 296-301 (2002) (with D. Horstmann and B. Kawohl).
- [105] *On the termodynamics of repetitive visco-plastic moulding*. Z. angew. Math. Physis., vol. 53 , 1139-1149 (2002) (with I. Müller and H.-S. Sahota).
- [106] *Elastic materials with sparse, rigid reinforcement and debonding*. Cont. Mech. Therm., vol. 15, 287-294 (2003) (with J. Jenkins).
- [107] *The Dynamics of a Detaching Rigid Body*. Meccanica, vol. 38 (5), 595-609 (2003) (with M. Leitman).
- [108] *Brittle detachment of a stiffener bonded to an elastic plate*. J. Eng. Math., vol. 46 (3-4), 409-416 (2003).
- [109] *A Historical Survey of Impact Theories*. In Essays on the History of Mechanics, 223-234. Basel: Birkhäuser (2003).
- [110] *An Approximate Treatment of Blunt Body Impact*. Journal of Elasticity, vol. 72, 213-228 (2003) (with R. J. Knops).
- [111] *Calcolo delle variazioni e teoria delle strutture*. Boll. U.M.I. La Matematica nella Società e nella Cultura Serie VIII, vol. VII-A, 49-76 (2004).
- [112] *A model of seismic excitation*. Rend. Mat. Acc. Lincei 1.9, vol. 15, 119-123 (2004).
- [113] *Hammering of Nails and Pitons*. Math. Mech. Solids, vol. 10, 461-468 (2005).
- [114] *On Enriques's Foundations of Mechanics*. In Two Cultures. Essays in Honour of D. Speiser (K. Williams Ed.) Basel: Birkhäuser, 132-138 (2005).
- [115] *An Extension of the Complex Variable Method in Plane Elasticity to Domains with Corners: A Notch Problem*. Journal of Elasticity, vol. 81, 206-215 (2005) (with M. Leitman).

- [116] *A theory of plastic splashing*. Red. Lincei Mat. Appl. 17, 89-93 (2006).
- [117] *Frobenius' method for curved cracks*. Int. Journal of Fracture 139, 59-69 (2006) (with Roberto Ballarini).
- [118] *The Dynamics of a Membrane Shock-Absorber*. Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol. 34, 277-292 (2006) (with M. Leitman).
- [119] *An optimum braking strategy*. Meccanica vol. 41, 693-696 (2006) (with R. J. Knops).
- [120] *Exact solutions in the reinforcement of a circular plate under concentrated loads*. Struct. Multidisc. Optim., vol. 32, 427-433 (2006) (with R. J. Knops).
- [121] *Problemi Variazionali Plebei*. Boll. U.M.I La Matematica nella Società e nella Cultura. Serie VIII, vol. X-A, 1-20 (2007).
- [122] *A mathematical theory of climbing*. IMA Journal of Applied Mathematics, vol. 72, 510-576 (2007).
- [123] *How to climb the face of a mountain*. Note di Matematica, vol. 27 (2), 249-255 (2007).
- [124] *Small perturbations and large self-quotations*. Meccanica, vol. 43, 81-83 (2008).
- [125] *Karl-Eugen Kurrer, The History of the Theory of Structures. From Arc Analysis to Computational Mechanics* (Book Review). Journal of Elasticity, vol. 93, 199-202 (2008).
- [126] *Axial impact on a semi-infinite elastic rod*. Rend. Lincei Mat. Appl., vol. 19, 205-210 (2008).
- [127] *On Saint-Venant's Principle for Elastic-Plastic Bodies*. Math. Mech. Solids, vol. 11 (7), 601-621 (2009) (with R. J. Knops).
- [128] *Some Plebeian Variational Problems*. In Variational Analysis and Aerospace Engineering. G. Buttazzo, A. Frediani (eds.). Springer Science \* Business Media 509-518 (2009) .
- [129] *Deep Foundations*. Rend. Lincei Mat. Appl. vol. 20 , 413-420 (2009).
- [130] *Plastic Zone around Circular Holes* ASCE J. Eng. Mech., vol. 135 (12), 1467-1471 (2009) (with M. Leitman).
- [131] *Reviews of Books*. Meccanica, vol. 45, 891-899 (2010) .
- [132] *Optimal Parabolic Arches*. Intern. J. Eng. Science, vol. 48, 1433-1439 (2010) (with Marshall Leitman).
- [133] *Artificial and Geological Isoresistant Buttresses*. In Mechanics and Architecture between Epistème and Técnica. Ed. By Anna Sinopoli. Edizioni di Storia e Letteratura. Roma, 25-36 (2010).
- [134] *Elastic stress diffusion around a thin corrugated inclusion*. IMA Journal of Applied Mathematics vol.76, 633-641 (2011) (with R. Ballarini).
- [135] *An approximate theory of pseudo-arches*. Int. J. Solids Struct., vol. 48, 2960-2964 (2011) (with M. Leitman).
- [136] *Illustrations of Znanonovi's formulation of Saint-Venant's principle*. Rend. Lincei Mat. Appl. vol. 22 , 347-364 (2011)(with R. J. Knops).
- [137] *Sixty years of solid mechanics*. Meccanica, vol. 46, 1171-1189 (2011).
- [138] *Remarks on Neuber's Complex Variable Procedure for Plane Elastic Solutions*. Z. Angew. Math. Mech., vol. 92 (3), 196-203 (2012) (with R. J. Knops).
- [139] *The Warlike Interest in Impact Theories*. In Variational Analysis and Aerospace Engineering. (G. Buttazzo and A. Frediani, Eds.) Springer, 427-434 (2012).
- [140] *On oblique impact of a rigid rod against a Winkler foundation*. Cont. Mech. Therm., vol. 24, 559-582 (2012) (with R. J. Knops).
- [141] *Znanonovi's treatment of Saint-Venant's principle*. Applicable Analysis, vol. 91, 345-370 (2012) (with R. J. Knops).
- [142] *Some Ambiguities in the Complex Variable Method in Elasticity*. Journal of Elasticity, vol. 109, 223-234 (2012) (with M. Leitman).

