La Matematica nella Società e nella Cultura

Rivista dell'Unione Matematica Italiana

Agnese Ilaria Telloni, Carlo Toffalori

Lezioni di matematica

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **7** (2014), n.1, p. 31–54.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2014_1_7_1_31_0>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2014.

La Matematica nella Società e nella Cultura
Rivista dell'Unione Matematica Italiana
Serie I, Vol. VII, Aprile 2014, 31-54

Lezioni di matematica

AGNESE ILARIA TELLONI - CARLO TOFFALORI (1)

A Gabriele Lolli, in occasione del suo collocamento a riposo

1. – Introduzione

C'è un passo famoso, a metà della prima delle *Lezioni americane* [Cl], in cui Italo Calvino (1923-1985) celebra la *"leggerezza della pensosità"* – la levità della mente, della filosofia e della scienza – e la contrappone a un'altra leggerezza – la frivolezza e la superficialità – che al confronto *"può apparire opaca e pesante"*. Ora, la matematica si può ritenere a buon diritto una sintesi felice di leggerezza e pensosità. Tali sono il ricamo di una dimostrazione impegnativa o la potenza di una teoria innovativa. Fior di citazioni, letterarie e non, provvedono a confermarlo, a cominciare dal notissimo brano di *Altezza Reale* [Mn] in cui Thomas Mann (1875-1955) definisce la matematica *"un gioco dell'aria"*; per proseguire col *Giuoco delle perle di vetro* [He] di Hermann Hesse (1877-1962), dove la matematica viene proposta, insieme alla musica e alla contemplazione, come fondamento di un mondo nuovo, maturo e purificato; per concludere con l'opinione attribuita a Stefan Banach (1892-1945) dal collega polacco Stanislaw Ulam nella propria autobiografia ([Ul], p. 258), secondo cui l'essenza ultima del genio matematico consiste nella capacità di cogliere analogie di ordine crescente, tra teoremi, teorie e addirittura analogie, dunque in definitiva di volare. Godfrey Hardy (1877-1947) sostiene che la matematica è *"non solo bella, ma anche seria, importante se preferite"* [Har]. La

(1) Ringraziamo Ilaria Ricci, la cui tesi di laurea triennale ha raccolto e commentato molto del materiale di questo articolo, Nicolina Malara e Roberto Cola per aver richiamato la nostra attenzione, rispettivamente, su Pennac e Ionesco, l'anonimo revisore e Livia Giacardi per i loro preziosi consigli.

frase, se pone la sua enfasi sugli attributi della serietà e dell'importanza, evidenzia tuttavia pure l'altra qualità della bellezza che, se non è proprio sinonimo di leggerezza, vale tuttavia a evocarla. Del resto, qualche pagina dopo, quando Hardy va a esaltare due teoremi della matematica greca classica, ritenendoli pietre miliari della storia del pensiero umano, li definisce *"semplici* [...] *e tuttavia di primissimo ordine"*, capaci di mantenere ancor oggi *"la freschezza e l'importanza"* di quando sono stati enunciati. Ebbene, tanto semplicità quanto freschezza si coniugano facilmente con leggerezza. In effetti il primo dei risultati celebrati da Hardy è la prova euclidea dell'infinità dei numeri primi: profonda e rivoluzionaria, quando introduce l'analisi matematica di un tema delicato come l'infinito; eppure rapida, essenziale e al tempo stesso raffinata, in una parola leggera. L'altro teorema considerato da Hardy è quello di Pitagora, altrettanto basilare ed epocale, non tanto e non solo per il suo contenuto e per l'equazione $x^2 + y^2 = z^2$ che collega le misure di cateti e ipotenusa di un triangolo rettangolo; quanto perché manifesta la "misteriosa irrazionalità" del mondo. Dimostra cioè che, nonostante le credenze dei pitagorici, i numeri razionali con i loro rapporti, le loro proporzioni, i loro equilibri, la loro intrinseca armonia non bastano a spiegare e interpretare l'universo che ci circonda. Al contrario, altri numeri "irrazionali" sono chiamati ad aiutarli, e proprio il teorema di Pitagora provvede a introdurli, quando già nel caso semplicissimo di un triangolo rettangolo isoscele con cateti di misura $x = y = 1$ rivela che z è la radice di 2, ovvero un numero reale irrazionale, dunque infinitamente lungo e privo di periodicità nella parte decimale: 1,4142135623730950488016... . È pur vero che oggi la radice di 2 è collocata in teoria della computabilità tra i così detti reali ricorsivi, ossia quei numeri reali il cui sviluppo decimale si può effettivamente calcolare cifra per cifra. Essi costituiscono uno dei temi principali del celebre articolo in cui Alan Turing introdusse la sua "macchina" [Tu]. I reali ricorsivi comprendono tutti i razionali e anzi tutti i numeri algebrici, come appunto la radice di 2, insieme a trascendenti famosi quali π ed e, ma escludono una pletora ben più vasta di irrazionali. Inoltre per molti di loro, e in particolare per la radice di 2, il suddetto sviluppo decimale si ha da conquistare progressivamente, senza per altro guadagnarne mai il fondo ed esaurirne la completezza.

Se dunque la matematica contribuisce nel modo incisivo e profondo che Hardy sottolinea allo sviluppo del pensiero umano, vale la pena indagare la maniera in cui la sensibilità comune percepisce, commenta e propaganda questo suo apporto. Il riferimento iniziale alle *Lezioni* di Calvino suscita in particolare la curiosità di approfondire il modo in cui l'insegnamento della matematica viene descritto dalla letteratura, che del sentire comune si può ritenere una delle voci più alte e credibili, se non addirittura la più nobile. Parafrasando Hardy, è lecito aspettarsi che una lezione di matematica – una vera lezione di vera matematica – sia non solo seria e importante, ma pure bella. Non a caso Leonardo Sinisgalli, in *Furor Mathematicus* [Si] e in altre sue opere, la paragona a una sorta di liturgia, anzi a una vera e propria messa, col suo particolare segno della croce: *"due solchi di polvere bianca"* che il professore, nelle vesti di celebrante, traccia in apertura *"nel buio dell'ardesia, due assi ortogonali, l'asse delle ascisse e l'asse delle ordinate"* (per l'esattezza, la citazione è tratta da [Si2]; si veda anche [BN], p. 31).

Appunto: le lezioni di matematica nella letteratura, è questo l'argomento che andiamo ad affrontare nelle righe a seguire, da Platone a Stendhal, da Tolstoj a Musil e Borges, da Russell a Ionesco e oltre, col proposito, alla fine, di trarne qualche minima morale sulle incerte prospettive didattiche dei nostri tempi.

2. – Prima lezione: Platone e Socrate

La prima lezione non potrebbe essere più emozionante. È tratta infatti dal *Menone* di Platone (428 a.C. – 348 a.C. circa) [Pl3], per l'esattezza da quella parte del dialogo (82b-85b) (2) che riferisce il colloquio tra Socrate e un giovane schiavo su una questione di geometria. Commentandola nel suo saggio *Lo schiavo di Menone* [Tt], il filosofo Imre Toth (1921-2010) giunge a paragonarla a una vera e propria *Offerta musicale* bachiana piuttosto che a una *Serenata* mozartiana,

(2) Per i riferimenti delle opere di Platone adottiamo, seguendo una prassi largamente diffusa, le coordinate fornite dai numeri delle pagine e dalle lettere delle sezioni dell'edizione classica di Henri Estienne del 1578.

sottolineandone così non solo la leggerezza, ma pure la profondità e l'incredibile varietà di chiavi di lettura.

La questione generale che Socrate dibatte con Menone nel complesso del dialogo è se la virtù si possa o no insegnare. La discussione va allora a indagare il rapporto tra virtù e scienza, e dunque se e come quest'ultima possa essere a sua volta trasmessa. Menone rimprovera nell'occasione a Socrate il suo metodo, che interroga senza rispondere, interpella senza concludere, instilla dubbi senza offrire certezze; giunge così a paragonare il filosofo, con una similitudine rimasta famosa, a una sorta di torpedine che intorpidisce l'interlocutore. Socrate ribatte però che il dubbio non danneggia, ma anzi sollecita il ricordo e conduce in questo modo alla scienza. Afferma così quell'arte maieutica che altrove, nel *Teeteto* ([Pl4], 148e-151d), descriverà compiutamente come la capacità di far partorire le menti gravide ma inconsapevoli dei giovani; esprime però pure la fiducia che l'uomo sia per sua stessa natura un essere razionale, che abbia quindi innate nella mente le leggi dell'aritmetica e della geometria e che il "dubbio" contribuisca a farle riemergere e percepire convintamente. Ricavare la scienza è ricordare: così il *Menone* sintetizza la teoria platonica della reminiscenza. Per sostenerla, Socrate procede a una sorta di esperimento didattico con un giovane schiavo di Menone, digiuno o quasi di geometria, per provare che a lui pure è concesso, tramite la reviviscenza dei ricordi, riscoprire le sottigliezze matematiche.

Nel colloquio tra Socrate e schiavo si distinguono tre momenti successivi.

Il primo (82b-82e) provvede a porre il problema geometrico da risolvere:

- è dato un quadrato il cui lato misura 2 piedi e la cui area è quindi di 4 piedi quadrati;
- si considera il quadrato di area doppia, quindi di 8 piedi quadrati,
- si domanda quanto misuri il suo lato – oggi risponderemmo: due volte la radice di 2.

Nel secondo momento (82e-84a) si succedono vari tentativi aritmetici di soluzione da parte dello schiavo, che dapprima azzarda la risposta 4 – il doppio di 2 – ma si convince facilmente della sua inesattezza, convenendo che la corrispondente area misura 16; ripiega allora su 3, ma rileva nuovamente che l'area relativa 9 eccede quella cercata; non vede peraltro alternative credibili. La sua conclusione è sconsolata: *"Per Zeus, Socrate, non lo so davvero!"* ([Pl3], pagina 35).

Nel terzo momento (84a-85b) Socrate cambia totalmente l'approccio al problema e conduce il giovane interlocutore a una soluzione puramente geometrica.

- Lo invita infatti a esaminare il quadrato quadruplo di quello di partenza, dunque di area 16, e inoltre decomponibile tramite gli assi dei lati opposti in quattro quadrati di area 4.
- Osserva che il quadrato formato dalle diagonali di questi quattro quadrati è la metà del quadrato più grande e quindi ha area 8.
- Identifica allora il lato cercato proprio nella diagonale del quadrato di partenza.

Il ragazzo sottoscrive la conclusione; indotto da Socrate alla reminiscenza, giunge a enunciare leggi geometriche che gli erano apparentemente ignote.

L'esperimento maieutico è riuscito anche se sul piano filosofico, come su quello strettamente geometrico, lascia intravedere un'irrisolta dualità di registri e argomentazioni, intenti e consapevolezze – a confermare ulteriormente la varietà di sfumature che nel *Menone* viene evidenziata da Toth. Per esempio nell'interessante studio [Ct1] che la filosofa Elisabetta Cattanei dedica al dialogo, si sottolinea come esso palesi due geometrie opposte e con finalità divergenti: una rivolta verso l'alto, alla perfezione del mondo sovrasensibile, e l'altra concreta, costretta alla contingenza dei disegni e alla fatica dei procedimenti costruttivi.

Ma ciò che a noi preme soprattutto approfondire è un'altra considerazione di Toth in [Tt], e cioè che in questo modo il problema iniziale non è ancora completamente risolto. Ha infatti trovato una sua spiegazione geometrica, ma resta in attesa di una sistemazione aritmetica. In altre parole rimane aperta la questione di stabilire la misura numerica del lato, ovvero di introdurre la radice di 2. È interessante rilevare, a questo proposito, come Platone scelga per indicare questa misura la parola *pelike*, e non *arithmos* – sostantivo riservato agli interi positivi o ai loro rapporti – quasi a marcare già a livello terminologico l'incolmabile distanza fra le misure della diagonale e del lato del quadrato.

Il tema dell'incommensurabilità fra grandezze e quindi implicitamente la questione della radice di 2 vengono ripresi in altre opere di Platone, specificamente nell'*Epinomide* ([Pl1], 990d) e nel *Teeteto* ([Pl4], 147d-148c). A trattarlo nel primo di questi due dialoghi è non più Socrate, ma un altro protagonista, l'*ospite ateniese*. È lui che, secondo Toth, parla *"esplicitamente e senza equivoci di un numero prodotto da un miracolo divino, il cui quadrato* [..] *aritmetico è uguale a un numero per sua natura incommensurabile, simile a un numero quadrato"*, quale è appunto la radice di 2 ([Tt], p. 31). *"Non umano portento, ma divino"*, una sorta di *deus ex machina* che trascende il nostro intelletto: tale essa apparirebbe nell'*Epinomide* (p. 450). C'è tuttavia da osservare che, stando alla traduzione a noi disponibile, appunto [Pl1], l'interpretazione di Toth non riesce del tutto convincente, né la natura aritmetica del divino portento totalmente evidente e inequivocabile. Leggiamo infatti, sempre a pagina 450, che *"non tutti i numeri sono commensurabili tra loro; possono, invece, divenire chiaramente commensurabili quando vengano tradotti in superfici: non umano portento, ma divino, allorché si realizzi, sì come appare a chi lo può comprendere"*. Dunque il passo, se da un lato lega il numero al divino, richiamando implicitamente il mito che descrive il calcolo come dono dell'Olimpo ai mortali, dall'altro sembra evidenziare il ruolo chiave dell'approccio geometrico per la comprensione di questioni aritmetiche. Così accade nell'altra altissima lezione platonica del *Teeteto* ([Pl4], 147d-148c), in cui si assiste ad una sorta di geometrizzazione del problema della commensurabilità fra grandezze. Il protagonista Teeteto, dialogandovi con Socrate, afferma di aver diviso tutti i numeri (*arithmoi*, quindi interi positivi), in due categorie: quelli *quadrati ed equilateri*, cioè "*generati dalla moltiplicazione di due fattori uguali*" e geometricamente corrispondenti al quadrato, e quelli che non sono esprimibili come prodotto di fattori uguali, ma "*nascono* *dalla moltiplicazione di un numero maggiore per uno minore*" o viceversa e sono detti *numeri rettangolari* o *oblunghi* ([Pl4], p. 47). Questa "figurazione dei numeri" consente al matematico di distinguere le linee commensurabili ai numeri quadrati, che vengono denominate *lunghezze*, da quelle ad essi incommensurabili, chiamate *potenze*, perché sono le superfici formate da tali linee a risultare commensurabili ai *quadrati*. Osserva la Cattanei che in quest'ottica *"i numeri sono [...] gruppi di unità le cui specifiche proprietà aritmetiche trovano immediatamente una rappresentazione geometrica e una raffigurazione nello spazio; si tratta di arithmoi riportati a eidē, che sono schemata"* (3) ([Ct2], p. 61). La geometria si pone cioè ancora come anello di congiunzione fra immanente e trascendente e si eleva a veicolo didattico imprescindibile che dalla percezione conduce alla verità universale.