- [143] *The Dynamics of a Landslide*. Atti della Acc. Peloritana dei Pericolanti, vol. 91, Suppl. N 1, A11, 1-9 (2013) (with M. Leitman).
- [144] *Crisis of mechanics literature?* Meccanica, A8, 765-767 (2013).
- [145] *Parabolic tunnels in a heavy elastic medium*. Rend. Lincei Mat. Appl., vol. 24, 1-10 (2013) (with M. Leitman).
- [146] *The shape of a glacier*. Boll. Unione Mat. Italiana, Serie IX, vol. VI, 299-317 (2013) (with R. J. Knops).
- [147] *The optimal shape of a plinth*. J. Eng. Sci, vol. 77, 24-29 (2014) (with R. J. Knops).
- [148] *Deformable stiffener welded to an elastic plate* ASCE J. Eng. Mechs, (to appear) (with R. J. Knops).
- [149] *Transmission of concentrated forces in plane elasticity across similar bodies*. (In preparation, with M. J. Leitman).

## LIBRI

- [A1] P. VILLAGGIO, *Qualitative Methods in Elasticity*. Nordhoff, Groningen (1977).
- [A2] P. VILLAGGIO, *Mathematical Models for Elastic Structures*. Cambridge University Press, Cambridge (1997).
- [A3] P. VILLAGGIO, *Die Werke Von Johann I Und Nicolaus II Bernoulli*. Birkhäuser, Basel (2007).

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [B1] R. L. BISPLINGHOFF and H. ASHLEY, *Principles of Aeroelasticity*, John Wiley and Sons, New York 1962.
- [B2] J. H. BRAMBLE and I. E. PAYNE, *Some Inequalities for Vector Functions with Applications in Elasticity*, Arch. Rational Mech. Anal., vol. 11, 16-26 (1962).
- [B3] R. BURRIDGE and J.B. KELLER, *Peeling, Slipping and Cracking – Some One-dimensional Free-Boundary Problems in Mechanics*, SIAM Rev., vol. 20, 31-61 (1978).
- [B4] W. Z. CHIEN, *The intrinsic theory of thin shells and plates*. Part I, General theory, Quart. Appl. Math., vol. 1, (1944).
- [B5] W. D'ARCY THOMPSON, *On Growth and Form*, Cambridge: University Press (1945).
- [B6] K. O. FRIEDRICH, *Ein Verfahren der Variationsrechnung das Minimum eines Integrals als das Maximum eines anderen Ausdrucks darzustellen*, Ges. Wiss. (1929).
- [B7] A. GREEN and W. ZERNA, *Theoretical Elasticity*, Oxford Press, (1954).
- [B8] J. M. HAMMERSLEY, *Maxims for manipulators*, Bull. IMA vol. 9: 276; vol. 10: 368 (1973).
- [B9] L. M. MILNE-THOMPSON, *Plane elastic systems*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GMBH (1960)
- [B10] N. I. MUSKHELISHVILI, *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity*, Noordhoff, Groningen (1953).
- [B11] N. OHLOFF and J.E. TAYLOR, *On Structural Optimization*, J. Appl. Mech., vol. 50, 1139-1151 (1983).
- [B12] I. E. PAYNE and H. F. WEINBERGER, *New bounds for solutions of second order elliptic partial differential equations*, Pacific Journal of Math., vol. 8 (3), 551-573 (1958).
- [B13] I. E. PAYNE and H. F. WEINBERGER, *An Optimal Poincaré Inequality for Convex Domains*, Arch. Rational Mech. Anal., vol. 5 (4), 286-292 (1960).

- [B14] I. E. PAYNE and H. F. WEINBERGER, *On Korn's Inequality*, Arch. Rational Mech. Anal., vol. 8 (2), 89-98 (1961).
- [B15] I. N. SNEDDON, *Fourier transforms*, McGraw-Hill, New York (1951).
- [B16] J. L. SYNGE and W. Z. CHIEN, *The intrinsic theory of elastic shells and plates*, Karman Ann., vol. 1941.
- [B17] S. TIMOSHENKO and J. N. GOODIER, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, New York (1951).
- [B18] W. VELTE, *On complementary variational inequalities*, In New Variat. Techn. in Math. Phys. C.I.M.E., Roma, Cremonese (1973).
- [B19] C. TRUESDELL and R. TOUPIN, *The classical field theories*. With an appendix on tensor fields by J. L. Ericksen. Handbuch der Physik, Bd. III/1, pp. 226-793; appendix, pp. 794-858 Springer, Berlin 1960.
- [B20] C. TRUESDELL and W. NOLL, *The non-linear field theories of mechanics*. 1965 Handbuch der Physik, Band III/3 pp. 1-602 Springer-Verlag, Berlin
- [B21] P. VILLAGGIO, *Una riforma peggiorativa*, Lettera a L'Unità del 9 febbraio 2000.

Cesare Davini  
Università di Udine  
E-mail: cesare.davini@uniud.it