Quanto alla radice di 2, pare a Toth che in un altro dialogo platonico, ossia nel *Filebo* ([Pl2]), essa, alla pari degli altri numeri che oggi chiamiamo reali, assuma una sua identità aritmetica più netta (14c-e, 23c-26b): non più *"divino portento"*, diventi piuttosto un limite irrazionale del razionale, il culmine di un processo che ha lo scopo di porre fine all'opposizione dei termini contrari del più e del meno, del maggiore e del minore, e *"renderli misurabili e proporzionati con l'introduzione del numero"* ([Pl2], p. 87), in definitiva un Uno che si genera attraverso i Molti. Per citare direttamente Platone, *"l'uno è molti e infiniti e i molti sono uno"* (p. 53): concezione ardita ed emozionante, che non a caso sarebbe stata ripresa a distanza di secoli da Cantor (1845-1918) a illustrazione del concetto di insieme (si veda p. 120 in [Cn]). Stando a Toth, i passi del *Filebo* prefigurano addirittura l'assegnazione di una misura a una grandezza incommensurabile e quindi, non più come divino portento, ma come umana conquista, la produzione effettiva di un numero, una sorta di sezione razionale ante litteram: interpretazione forse – e di nuovo – discutibile, seppure non priva di fascino.

(3) *Arithmoi* = numeri; *eidē* = forme, specie; *schemata* = figure geometriche.

In definitiva gli spunti della lezione platonica si confermano ricchi e profondi, né la matematica che essi trattano pare troppo superata: a parte l'esemplare sensibilità didattica che Socrate manifesta, è da sottolineare l'attualità che mantengono argomenti come

- la natura del numero (elaborazione umana o dono divino?),
- il misterioso rapporto tra aritmetica e geometria,
- l'altrettanto intrigante incommensurabilità del mondo.

Il lettore interessato a questi e altri temi della matematica in Platone troverà utile confrontare l'analisi notevole ma opinabile di Toth con le riflessioni di autorevoli storici della matematica, quali [Fo], p. 118-119, e [Kn], p. 71-74.

3. – Seconda lezione: Stendhal

La letteratura ci consegna però maestri assai diversi da Socrate e lezioni molto più scialbe del *Menone*. Consideriamo per cominciare il romanzo autobiografico di Stendhal (1783-1842), *Vita di Henry Brulard* [Sn]. Lo scrittore vi ricorda a più riprese la sua propensione giovanile per la matematica. Già altrove ci è capitato di riferirne ([Tf1]), ma è giusto ricordare qui pure alcune delle confessioni di Stendhal sull'argomento, come il passo famoso in cui paragona il suo amore dirompente per la matematica alle cascate del Reno a Sciaffusa, o l'altro in cui racconta la sua propensione giovanile a portare i capelli lunghi pur di non sacrificare alle forbici del barbiere neppure una mezz'ora di studio. Aggiunge tuttavia Stendhal: *"Quanto più amavo la matematica, tanto più disprezzavo i miei insegnanti"* ([Sn], p. 370). Il signor Dupuy, anzitutto, *"professore senza l'ombra dell'ombra del talento"* (p. 248). Poi il signor Chabert, *"borghese vanitoso"* (p. 375). L'uno e l'altro *"ipocriti come preti"* (ancora p. 375). A Dupuy sono riservate in realtà le critiche più accanite, a rimproverargli di spiegare i teoremi *"come una serie di ricette per fare l'aceto"* (p. 283) o di non aver *"un briciolo di logica in testa"* (p. 255).

> *"Quell'uomo così vuoto diceva tuttavia una grande verità: 'Figlio mio, studia la logica di Condillac, è la base di tutto'. Il problema è che probabilmente M. Dupuy non capiva una sillaba di quella logica..."* (p. 248).

A proposito: Étienne Bonnot de Condillac fu un filosofo, enciclopedista ed economista francese del Settecento e ci lasciò un'opera dedicata alla logica, che ai tempi di Stendhal era evidentemente apprezzata e non scevra di echi didattici. Del resto, Condillac o non Condillac, lo slogan *"la logica è la base di tutto"* si presterebbe ancor oggi proficuamente a una campagna promozionale della materia. Torniamo comunque a Dupuy e Chabert e ai giudizi taglienti che Stendhal riserva loro. C'è da domandarsi la ragione di tanto malanimo. Le motivazioni didattiche che al riguardo raccogliamo nell'*Henry Brulard* sono sostanzialmente due, legate ad altrettante questioni nevralgiche dell'insegnamento della matematica.

La prima è la regola algebrica secondo cui $-$ per $-$ fa $+$: interrogativo sottile, e di soluzione tutt'altro che evidente. Tra i tentativi di rispondergli, uno almeno si potrebbe citare, rilevando come, nell'introduzione del segno negativo e quindi nel passaggio dai numeri naturali agli interi relativi, di conseguenza nel necessario allargamento delle operazioni elementari di addizione e moltiplicazione al nuovo ambito, sia conveniente mantenere per queste ultime le proprietà ragionevoli che le contraddistinguono in $\mathbb{N}$, ossia le leggi commutative, associative e distributive, come pure quella di annullamento del prodotto e altre ancora che un matematico dell'Ottocento, Hermann Hankel, si preoccupò di fissare e raccogliere. In questa prospettiva è possibile dedurre, come Hankel appunto fece in [Han], che il prodotto di due numeri negativi deve essere positivo: quindi $-$ per $-$ fa $+$. A onor del vero la dimostrazione di Hankel risale a qualche decennio dopo Stendhal, per la precisione al 1867. Non v'è tuttavia dubbio che i matematici si occupassero da tempo del problema, così che simili riflessioni potevano ben essere proposte, magari solo in forma intuitiva, già nell'età scolare dello scrittore, ovvero a fine Settecento. Ma al giovane allievo desideroso di capire l'arcano il professor Chabert somministra argomentazioni assai meno raffinate: *"questa è la consuetudine; tutti accettano questa spiegazione. Eulero e Lagrange, che evidentemente valevano quanto voi, l'hanno accettata"* (p. 373). Quanto a Dupuy, si limita a *"un sorriso distaccato, quasi di sufficienza"* (sempre p. 373).

Il secondo problema che turbava il giovane Stendhal/Henry Brulard riguarda le rette parallele, le quali non si incontrano mai, eppure si incontrano all'infinito. Tanto il ragazzo apprende dalla lettura della *Statica* di "*quell'insigne bestione di Louis Monge... fratello del famoso Monge*" (p. 377), al che si sente legittimamente disorientato, si domanda se le rette parallele incidono davvero o no e ne chiede chiarimento ai suoi insegnanti, ricevendone (da Chabert) la risposta che segue: "*Figliolo... lo capirete più avanti*" (pp. 377-378). A proposito: vari commentatori rilevano come Stendhal confonda qui Louis Monge col fratello Gaspard: entrambi matematici, ma con diversa rinomanza; enormemente più famoso il secondo, che fu effettivamente autore di una *Statica*, mentre Louis non avrebbe composto nulla di analogo. Così l'illustre bestione sarebbe Gaspard, o forse, almeno in questo caso, Stendhal, che equivoca tra i due.

Prima di concludere il paragrafo, è corretto ricordare come l'*Henry Brulard* presenti un terzo insegnante di matematica, Gros, più giovane e meno smaliziato di Dupuy e Chabert, anzi neppure professore di mestiere, ciò nonostante "*persona onesta*", stimabile e addirittura adorabile, capace di motivare i propri alunni, di coinvolgerli, di introdurre la matematica non più come la "*ricetta di un farmacista*", ma con la passione, il ragionamento e la pazienza (pp. 382-383). Ritorneremo più tardi sull'argomento.

4. – Terza lezione: Zenone, Tolstoj, Borges e altri

Cambiamo autore ma non secolo e neppure registro. Passiamo infatti a Lev Tolstoj (1828-1910) e a *Guerra e pace* [Tl]. Nelle sterminate pagine di quel romanzo assistiamo anche alle lezioni di algebra e geometria che un personaggio minore, il principe Nikolài Bolkonskij, impartisce alla figlia Marja (libro primo, parte prima, capitolo 22). A differenza di Dupuy e Chabert, il principe è non un insegnante di professione, ma solo un dilettante appassionato della materia e come tale desideroso di trasmetterla alla discendenza. Ma il suo stile didattico ricorda per certi versi quello dei suoi "colleghi" francesi. Di loro più iroso e passionale, ne riecheggia tuttavia gli argomenti e le relative sollecitazioni:

> "*La matematica è una grande cosa, illustre signorina. E io non voglio che tu assomigli a tante nostre stupide signore* [...] *Abbi pazienza, e finirai per amare la matematica* [...] *Vedrai che la sciocchezza se ne andrà dalla tua testa*" (p. 113).

Così neppure il principe Bolkonskij si dimostra un modello rassicurante di docente. C'è tuttavia da osservare che *Guerra e pace* ci riserva altrove una lezione affascinante di matematica, rivolta all'inizio della parte terza del libro terzo da Tolstoj stesso ai suoi lettori, a proposito del calcolo infinitesimale e della sua funzione a sostegno dello studio fisico dei fenomeni. A questo scopo lo scrittore ricorda e commenta pure l'antico paradosso di Zenone su Achille e la tartaruga, accennandone la spiegazione più comune, quella basata sulla convergenza di una serie geometrica di ragione positiva e minore di 1.

È noto infatti che i paradossi di Zenone ci pervengono solo attraverso il resoconto che ne dà Aristotele ([Ar], *Fisica*, VI (Z), 9), riferendoli peraltro, e confutandoli, con *"brevità quasi sdegnosa"* – come commenta Borges [Bo] in *Metempsicosi della tartaruga* a pagina 394. Non c'è traccia né di Achille né di animali nell'asciutta redazione aristotelica – e anzi Borges si domanda, ancora a p. 394, chi sia stato l'ignoto *"poeta"* che ha dotato l'argomento zenoniano dei due personaggi *"di un eroe e di una tartaruga"*. Tolstoj indulge a maggiori dettagli, accoglie appunto Achille e la tartaruga come protagonisti della rincorsa e del dramma, concede al primo una velocità 10 volte maggiore e alla seconda un vantaggio imprecisato, ritrovandosi comunque a calcolare la somma della serie geometrica di ragione 1/10, della quale sottolinea correttamente la convergenza.

Non basta: a chiarire i concetti del calcolo integrale, Tolstoj propone un paragone storico intrigante. Lo fa contrapponendo Napoleone al popolo russo, dunque da un lato l'Imperatore, il genio militare, il superuomo, dall'altro la gente semplice nella sua moltitudine. Eppure l'eccellenza dell'uno è sconfitta dall'insieme delle volontà concordi dell'altra. Spiega appunto Tolstoj che *"solo sottoponendo all'osservazione un'unità infinitamente piccola, un differenziale della storia, vale a dire le tendenze omogenee degli uomini, e riuscendo a integrare, cioè a esprimere la somma di questi valori infinitamente piccoli, poi possiamo sperare di comprendere le leggi della storia"* ([Tl], p. 1000).

A proposito del paradosso di Zenone: quell'antico argomento ha avuto nei secoli una meritata fortuna letteraria ed è ricorso in svariate forme in tantissime opere, da Kafka a Kierkegaard, da Gadda a Calvino. L'articolo [Tf2] ne dà un qualche resoconto. Noi allora ci limitiamo qui, fedeli al tema principale del nostro articolo, a citare brevemente solo due dei classici che ce lo spiegano a mo' di lezione.

Il primo riferimento riguarda Laurence Sterne (1713-1768) e il suo capolavoro *La vita e le opinioni di Tristram Shandy, gentiluomo* [Sr]. Il quale Tristram Shandy si dispone appunto a comporre la sua autobiografia, ma dopo un anno di lavoro e oltre duecento pagine di racconto (per la precisione nel capitolo 13 del volume 4) si accorge di aver completato la cronaca di un solo giorno, quello della sua nascita. Rileva preoccupato che, proseguendo a quel ritmo, si ritroverà a narrare assai poco della sua esistenza, al massimo cento giorni, se pure avrà la grazia di vivere ancora un secolo. Assistiamo comunque alla rincorsa di Tristram Shandy a se stesso, dello Shandy scrittore allo Shandy gentiluomo, nel duplice ruolo di Achille e tartaruga. Bertrand Russell (1872-1970) cita questo imbarazzo in uno dei saggi di *Misticismo e logica* [Ru], e cioè *La matematica e i metafisici*. Commenta che se Tristram Shandy fosse stato eterno "*nessuna parte della biografia sarebbe rimasta non scritta. Infatti: nel centesimo anno avrebbe descritto il centesimo giorno, nel millesimo anno il millesimo giorno, e così via*" ([Ru], p. 86). Muove poi da questo paragone per fornire un'ulteriore spiegazione del paradosso di Zenone, differente da quella della convergenza delle serie geometriche, basata invece sulla novità e sui paradossi della teoria degli insiemi di Cantor. Osserva sostanzialmente Russell che agli insiemi infiniti è lecito aggiungere o togliere un elemento senza alterare la cardinalità. Così accade, per esempio, se arricchiamo l'insieme $\mathbb{N}$ con l'ulteriore punto ∞. Quindi, se i movimenti consentiti ad Achille e alla tartaruga, oppure al doppio Shandy, sono non più cento o mille, ma diventano tanti quanti i naturali, autorizzare Achille a un ultimo passo ∞ e permettergli così di raggiungere la tartaruga diventa lecito.

La seconda citazione letteraria riguarda Jorge Luis Borges (1899-1986) e principalmente la sua raccolta di riflessioni *Discussione* [Bo]. È in quell'opera, per l'esattezza nel saggio su *La perpetua corsa di Achille e della Tartaruga* che troviamo la famosa definizione dell'infinito come "*parola (e poi concetto) di spavento che abbiamo generato temerariamente e che una volta ammessa in un pensiero esplode e lo uccide*" (p. 385). A rincarare la dose provvede poi, sempre in *Discussione*, l'avvio altrettanto famoso di *Metempsicosi della Tartaruga*: "*C'è un concetto che corrompe e ammattisce tutti gli altri. Non parlo del Male* [...], *parlo dell'infinito*" (p. 393). Ma è in quelle stesse pagine che Borges riproduce anzitutto, in termini ancor più minuziosi di Tolstoj, il paradosso di Zenone e la sua spiegazione tramite le serie geometriche; aggiunge poi un accenno ai primi rudimenti della teoria degli insiemi di Cantor, sulla possibilità, a proposito degli insiemi infiniti, se non di contarne gli elementi, almeno di confrontarli, collegarli cioè con corrispondenze biunivoche e in questo modo introdurne la cardinalità. Per questo obiettivo Borges si affida a un paragone biblico, ricordando dal libro dell'Esodo la strage dei primogeniti di Egitto ai tempi di Mosè, dalla quale si salvarono solo coloro la cui porta recava un segno rosso. Dunque tanti furono gli scampati quante le porte con un segno rosso: osservazione che fornisce un esempio appropriato e pregevole di biiezione, e insieme una nuova testimonianza dell'interdisciplinarietà del sapere. Semmai c'è da domandarsi quali similitudini bibliche dovrebbe escogitare adesso Borges, per illustrare gli ultimi raffinati e complicatissimi sviluppi della teoria degli insiemi, su forcing e grandi cardinali. Forse non gli basterebbe nemmeno l'*Apocalisse*.

5. – Quarta lezione: Robert Musil

Una figura di professore di matematica priva di qualsiasi fascino compare anche nel *Giovane Törless* [Mu1] di Robert Musil (1880-1942). Come già l'Henry Brulard di Stendhal, così anche lo studente Törless è bendisposto verso la matematica e anzi curioso di accostarla, comprenderla, approfondirla. Conta infatti di trovarvi, se non proprio il senso della vita, comunque un livello superiore di conoscenza e di verità. Non gli bastano a questo fine le lezioni ordinarie di ogni giorno, quando tra lui e il professore – il rappresentante ufficiale della dottrina – si frappone pur sempre lo schermo di una cattedra e di una lavagna. Si risolve allora (verso la metà del libro) a visitare l'insegnante nella sua casa e nella sua intimità. Ma l'esperienza si rivela quanto mai deludente, ché il professore si limita a ripetere gli stessi luoghi comuni di Dupuy, Chabert e Bolkonskij – "*quando di matematica ne saprai* *dieci volte di più di adesso, capirai; intanto, però: credere!"* – e comunque *"spiegazioni esatte eppure insignificanti"* ([Mu1], p. 87). *"La banalità lo feriva: ne estese i contorni alla matematica e la sua considerazione cominciò a cedere il posto a una diffidente riluttanza"*: tanto conclude il ragazzo (pagina 85). A onore del vero *Il giovane Törless* contiene altri spunti rilevanti di matematica, quali la discussione famosa tra il protagonista e i suoi compagni sui numeri complessi. Appare tuttavia significativo che fra le tante discipline studiate da Törless, proprio la matematica assuma un ruolo privilegiato nel romanzo, quasi sia scelta da Musil come quintessenza dell'inquietudine del giovane. Matematica e turbamento si legano in un binomio singolare, che si colora di grigio e nel gioco letterario contribuisce a incutere al lettore un senso di angosciosa inadeguatezza.

A prescindere dal *Törless* riteniamo che Musil si possa definire a buon diritto uno scrittore matematico, e l'altra sua opera *L'uomo senza qualità* [Mu2] il romanzo matematico per eccellenza: non solo per gli spunti scientifici che contiene e le citazioni di statistica, logica o dinamica del caos che presenta; ma soprattutto per lo spirito che lo permea, lo scintillio dei suoi aforismi congiunto al cinismo disilluso e alla malinconia esistenziale del protagonista Ulrich. Si accennava poco fa all'Offerta musicale; tale è per noi, matematicamente parlando, *L'uomo senza qualità*. Anche a questo romanzo il secondo dei presenti autori ha avuto modo di dedicare alcune pagine di [Tf1], per cui ci limitiamo qui, come in precedenza, a rapidi cenni, senza però dimenticare quella sorta di lezione di matematica che (nella parte seconda, per la precisione nel capitolo *La tentazione*) proprio Ulrich rivolge all'amica Gerda per introdurla alla teoria cinetica dei gas e ricavarne un paragone azzardato con la morale. In verità l'intento ultimo di Ulrich, lontano da ogni seria programmazione didattica, è sedurre l'interlocutrice, e anche le particelle di gas gli servono allo scopo. Insinua infatti Ulrich che il nostro comportamento di singoli, così come il loro, non ha rilevanza alcuna rispetto alla media complessiva del sistema e dunque può tranquillamente abdicare da ogni legge, convenzione o riferimento etico. Il tema ritorna altrove, e ripetutamente, nel romanzo, quando per esempio Ulrich si domanda perché bisogna *"fare e volere sempre il massimo, per ottenere poi* *soltanto qualcosa di mediocre"*, oppure quando definisce i casi della vita, *"tanto più poveri di morale quanto più ricchi di infinito"* (p. 652): espressioni esteriori di un cinismo, diremmo di un nichilismo etico, sconvolgenti, che mascherano però quel senso profondo di insoddisfazione e disillusione che già si diceva. Nel colloquio con Gerda, in ogni caso, le argomentazioni suddette non valgono a Ulrich beneficio alcuno, meno che mai gli consentono di conquistare l'amica, che anzi sdegnata lo respinge.

6. – Quinta lezione: Ionesco

La *Lezione*: così si intitola una commedia dello scrittore e drammaturgo francese Eugène Ionesco (1909-1994), spesso citata come esempio di teatro dell'assurdo [Io]. Tratta di una ripetizione privata di matematica e filologia, che un professore impartisce a una giovane allieva. Tra i ricordi più cari del secondo autore di questa nota c'è quello di uno zio, Arnaldo Mariotti, il quale era giornalista per diletto e in particolare critico teatrale. Nel 1969 pubblicò un'antologia delle sue recensioni, che ha nome *Spettacoli da una poltrona* [Mr]. In essa ritroviamo, a pagina 43, proprio la cronaca di una rappresentazione della *Lezione* al Teatro della Pergola di Firenze nel marzo 1959, protagonisti Antonio Battistella nella parte del professore e Maria Grazia Francia in quello della ragazza. Il secondo autore confessa di rammentare vagamente il primo dei due, che recitò in una vecchia mirabile edizione Rai dei *Miserabili* di Hugo, ma si rammarica di non serbare ricordo dell'altra (che tuttavia Wikipedia ci descrive come attrice cinematografica degli anni Cinquanta). In ogni caso, per commentare la *Lezione* ioneschiana, quale risoluzione migliore di affidarsi al resoconto dello zio giornalista? Eccone dunque un estratto. Dapprima un riassunto della trama.

> *"La lezione svolge le vicende di un incredibile professore, e di una non meno incredibile allieva: lui timido e mite, lei stupida e... col mal di denti. La ragazza capisce che 3 + 2 fa 5, ma non riesce a comprendere come 5 – 2 faccia 3. Manca dunque fra loro una benché minima possibilità di intesa; sicché il professore, che si è fatto gradualmente sempre più teso ed esaltato, finisce per trafiggere la ragazza con un coltello"* (p. 43, come detto).

Segue il commento, tanto esteso quanto perplesso, che si può tuttavia sintetizzare in una frase: *"Tutto è così assurdo e stravagante, che ogni interpretazione è lecita"*. In effetti la *Lezione* ci presenta, come del resto altri lavori di Ionesco, una sarabanda surreale, un gioco verbale bizzarro e allucinato di cui pare impossibile cogliere un senso ultimo, quale che esso sia. Riesce difficile percepirlo anche per quanto riguarda la matematica, più precisamente l'aritmetica, che pure svolge ruolo rilevante nel dialogo. Infatti, a prescindere dagli ostacoli che la ragazza sperimenta a calcolare e perfino a capire la sottrazione, colpisce il suo personalissimo approccio alla moltiplicazione, testimoniato dalla scena che segue – è il professore a porre la domanda.

> "*– Quanto fa, ad esempio, tre miliardi settecentocinquantacinque milioni novecentonovantottomila duecentocinquantuno, moltiplicati per cinque miliardi centosessantadue milioni trecentotrentamila cinquecentootto?*
> *– Fa diciannove quintilioni trecentonovanta quadrilioni due trilioni ottocentoquarantaquattromiliardiduecentodiciannove milioni centosessantaquattromila cinquecentootto...*
> – [...] *Ma come lo sa lei, se non conosce i principi del ragionamento aritmetico?*
> *– È semplicissimo. Sapendo di non potermi fidare del mio ragionamento, ho imparato a memoria tutti i risultati possibili di tutte le operazioni possibili."*
> ([Io], p. 18).

In verità ci chiediamo se il prodotto in questione sia corretto, ma lasciamo volentieri al lettore il piacere di verificarlo per esercizio; del resto un eventuale errore sarebbe perfettamente in linea col tono grottesco della pièce. La quale peraltro alterna perle sparse di saggezza, per esempio sugli exploit moltiplicativi dell'allieva (*"La matematica è nemica mortale della memoria"*, p. 19), a vaghe reminiscenze socratiche (*"non si tratta di indovinare, bisogna ragionare. Cerchiamo di dedurre assieme"*, p. 13), per converso a sentenze degne dei peggiori professori di Stendhal, Musil e Tolstoj (*"È una cosa che non si spiega. Si capisce per ragionamento matematico interiore. Lo si ha o non lo si ha"*, p. 18), infine a battute surreali sul calcolo infinitesimale (*"Non basta integrare, occorre anche disintegrare"*, p. 15).

Gioco matematico bizzarro e allucinato, si diceva. Non che manchino interpretazioni perfino sottili o ponderose, con buona pace dello zio Arnaldo. Si potrebbe per esempio sostenere che, strumento di potere e simbolo del dominio culturale del professore sull'allieva, la matematica si fa in Ionesco barriera invalicabile, emblema dello scarto fra i ruoli e luogo privilegiato dello smarrimento del senso. Del resto la *Lezione* ci presenta un progressivo capovolgimento dei caratteri dei personaggi, cui fa da catalisi proprio il sapere del docente. Infatti il professore, timido e impacciato all'inizio, si fa violento nei toni e nei modi fino all'acme dell'omicidio, e come tanti insegnanti che ciascuno di noi serba nella memoria, di fronte all'incomprensione dell'allieva, ripete il concetto con le medesime parole, si irrigidisce nella propria torre d'avorio e infine rinuncia alla spiegazione in nome di un presunto innato *"ragionamento matematico interiore"* (p. 18). Al contrario la fanciulla, inizialmente disinvolta e a proprio agio, viene soggiogata battuta dopo battuta dalle perentorie affermazioni del professore, pronunciate con forza sempre crescente, ma mai argomentate. Incomunicabilità nonostante un dialogo incessante, incomprensione nonostante le insistenti ripetizioni, disorientamento come esito imprevisto ma ineluttabile di un processo che dovrebbe essere didattico: tutto questo sarebbe la *Lezione*, secondo alcuni commentatori. Ma, come rileva giustamente lo zio, altre letture sono lecite, discordi e perfino opposte, a comunicare in definitiva allo spettatore solo un senso generale di smarrimento e insensatezza.

O forse no: che al contrario la *Lezione* di Ionesco rappresenti alla perfezione la matematica come la si vorrebbe insegnata oggi? Perché, diciamo la verità, certe indicazioni e linee guida che circolano a suo proposito, esplicite o implicite, danno talora l'impressione di volerla limitare al minimo indispensabile, giusto a qualche esempio e applicazione da mandare a memoria come una tabellina pitagorica in vista dell'esame, col rischio di sminuire, o addirittura mortificare, ogni tentativo di pensare, approfondire, astrarre, ricordare – socraticamente ricordare.

Sono passati i tempi in cui i matematici, per esempio Poincaré contro Hilbert, dibattevano il senso, la natura, l'essenza stessa della loro disciplina, il ruolo che vi è svolto dalla logica, la contrapposizione tra rigore e creatività, genio e formalismo (si vedano al riguardo [Hi] e la seconda parte di [Po]). Altri orizzonti si vanno aprendo, molto più tetri e apatici, nella ricerca e nella didattica. Ma è lecito chiedersi se tante nuove disposizioni ministeriali e i "mostri" che esse producono, si chiamino riesame o tavolo di indirizzo o altro ancora, siano meno grotteschi e irragionevoli della lezione ioneschiana, e se certi solerti burocrati della didattica, valutatori e certificatori di qualità siano meno incredibili dei pur incredibili professore e allieva.

7. – Fili rossi

A pensarci bene, c'è un filo rosso inquietante che congiunge tutte le (cattive) lezioni analizzate: la matematica vi appare sempre legata a qualcosa di oscuro, misterioso, inaccessibile e incomunicabile, talvolta surreale, al limite miracoloso. Nel *Törless* è lo specchio dell'inquietudine interiore del protagonista, o "*un ponte di cui esistano solo il primo e l'ultimo pilastro, e che tuttavia si possa attraversare con la stessa sicurezza che se esistesse per intero*" ([Mu1], p. 83), in Ionesco è luogo dell'assurdo e occasione di omicidio. Questa assimilazione tra matematica e mistero ricorre altrove nella letteratura e nella storia del pensiero, rilevata e commentata anche da penne più benevole, se non addirittura da addetti ai lavori. Anche un brano famoso di Andrè Weil (1906-1998) sottolinea appunto gli aspetti metafisici della disciplina [We]. Scrive infatti Weil: "*niente è più fecondo, tutti i matematici lo sanno, di queste oscure analogie, questi oscuri riflessi che rimandano da una teoria all'altra, queste carezze furtive, queste discrepanze inesplicabili; niente comunica maggior piacere allo studioso*" (p. 408). Tra l'altro, il passo appena citato riecheggia alla lontana l'aforisma di Banach sulle analogie riferito nell'apertura di questa nota, venandolo di sfumature quasi magiche.

Ora, è giusto sgombrare il campo dagli equivoci e chiarire che l'intenzione di Weil non è tanto celebrare questo vago gioco di intuizioni e misteri, quanto piuttosto sottolineare l'importanza di tradurlo in certezze matematiche e teorie stabilite, dunque di far emergere il conscio dall'inconscio. Resta tuttavia l'evidenza, perfino nella ricerca matematica, di una fase di sentimenti e presentimenti.

Per altri versi lo scrittore e sceneggiatore contemporaneo Carrère (1957), nel proprio *Breve ritratto di Alan Turing* [Cr], commenta a pagina 285 che "*i matematici, le spie e gli omosessuali costituiscono tre società segrete*". Tali erano in effetti, e senza ombra di dubbio alcuno, la scuola pitagorica dell'antichità o, in tempi moderni, scientificamente parlando, il gruppo bourbakista; né i matematici descritti da Hesse nel *Giuoco delle perle di vetro*, o le liturgie raccontate da Sinisgalli si discostano troppo da questa rappresentazione.

La matematica è dunque percepita dall'immaginario collettivo come una disciplina affascinante ma oscura, quasi una sorta di sapere misterico ed elitario, destinato soltanto agli iniziati di una setta. C'è per converso, e la letteratura provvede bene a risaltarla, un'altra immagine polarizzata dell'insegnamento della matematica, non più elevata a inaccessibili regioni iperuraniche, ma banalizzata a dimensioni più grigie, all'antitesi stessa del mistero e della problematicità. Hermann Broch (1886-1951) ci presenta ne *Gli Incolpevoli* [Br] la figura di un professore di matematica, Zacharias, forse dotato, ai tempi dei suoi studi, di una qualche predisposizione verso la disciplina, di una *"lodevole devozione"* se non addirittura di un minimo talento. Ma queste qualità si sono andate poi come affievolendo e atrofizzando e la matematica di Zaccaria, peraltro come la sua stessa visione dell'esistenza, s'è ridotta a un mero e metodico svolgimento di incarichi – per lui docente e per i suoi studenti. V'è da dire che la narrazione di Broch si sofferma soprattutto sulla vita sentimentale di Zacharias e sulle sue opinioni politiche – nella Germania dell'avvento del nazismo. Filtrano tuttavia nelle pagine de *Gli incolpevoli* brevi accenni alle pratiche didattiche del professore, orientate a criteri di ordine e regola, a impacchettare la conoscenza allo stesso modo in cui si ripongono i vestiti in un armadio o le calzature in una scarpiera, a esigere poi dagli studenti analoghi ordine e metodo, sotto forma di esercizi ed esami. Pare dunque a Zacharias che le classi ove insegna siano come ripostigli di frammenti di se stesso, al pari dei suoi abiti, e che ogni allievo incapace di rispondere stia volontariamente rifiutando i beni ricevuti in prestito, macchiando colpevolmente quest'ordine costituito.

Tornando al tema del mistero, dobbiamo rilevare, tutto sommato con preoccupazione, come la matematica, quanto più si intride di oscuro e soprannaturale, tanto più si discosta dalla didattica: se viene percepita come sapere riservato a pochi eletti, sfugge di conseguenza alla peculiarità essenziale dell'insegnamento, cioè il rischiarare, l'esplicitare, il comunicare. Chiudiamo allora il cerchio, tornando alla questione sollevata da Menone: la scienza, in quella sua meravigliosa manifestazione che è la matematica, si può insegnare, o invece, per dirla come il professore della *Lezione*, "*la si ha o non la si ha*"?

A questo proposito la lingua greca ci offre una traccia illuminante, un secondo filo rosso, stavolta rassicurante e per certi versi antitetico al primo. Infatti la "matematica", che i greci chiamano *mathema,* o col plurale *mathemata*, o ancora *mathesis*, vanta un rapporto etimologico essenziale con l'apprendimento, perché si accosta al verbo *manthano*, che significa appunto apprendere. Già Platone afferma nel VII libro della *Repubblica*, dedicato all'educazione dei futuri reggitori dello stato, che la disciplina (*mathema*) fondamentale per il giovane ben disposto all'apprendimento (*eumathēs*) e destinato al governo della città dovrà essere quella "*che è poi necessaria a qualsiasi altra attività tecnica e scientifica*", quella che "*volgerà l'anima da una luce, per così dire, ancora notturna alla vera luce del giorno*": in definitiva "*quella per cui si sa distinguere l'uno, il due e il tre: insomma, la scienza del numero e del calcolo*" ([Pl5], 521d-522c, pp. 624-627); diremmo noi, la matematica.

Il termine "didattica" proviene invece da *didasko*, verbo che porta in sé il senso del dare e del donare, ma anche del crescere logicamente nella conoscenza. E se è vero, come sembra, che il linguaggio riverberi almeno in parte l'essenza delle cose, le parole ci impongono almeno un paio di riflessioni, tanto urgenti e accattivanti, quanto relative a temi complessi e impossibili da esaurire in questa sede. In primo luogo riemerge, in modo ancora più diretto che nelle lezioni presentate, la dualità intrinseca alla didattica, che contrappone il discente e il docente, da un lato l'apprendere, come processo attivo di graduale appropriazione del sapere, e dall'altro l'insegnare, cioè un donare che non è mai un trasmettere, né mai deve abbandonare alla passività il proprio interlocutore. Inoltre, pur stanti le difficoltà di ordine filologico e le problematiche sull'evoluzione della lingua, l'originaria contiguità semantica fra matematica e apprendimento sembra mostrare nell'identità più profonda della matematica stessa la comunicabilità, e dunque la possibilità di essere insegnata e appresa, con buona pace dell'immagine a tinte tetre che ne ha l'opinione comune.

8. – Maestri e burocrati

Appunto: per fortuna esistono ancora buone lezioni e buoni maestri, lontani dai modelli inquietanti che abbiamo elencato, al contrario ricchi di passione e di competenza, come il Gros di Stendhal. Una figura analoga, collocata però in tempi più recenti, ci è descritta da Daniel Pennac (1944) nel suo *Diario di scuola* – la cronaca autobiografica delle sue esperienze di studente [Pe]. L'autore vi si descrive *"refrattario dapprima all'aritmetica, poi alla matematica"* (p. 15), *"somaro contemporaneo"* al pari dei suoi compagni (p. 179), vittima insieme a loro di insegnanti perfino peggiori di quelli di Stendhal, Tolstoj e Musil, anzi *"tristi aguzzini"* (p. 214). Eppure anche nel suo caso *"è sufficiente un professore – uno solo – per ... far dimenticare tutti gli altri"* (p. 209). Tanto egli scopre in matematica all'ultimo anno delle superiori, incontrando il professor Bal (p. 209): chissà se grande scienziato, eppure, come il Gros stendhaliano, *"ricco di passione comunicativa"*, *"impastato della propria materia"*, candido, costante e generoso, capace di coniugare rigore e qualità e quindi di *"risvegliare il desiderio di capire"*.

Questi sono i modelli che servono, dentro e fuori la matematica: docenti innamorati e permeati della propria materia, e perciò pronti a motivare e pazienti a spiegare; maestri che sciolgano la presunta dicotomia fra banalizzazione e inaccessibilità in cui si dibatte la matematica, e stimolino il piacere della bellezza, l'amore per l'analogia, la sfida a spingere il pensiero oltre il proprio limite. Didattici come Socrate, comunicativi come Gros e Bal. Oppure pacatamente infervorati come il Pitagora che colloquia con Umberto Eco (1932) in un'intervista immaginaria [Ec] e nell'occasione espone la sua dottrina a mo' di lezione e per larga parte del dialogo comunica un entusiasmo travolgente per il numero, per l'armonia e per il potere della matematica come unica sorgente di verità. Se poi i cupi adempimenti burocratici che oggi affliggono e opprimono i docenti, le noiose relazioni da compilare periodicamente per illustrare le cose che si farebbero se non si passasse il tempo a scriverne le relazioni, se tutti questi modernissimi accidenti valgano a incentivare o mortificare le benemerite inclinazioni di cui si diceva, lasciamo al lettore di giudicarlo.

Esiste poi nella didattica, per nostra fortuna, uno stadio addirittura superiore. Capita infatti di accostare, non solo nella letteratura, ma nella vita delle aule di scuole e atenei, non solo ai tempi di Pitagora, Socrate e Platone, ma perfino ai giorni nostri, signori della parola e dello stile, che sanno unire profondità e vastità di vedute, chiarezza e sapienza, e così incarnare e comunicare la leggerezza calviniana: maestri e lezioni essi stessi. Leonardo Sinisgalli parla con ammirazione, si potrebbe dire con emozione, dei suoi docenti di matematica negli anni universitari: figure come Francesco Severi, Guido Castelnuovo, Luigi Fantappiè, Tullio Levi-Civita. Basterà citare qui il modo in cui quest'ultimo è raffigurato in [Si1], pagine 79-80: *"quell'omino che si scappellava di fronte ai bidelli portava in tasca i foglietti dell'ultima lettera di Einstein speditagli dall'America"* – un'apparenza cortese e dimessa che va tuttavia a coniugarsi a una somma autorevolezza scientifica.

Altri nomi esemplari vengono in mente e si aggiungono ai ricordi di Sinisgalli, come quelli di Federigo Enriques, Emma Castelnuovo, Bruno de Finetti e di innumerevoli altri. Del resto chiunque ama la matematica, ne siamo fermamente convinti, la ama perché ha avuto la fortuna di incontrare i suoi propri modelli e maestri. Così, per concludere, non resta a noi che compiacerci della loro esistenza, augurarci che si preservino e crescano, confidare di conoscerli e frequentarli.

BIBLIOGRAFIA

[Ar] ARISTOTELE, *Volume 1*, Classici del Pensiero, Mondadori, 2008.

[Bo] J. L. BORGES, *Discussione*, in *Tutte le Opere*, vol. I, Mondadori, 1994, pp. 285-437 (*La perpetua corsa di Achille e della tartaruga*, pp. 379-384; *Metempsicosi della tartaruga*, pp. 393-399).

[BN] G. I. BISCHI - P. NASTASI (a cura di), *Un "Leonardo" del Novecento: Leonardo Sinisgalli (1908-1981)*, Pristem/Storia 23-24, 2009.

[Br] H. BROCH, *Gli incolpevoli*, Einaudi, 1981.

[Cl] I. Calvino, *Lezioni americane. Sei proposte per il prossimo millennio*, Mondadori, 1993.

[Cn] G. Cantor, *La formazione della teoria degli insiemi: saggi 1872-1883*, a cura di G. Rigamonti, Sansoni, 1992.

[Cr] E. Carrère, *Breve ritratto di Alan Turing*, in *Racconti matematici* (curati da C. Bartocci), Einaudi, 2006.

[Ct1] E. Cattanei, *Due geometrie per il Menone*, in *Gorgias - Menon. Selected papers from the seventh symposium Platonicum* (a cura di M. Erler e L. Brisson), Academia Verlag, 2007, pp. 248-252.

[Ct2] E. Cattanei, *Arithmos nel "Teeteto", nel "Sofista" e nel "Politico" di Platone,* in *Formal structures in Plato's dialogues. "Theaetetus", "Sophist" and "Statesman"* (a cura di F. L. Lisi, M. Migliori, J. Monserrat-Molas), Academia Verlag, 2011, pp. 59-71.

[Ec] U. Eco, *Pitagora*, in Aa. Vv., *Le interviste impossibili*, Bompiani, 1975.

[Fo] D. Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy: A New Reconstruction*, Oxford University Press, 1987.

[Han] H. Hankel, *Vorlesungenüber die complexenzahlen und ihrefunctionen*, Voss, 1867.

[Har] G. Hardy, *Apologia di un matematico*, Garzanti, 2002.

[He] H. Hesse, *Il giuoco delle perle di vetro*, Mondadori, 2000.

[Hi] D. Hilbert, *Sull'infinito*, Castelvecchi, 2013.

[Io] E. Ionesco, *La lezione. Le sedie*, Einaudi, 1982.

[Kn] W. Knorr, *The Ancient Tradition of Geometric Problems*, Birkhäuser, 1986.

[Mn] T. Mann, *Altezza Reale*, Mondadori, 2006.

[Mr] A. Mariotti, *Spettacoli da una poltrona*, Libreria Editrice Fiorentina, 1969.

[Mu1] R. Musil, *Il giovane Törless*, Garzanti, 2001.

[Mu2] R. Musil, *L'uomo senza qualità*, Einaudi, 1996.

[Pe] D. Pennac, *Diario di scuola*, Feltrinelli, 2013.

[Pl1] Platone, *Epinomide*, in *Opere complete*, vol. 7, Laterza, 1983, pp. 419-454.

[Pl2] Platone, *Filebo*, Bompiani, 2000.

[Pl3] Platone, *Menone*, Laterza, 2000.

[Pl4] Platone, *Teeteto*, Feltrinelli, 1994.

[Pl5] Platone, *Repubblica*, Newton, 1997.

[Po] H. Poincaré, *Scienza e metodo*, Einaudi, 1997.

[Ru] B. Russell, *Misticismo e logica e altri saggi*, TEA, 2010.

[Si] L. Sinisgalli, *Furor mathematicus*, Ponte alle Grazie, 1992.

[Si1] L. Sinisgalli, *Un disegno di Scipione e altri racconti*, Mondadori 1975.

[Si2] L. Sinisgalli, Postille cartesiane, *Civiltà delle Macchine* 1 (1954), p. 32.

[Sn] Stendhal, *Vita di Henry Brulard*, Garzanti, 2003.

[Sr] L. Sterne, *La vita e le opinioni di Tristram Shandy gentiluomo*, Einaudi, 1990.

[Tf1] C. TOFFALORI, *L'aritmetica di Cupido. Matematica e letteratura*, Guanda, 2011.
[Tf2] C. TOFFALORI, Aspettando Achille, *Periodico di matematiche* XI-3 (2011), pp. 41-51.
[Tl] L. TOLSTOJ, *Guerra e pace*, Garzanti, 2007.
[Tt] I. TOTH, *Lo schiavo di Menone*, Vita e pensiero, 1998.
[Tu] A. TURING, On computable numbers with an application to the Entscheidungsproblem, *Proceedings London Mathematical Society* 42 (1937), pp. 230-265.
[Ul] S. ULAM, *Avventure di un matematico*, Sellerio, 1995.
[We] A. WEIL, *De la métaphysique aux mathématiques*, in *Oeuvres Scientifiques - Collected papers*, vol. II (1951-1964), Springer, 2009, pp. 408-412.

Agnese Ilaria Telloni
Dipartimento di Scienze Matematiche e Ingegneria Industriale
Università Politecnica delle Marche
E-mail: telloni@dipmat.univpm.it

Carlo Toffalori
Sezione di Matematica, Scuola di Scienze e Tecnologie
Università di Camerino
E-mail: carlo.toffalori@unicam.it